УДК: 621.833.2

*С. М.*АХМЕТОВ[1], Н. М. АХМЕТОВ[2], М. Т. УСЕРБАЕ[1]*

[1]*Казахский агротехнический университет им. С.Сейфуллина,*
[2]*Атырауский университет нефти и газа им. С.Утебаева*

МЕТОДИКА ОПТИМИЗАЦИИ ПАРАМЕТРОВ СИЛОВЫХ ЗУБЧАТЫХ ПЕРЕДАЧ С ПЕРЕМЕННЫМИ ПЕРЕДАТОЧНЫМИ ОТНОШЕНИЯМИ

Предложена методика оптимизации и расчета кинематических параметров трансмиссии приводов. На основании известных методов теории графов обоснован матричный метод определения передаточных отношений силовых передач приводов машин. Предложенная методика ориентирована преимущественно на машины, которые эксплуатируются в тяжелых условиях производств нефтегазовой и горной промышленности. При этом рассматриваются случаи трансмиссии с постоянным и переменным передаточными отношениями. Достоинство методики заключается в том, что ее можно использовать для оптимального проектирования трансмиссий, содержащих не только зубчатые механизмы, но и другие виды передач.

Ключевые слова**:** *трансмиссия, привод машин, силовая передача, передаточное отношение, матрица, графы.*

Жетектер трансмиссиясының кинематикалық параметрлерін оңтайландыру және есептеу әдістемесі ұсынылған. Графтар теориясының белгілі әдістерінің негізінде машиналар жетектерінің күштік берілістерінің беріліс қатынасын анықтаудың матрицалық әдісі негізделген. Ұсынылған әдістеме көбінесе мұнай-газ және тау-кен өнеркәсібі өндірісінің ауыр жағдайларында пайдаланылатын машиналарға бағытталған. Бұл ретте тұрақты және ауыспалы беріліс қатынасы бар трансмиссия жағдайлары қаралады. Әдістеменің артықшылығы, оны тек тісті механизмдері ғана емес, басқа да беріліс түрлері бар трансмиссияларды оңтайлы жобалау үшін пайдалануға болады.

Түйін сөздер**:** *трансмиссия, машина жетегі, күштік беріліс, беріліс қатынасы, матрица, графтар.*

The technique of optimization and calculation of kinematic parameters of transmission of drives is offered. On the basis of the known methods of the graph theory the matrix method of determination of power transmission ratios of drives of cars is proved. The proposed method is focused mainly on machines that are operated in severe conditions of oil and gas and mining industries. In this case, the cases of transmission with constant and variable gear ratios are considered. The advantage of the technique is that it can be used for optimal design of transmissions containing not only gears, but also other types of gears.

Key words**:** *transmission, drive machines, power transmission, gear ratio, matrix, graphs.*

*Адрес для переписки. E-mail: axmetov_aing@mail.ru

В приводах технологических машин и агрегатов, предназначенных для тяжелых условий работ, применяют многоступенчатые зубчатые механизмы передач, преимущественно трансмиссии, которые являются важными звеньями системы управления данными машинами [1, 2]. К ним можно отнести специальные установки и устройства, используемые в нефтегазовой и горной промышленности для выполнения спуско-подъемных работ в технологических процессах производства (буровые лебедки установок для бурения скважин, грузовые канатные дороги, шахтные подъемники, экскаваторы для открытой добычи, горные комбайны, грейферы и т.д.). Специфика эксплуатации таких установок требует разработки специальных методик расчета их силовых элементов, к числу которых относятся и трансмиссии [3].

На основании результатов, полученных ранее рядом исследователей, нами предложена методика оптимизации силовых зубчатых передач с учетом возможной переменности передаточных отношений. Ниже продемонстрируем сущность и некоторые принципы данной методики.

Трансмиссия с переменным передаточным отношением представляет собой кинематическую цепь P, состоящей из нескольких r кинематических цепей (передач) $P_{\text{К}}$ с постоянными передаточными отношениями, т.е.:

$$P = \bigcup_{K=1}^{r} P_K .$$

Анализ таких сложных зубчатых силовых передач может включать следующие виды работ:

– выделение каждой передачи (каждую составляющую цепи);

– определение передаточного отношения каждой передачи;

– определение крутящих моментов и частот вращения какого вала (звена кинематической цепи) на любой передаче.

Для решения таких задач необходимо разработать метод, на основе которого возможно будет создать программы анализа и синтеза оптимальных конструкций трансмиссий и их структурных элементов. На основе использования известного метода графов предлагается универсальная методика, которую можно будет применить для расчета зубчатых трансмиссий, включающих также для передачи вращения между валами и другие виды механизмов передач (цепных, ременных, фрикционных и т.д.). С учетом методики, принятой в теории механизмов и машин, в дальнейшем для удобства передачу между двумя валами будем называть парой с соответствующим передаточным отношением.

