### ИНЖЕНЕРНАЯ МЕХАНИКА

УДК 589.385

https://doi.org/10.47533/2020.1606-146X.01

# С. Ж. \*ЖАШЕН, Д. К. ДЖАКИЯЕВ, С. С. ЖУНИСБЕКОВ

Таразский государственный университет им. М.Х.Дулати

## ИССЛЕДОВАНИЕ МНОГОЦИКЛОВОЙ УСТАЛОСТИ ЭЛЕМЕНТОВ ОБОРУДОВАНИЯ И МАШИН ПРИ СЛОЖНОМ НАПРЯЖЕННОМ СОСТОЯНИИ И НЕСТАЦИОНАРНОМ НАГРУЖЕНИИ

Рассмотрен расчетно-экспериментальный метод оценки усталостной долговечности конструкционных элементов машин, работающих в условиях сложного циклического напряженного состояния и нестационарного нагружения. Сравнение результатов проведенных расчетов и экспериментальных данных указали на эффективность кинетического уравнения многоцикловых усталостных повреждений, основанного на энергетической концепции усталостного разрушения.

**Ключевые слова:** циклическое нагружение, долговечность, упругопластическая деформация, энергетическая модель многоцикловой усталости, петля гистерезиса.

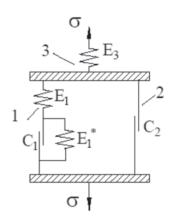
Экспериментальная часть работы выполнена на установке, описанной в [1, 2], а в основу расчетов положена энергетическая модель многоцикловой усталости. Согласно энергетической концепции длительной прочности, разрушение наступает в тот момент, когда суммарная необратимая работа деформирования, совершаемая во всех циклах нагружения, достигает некоторого критического значения. Указанная работа определяется суммарной площадью петель гистерезиса.

Дальнейшему развитию одного из вариантов энергетической модели разрушения применительно к сложному напряженному состоянию и нестационарному нагружению посвящены работы [2-4]. В них построено кинетическое уравнение, обобщающее известное уравнение Фелтнера и Морроу [8] на сложное циклическое напряженное состояние, причем для определения функциональных и постоянных параметров этого уравнения требуются лишь данные стандартных опытов на усталость до разрушения при различных циклах растяжения-сжатия.

В указанных работах вводится структурная модель (рис.1), описывающая гипотетический упругопластический материал, обладающий при активном нагружении способностью к линейному упрочнению. Предполагают, что эта модель применима во всем диапазоне напряжений до макроскопического предела текучести и отражает упругие несовершенства материала, причем отпадает необходимость в проведении прецизионных измерений деформаций с целью построения петель гистерезиса. Па-

<sup>\*</sup>Адрес для переписки. E-mail: sultangali54@mail.ru

раметры структурной модели следующие:  $E_1$ ,  $E_3$  – коэффициенты жесткостей ветвей I и 3;  $C_1$ ,  $C_2$  – предельные сопротивления ветвей I и 2.



**Рисунок 1** — Структурная модель элемента материала

**Рисунок 2** – Теоретические диаграммы циклического деформирования

Диаграмма деформирования элемента рассматриваемого гипотетического материала по модели рис. 1 представлена на рис. 2, где линия первичного нагружения материала изображается отрезками прямых bc-cd-de-eb. Нагружение начинается от ненапряженного состояния материала. Тангенс угла наклона линии oa и всех параллельных ей линий равен  $E_3$ , а тангенс угла наклона линии ab и других параллельных ей линий составляет  $E_1E_3/(E_3+E_3)$ . Максимальное и минимальное за период цикла напряжения ограничены величиной  $\sigma_{max}=C_1+C_2$ . Диаграмма деформирования материала при симметричном цикле нагружения изображается отрезками прямых  $b_2c_2-c_2d_2-d_2e_2-e_2b_2$ , а при несимметричном цикле нагружения— отрезками прямых  $b_2c_2-c_2d_3-d_3e_3-e_3b_2$ .