Методика основывается, прежде всего, на анализе передач с постоянным передаточным отношением. В связи с этим, в начале должна быть рассмотрена эта часть вопросов.

Как известно, кинематическая схема трансмиссии может быть представлена в виде ориентированного графа [4-6].

На графе кинематической схемы вершины будут соответствовать валам трансмиссии, а дуги – парам. Дуги ориентированы в направлении передачи крутящего момента. На рис.1 показана кинематическая схема трехступенчатого редуктора, часто встречающихся в трансмиссиях машин, например, в буровых лебедках, а также ее граф (рис. 1, *б*). При этом номера валов обозначаем римскими цифрами, номера пар – арабскими.

Матрицу графа запишем в виде:

$$[A]=\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}.$$

Назовем матрицей $[Z]$ чисел зубьев кинематической цепи такую матрицу, элемент Z_{mk} которой равен числу зубьев элемента кинематической цепи (зубчатого колеса, звездочки и т.д.), расположенного на валу номера m и входящего в пару с номером k. Элементы матрицы $[Z]$, для которых не имеется соответствующих элементов кинематической цепи принимаются, равными единице.

Тогда матрица чисел зубьев редуктора, показанного на рис. 5.1,

$$[Z]=\begin{bmatrix} Z_{11} & 1 & 1 \\ Z_{21} & Z_{22} & 1 \\ 1 & Z_{32} & Z_{33} \\ 1 & 1 & Z_{43} \end{bmatrix}$$

Матрицы $[A]$ и $[Z]$ имеют размерность $p \times q$, где p – число валов редуктора, а q – число пар. Очевидно, что для трансмиссий с постоянным передаточным отношением

$$q = p - 1.$$

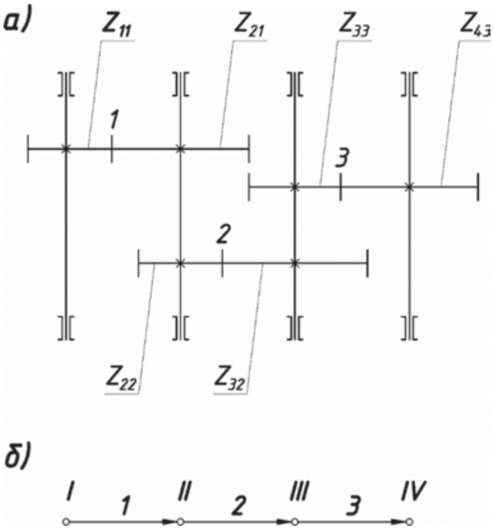

Рисунок 1 – Кинематическая схема трехступенчатого редуктора трансмиссии буровой лебедки а) и ее граф б)

Введем понятие l – преобразования. Это преобразование каждой величине X ставит в соответствие ее образ $\tilde{X}$ так, что выполняются следующие основные условия

$$\begin{gathered}\tilde{x}+\tilde{y}=(\tilde{x}\tilde{y})\\ \tilde{x}-\tilde{y}=(\tilde{x}/\tilde{y}).\end{gathered} \tag{1}$$

Преобразование (1) можно реализовать логарифмической функцией

$$\tilde{x}=\ln x. \tag{2}$$

Обратное же преобразование l^{-1} будет иметь вид

$$x=\exp\tilde{x}. \tag{3}$$

Используя l -преобразование, по матрицам $[A]$ и $[Z]$ можно определить передаточное отношение l трансмиссии. В начале находим образ

$$\tilde{i}=sp\left(-\left[\tilde{Z}\right]^{T}\times\left[A\right]\right), \tag{4}$$

затем определяем и передаточное отношение.

Используя свойства (1), можно записать

$$\tilde{i}=\left(\tilde{Z}_{21}/\tilde{Z}_{11}\right)+\left(\tilde{Z}_{32}/\tilde{Z}_{22}\right)+\left(\tilde{Z}_{43}/\tilde{Z}_{33}\right)=\left(\frac{\tilde{Z}_{21}}{\tilde{Z}_{11}}\frac{\tilde{Z}_{32}}{\tilde{Z}_{22}}\frac{\tilde{Z}_{43}}{\tilde{Z}_{33}}\right)$$

и затем найти передаточное отношение по формуле (5.3).

Вектор крутящих моментов

$$\left\{M^{0}\right\}=\left\{M_{1},M_{2},...,M_{P}\right\},$$

где компоненты представляют крутящие моменты на всех валах, и на этом основании их можно определить, если задан момент M_1 на ведущем валу, по формуле

$$\left\{M^{0}\right\}=M_{1}\times\left\{\mu_{1}\right\}, \tag{5}$$

где $\{\mu_1\}$ – вектор влияния моментов.