Выражение для площади петли гистерезиса получается в следующем виде

$$\omega = \frac{2C_2^2}{E_1} \left[ \frac{\sigma_{max}(1-R)}{C_2} - 2 \right] = A\Re(\sigma_{max}, R), \tag{1}$$

где A — некоторая постоянная материала, равная  $\frac{2C_2^2}{E_1}$  ; R — коэффициент асимметрии цикла,  $R = \sigma_{min}/\sigma_{max}$ .

Величина площади  $\omega$  определяется размахом  $\sigma_{max}(1-R)$  и обращается в ноль, когда  $\sigma_{max}(1-R) \leqslant 2C_2^2$ . Величина  $\omega$  пропорциональна необратимой работе деформирования, некоторая часть которой приводит к накоплению усталостных повреждений.

Кинетическое уравнение повреждений записывается в виде

$$\Pi(N) = \frac{\sigma_{max}(N)}{C} + \sum_{k=1}^{N} \varphi(\aleph_k, R_k)$$
(2)

где  $R_k$  — текущий коэффициент асимметрии цикла, а текущий параметр  $\aleph_k$  является безразмерным аргументом некоторой функции поврежденности и определяется из выражения (1):

$$\mathbf{x}_k = \mathbf{\omega}_k \cdot \frac{E_1}{2C_2^2} = \frac{\mathbf{\omega}_k}{A} = 2\left(\frac{\mathbf{\sigma}_a^{(K)}}{C_2} - 1\right). \tag{3}$$

Постоянная  $C_2$  рассматривается как абсолютный предел выносливости, ее значение рекомендуется принимать равным  $(0,6.....0,8)\sigma_{_1}$ . Постоянная C принимается равной истинному сопротивлению разрыву  $\sigma_{_p}$  и определяется при стандартных испытаниях на статический разрыв цилиндрического образца.

В случае стационарного режима циклического нагружения из уравнения (2) получается следующее выражение

$$\Pi = \frac{\sigma_{max}}{\sigma_{p}} + \varphi(\aleph, R) \cdot N, \tag{4}$$

откуда можно определить значение функционального параметра

$$\varphi(\aleph, R) = \left(1 - \frac{\sigma_{max}}{\sigma_p}\right) \frac{1}{N_p} . \tag{5}$$

В этом выражении  $N_p$  — абсцисса усталостной кривой при данном R, отвечающая ординате  $\sigma_{max}$ . Для проведения расчетов при нестационарном циклическом нагружении необходимо располагать серией кривых  $\phi(\aleph,R)$  (рис. 3) и усталостных кривых (рис.4), относящихся к различным коэффициентам асимметрии R.

При расчете числа циклов до разрушения в заданном режиме нагружения сначала по формуле (3) находится  $\aleph$ , затем по графикам (рис.3) определяется величина  $\varphi(\aleph, R)$  для каждого цикла или блока циклов. После этого должна быть произведена подстановка в правую часть (4), которая приравнивается I:

$$1 = \frac{\sigma_{max}}{\sigma_p} + \sum_{1}^{n} \varphi(\aleph_k, R_k) \cdot N_p , \qquad (6)$$

откуда и определяется искомая долговечность.

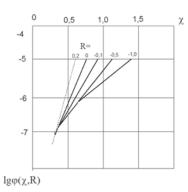
При сложном напряженном состоянии в условиях нарастания интенсивности напряжений упругопластическая деформация гипотетического материала по рис. 1 определяется из выражения

$$e_{ij} = \frac{1 + \vartheta_3}{E_3} S_{ij} + \frac{3}{2} \cdot \frac{\sigma_i - C_2}{E_1} \cdot \frac{S_{ij}}{\sigma_i}, \tag{7}$$

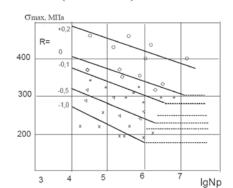
где  $e_{ij}$  – компонента девиатора деформаций;  $S_{ij}$  – компонента девиатора полных напряжений ( $S_{ij} = S_{ij}^{(3)}$ ) , где цифра 3 указывает третье звено по рис.1;  $\sigma_i$  – интенсивность напряжений;  $\theta_3$  – коэффициент поперечной деформации;  $E_3$  – модуль упругости третьего звена.