Вектор $\{\mu_1\}$ определяется по своему образу

$$\left\{\tilde{\mu}_{1}\right\}=\left[E_{p}^{H}\right]\times\left(\left\{\tilde{J}^{0}\right\}+\left\{\tilde{H}^{0}\right\}\right), \tag{6}$$

где $\left[E_{p}^{H}\right]$ – нижняя треугольная единичная матрица порядка p;

-

$\left\{J^{0}\right\}=\left\{1,i_{1},i_{2},...,i_{q}\right\}$ – вектор передаточных отношений пар, первая координата которого – единица;

$\left\{H^{0}\right\}=\left\{1,\eta_{1},\eta_{2},...,\eta_{q}\right\}$ – вектор КПД пар, первая координата которого – единица.

Если задан не M_1, а момент M_P на ведомом валу, то вектор

$$\left\{M^{0}\right\}=\left\{M_{p}, M_{p-1}, \ldots, M_{2}, M_{1}\right\},$$

то можно определить по зависимости

$$\left\{M^{0}\right\}=M_{p} \times\left\{\mu_{p}\right\}, \tag{7}$$

где $\{\mu_p\}$ определяется по своему образу

$$\left\{\tilde{\mu}_{p}\right\}=-\left\{\tilde{\mu}_{1}\right\}, \tag{8}$$

Вектор частот вращения

$$\left\{n^{0}\right\}=\left\{n_{1}, n_{2}, \ldots, n_{p}\right\},$$

можно определить, если известна частота вращения n_1 ведущего вала, по формуле

$$\left\{n^{0}\right\}=n_{1} \times\left\{\nu_{1}\right\}, \tag{9}$$

где $\{\nu_1\}$ – вектор влияния частот вращения. Вектор $\{\nu_1\}$ определяется своему образу

$$\left\{\tilde{\nu}_{1}\right\}=\left[E_{p}^{H}\right] \times\left\{\tilde{J}\right\}, \tag{10}$$

Если задана частота вращения n_P ведомого вала, то вектор

$$\{n^0\} = \{n_p, n_{p-1}, \ldots, n_2, n_1\},$$

можно определить по зависимости

$$\{n^0\} = n_p \times \{\nu_p\}, \tag{11}$$

где $\{\nu_p\}$ определяется по своему образу

$$\left\{\tilde{\nu}_{p}\right\}=-\left\{\tilde{\nu}_{1}\right\}. \tag{12}$$

Однако для расчета сложных трансмиссий с переменным передаточным отношением более целесообразным является несколько иной метод, использующий тот же подход, но позволяющий получить более реальную картину.

Рассмотрим трансмиссию с переменным (дискретно меняющимся) передаточным отношением и одним приводным двигателем. На рис. 2 показана кинематическая схема такой трансмиссии и ее граф. Примером данному случаю может служить цепная коробка передач.

Структуру трансмиссии и количественные характеристики пар будем теперь задавать сокращенной матрицей $[A_C]$ инциденций (связь между элементами графа) и сокращенной матрицей $[Z_C]$ чисел зубьев.

Матрица $[A_C]$, так же как и $[A]$, содержит q столбцов, но строк – две. *К*-й столбец этой матрицы соответствует *к*-й дуге, причем в первой строке записывается номер вершины графа, в которой эта дуга начинается, а во второй – номер вершины, где она кончается [7]. Так, матрица $[A_C]$, соответствующая графу на рис. 2 *б,* имеет вид:

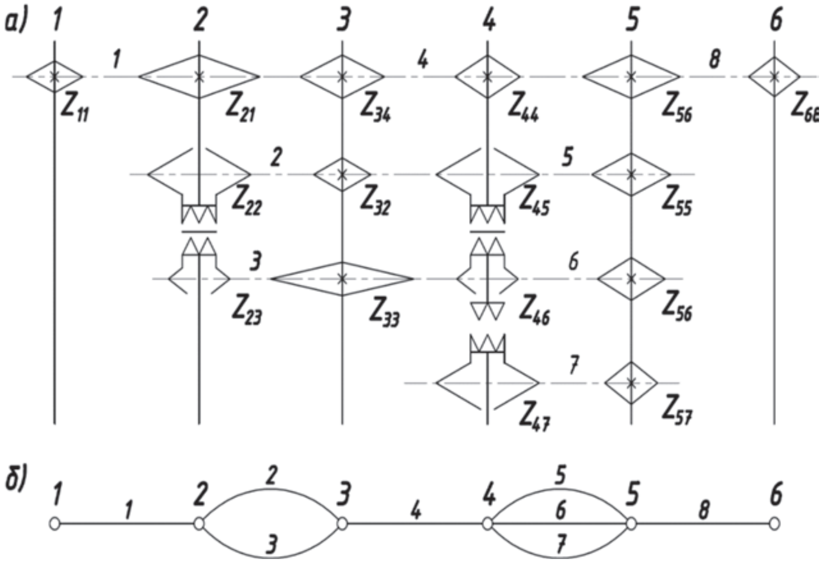

Рисунок 2 – Кинематическая схема трансмиссии с переменным передаточным отношением: *а)* общий вид схемы; *б)* схема превращения в граф