Для расчета деформаций в условиях сложного циклического нагружения предлагается следующая методика [2-7]. Пусть интенсивность напряжения возрастает, начиная от нулевого значения, до тех пор, пока  $\sigma_i < C_2$ , деформируется, как уже указывалось, только элемент 3. С переходом через состояние  $\sigma_i = C_2$  возникают упругопластические деформации, которые вычисляются по формуле (7). Затем интенсивность  $\sigma_i$  достигает максимального значения и начинает падать. В этом состоянии проводится мысленная разгрузка всей системы на величину интенсивности напряжений  $\sigma_i^{(2)} = C_2$ , причем с каждой компоненты полного девиатора напряжений снимается в алгебраическом смысле величина

$$S_{ij}^{(2)} = (S_{ij} - S_{ij}^{(1)}) = S_{ij} - \frac{3}{2}E_1 \cdot e_{ij}^{(2)} = S_{ij} \left(1 - \frac{\sigma_i - C_2}{\sigma_i}\right)$$



**Рисунок** 3 — Функция удельной работы деформирования лля стали 45



**Рисунок 4** – Кривые усталости для стали 45

В этом состоянии

$$S_{ij} = S_{ij}^{(3)} = S_{ij}^{(1)} = \frac{\sigma_i - C_2}{\sigma_i} S_{ij}$$
 (8)

Отсчет деформаций, возникающих в процессе дальнейшего нагружения, ведется от рассматриваемого состояния разгрузки, причем расчетная формула (7) остается в силе вплоть до момента следующей разгрузки, если в эту формулу вместо  $S_{ij}$  вводятся приращения  $\Delta S_{ij}$ , отсчитываемые от указанного состояния разгрузки, причем вторичная пластическая деформация элемента 2 появится при условии  $\Delta \sigma_i = C_2$ . В итоге расчета строятся графики зависимости каждой компоненты девиатора  $S_{ij}$  от соответствующей компоненты девиатора пластических деформаций  $e_{ij}^{\ (2)}$ , на которых при соответствующих условиях получаются петли пластического гистерезиса. Сумма таких петель за один цикл нагружения дает работу необратимой деформации.

В работах [2-4] описаны проведенные испытания на усталость в условиях плоского циклического напряженного состояния образцов стали 10 и 45 при различных режимах стационарного и нестационарного нагружения (табл.1). Полученные экспериментальные данные использованы для проверки условий эквивалентности различных циклических напряженных состояний по ряду известных силовых критериев усталостного разрушения.