$$[A_C] = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 & 3 & 4 & 4 & 4 & 5 \\ 2 & 3 & 3 & 4 & 5 & 5 & 5 & 6 \end{bmatrix}.$$

Соответственно, сокращается и матрица чисел зубьев

$$[Z_C] = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{22} & Z_{23} & Z_{34} & Z_{45} & Z_{46} & Z_{47} & Z_{58} \\ Z_{21} & Z_{32} & Z_{33} & Z_{44} & Z_{55} & Z_{56} & Z_{57} & Z_{68} \end{bmatrix}.$$

Если два вала соединяются карданным шарниром, муфтой и т.д., но на схеме эти валы имеют разные номера, то в соответствующем столбце матрицы чисел зубьев ставятся единицы, показывающие, что переданное отношение между валами равно единице. Кроме матриц $[A_C]$ и $[Z_C]$, задается вектор $\{\eta\}$ КПД всех дуг графа (КПД пар):

$$\{\eta\} = \{\eta_1, \eta_2, ..., \eta_q\},$$

- вектор $\{n\}$ частот вращения ведущего или ведомого вала на каждой передаче

$$\{n\} = \{n_1, n_2, ..., n_r\},$$

- вектор $\{M\}$ крутящих моментов на ведущем или ведомом валу

$$\{M\} = \{M_1, M_2, ..., M_r\}. \tag{13}$$

Вначале анализируется матрица $[A_C]$, в результате чего выделяется каждая из составляющих r передач, что в терминах теории графов соответствует выделению из данного графа всех элементов путей от начальной вершины графа до конечной. В основу алгоритма выделения передач взят видоизмененный алгоритм построения независимых маршрутов, изложенный в работе [8]. При этом получаются r матриц $\left[A_C^j\right]$ и соответствующих им матриц $\left[Z_C^j\right]$, где $j = 1,2,\dots, r$. По этим матрицам и вектору $\{\eta\}$ определяется матрица $[H]$ КПД, элемент которой η_{mk} представляет КПД от ведущего вала до вала m на $к$-й передаче.

Основной задачей расчета является нахождение частот вращения и крутящих моментов на всех валах при любой передаче, которые могут быть определены по формулам:

$$\begin{aligned} [n] &= [\nu]\cdot\left[n_g\right]; \\ [M] &= [\mu]\cdot\left[M_g\right], \end{aligned} \tag{14}$$

где $[n_g]$ и $[M_g]$ – диагональные матрицы частот вращения и крутящих моментов ведущего вала, главными диагоналями которых являются векторы $\{n\}$ и $\{M\}$ ведущего вала.

Выводы. Изложенная методика может применяться при расчетах как при постоянном, так и переменном передаточных отношениях трансмиссий. Основное его преимущество – возможность использования стандартных матричных операций, входящих в обеспечение всех современных компьютерных вычислений.

ЛИТЕРАТУРА

1 Силовые зубчатые трансмиссии угольных комбайнов. Теория и проектирование / П.Г. Сидоров и др. – М.: Машиностроение, 1995. – 296 с.

2 Крумбольдт Л.Н. Конструирование и расчет приводов управления агрегатами и механизмами трансмиссий тракторов и тягачей. – Учебное пособие. – М.: Изд-во МАМИ, 2000. – 84 с.

3 Иванов С.Д. Совершенствование методики расчета трансмиссии тяжелой техники. – Монография – Саратов: Изд-во СГТУ, 2015. – 385 с.

4 Емеличев В.А., Мельников О.И., Сарванов В.И. и др. Лекции по теории графов. – Изд. 2, испр. и перераб. – М.: УРСС, 2009.– 392 с.

5. Кирсанов М.Н. Графы в Maple. – М.: Физматлит, 2007. – 168 с.

6. Кормен Т.Х. и др. Алгоритмы: построение и анализ. – Часть VI. Алгоритмы для работы с графами (Introductionto Algorithms). – Изд. 2-е. –М.: Вильямс, 2006. – 296 с.

7. Татт У. Теория графов. – Пер. с англ. – М.: Мир, 1988. – 424 с.

8. Diestel R. Graph Theory, Electronic Edition. – NY: Springer-Verlag, 2005. – 422 pp.