# Таблица 1

№ опыта	$R_{x} = \frac{\sigma_{xmin}}{\sigma_{xmax}}$ $R_{\theta} = \frac{\sigma_{\theta min}}{\sigma_{\theta max}}$	$\frac{\sigma_{xmin}M / a}{\sigma_{\theta max}M / a}$	Среднее значение разрушающего числа циклов, $N_{\text{экс}} \cdot 10^{-6}$	Ширина доверительного интервала, $\pm \rho \cdot 10^{-6}$	Расчетное разрушающее число циклов, $N_{\text{pacy}} \cdot 10^{-6}$
1	0/-	249/0	1,92	0,15	1,96
2	-/0	0/249	2,03	0,20	1,96
3	I-блок 0/-	249/0	1,97	0,20	1,91
	II-блок -/0	0/249			
4	0/0	145/-145	2,23	0,33	2,17
5	0/0	268/268	1,38	0,31	1,16
6	-1/0	109/218	11,31	1,66	10,29
7	-1/0	120/240	3,08	1,21	2,94
8	-1/0	131/262	1,65	0,93	1,51
9	-0,5/0	159/239	3,54	1,55	3,30
10	-0,5/0	161/242	3,16	1,30	2,80
11	-0,3/0	183/239	3,68	1,12	3,40
12	-0,1/0	182/200	12,11	1,52	28,1
13	-0,1/0	200/220	9,53	2,55	9,54
14	-0,1/0	218/240	3,62	1,10	3,20
15	I-блок -1/0	109/218	6,61	0,8	6,12
	II-блок -1/0	131/262			
16	I-блок -1/0	120/240	2,54	0,41	2,20
	II-блок -1/0	131/262			
17	I-блок -1/0	120/240	4.75	0.30	4.35
	II-блок -1/0	109/218			
	III-блок-1/0	131/262	]		
18	I-блок5/0	159/239	3.20	0.78	3.02
	II-блок-0.5/0	160/242			
19	I-блок-0,1/0	182/200	9.19	1.32	8.46
	II-блок-0,1/0	218/240			
20	I-блок -0,1/0	200/220	7.44	1.03	6.80
	II-блок-0,1/0	218/240			
21	I-блок -0,1/0	182/200	11,9	0,72	10,85
	II-блок-0,1/0	200/220			
	III-бл0,1/0	218/240			

**Выводы.** Сравнение результатов проведенных расчетов усталостной долговечности ответственных деталей, элементов, конструкции машин и оборудования и имеющихся экспериментальных данных указали на эффективность кинетического уравнения многоцикловых усталостных повреждений, основанного на энергетической концепции усталостного разрушения. Об этом можно судить на основе сравнения экспериментальных чисел циклов до разрушения  $N_{\text{акс}}$  и расчетных чисел  $N_{\text{акс}}$  [2 – 4] (табл. 1).

#### ЛИТЕРАТУРА

- 1 Павлов П.А., Шерстнев В.А., Касымов У.Т., Жашенов С.Д., Гидропульсационная машина двухстороннего действия. Информ. листок, ЛенЦНТИ, Л., 1982. № 708-82. [Pavlov P.A., SHerstnev V.A., Kasymov U.T., ZHashenov S.D., Gidropul'sacionnaya mashina dvuhstoronnego dejstviya. Inform. listok, LenCNTI, L., 1982. № 708-82.]
- 2 Жашенов С.Д. Экспериментальное исследование многоцикловой усталости конструкционных сталей при сложном нестационарном нагружениии развитие энергетического метода расчета повреждений: Автореф. дис. ... канд.техн. наук. Л., 1983. 16 с. [ZHashenov S.D. Eksperimental'noe issledovanie mnogociklovoj ustalosti konstrukcionnyh stalej pri slozhnom nestacionarnom nagruzheniii razvitie energeticheskogo metoda rascheta povrezhdenij: Avtoref. dis. ... kand.tekhn. nauk. L., 1983. 16 s.]
- 3 Павлов П.А., Кондакова О.Н., Конев А.И. Развитие энергетической модели многоциклового усталостного разрушения. /Тез.докл., Пермь: Секция усталости научного совета ГКНТ, 1981, с.61-62. [Pavlov P.A., Kondakova O.N., Konev A.I. Razvitie energeticheskoj modeli mnogociklovogo ustalostnogo razrusheniya. /Tez.dokl., Perm': Sekciya ustalosti nauchnogo soveta GKNT, 1981, s.61-62.]
- 4 Жашен С.Ж. О пределах возможности применения энергетической модели многоцикловой усталости при сложном многокомпонентном нагружении. Наука и образование Южного Казахстана. Республиканский научный журнал №2(37), 2004. [ZHashen S.ZH. O predelah vozmozhnosti primeneniya energeticheskoj modeli mnogociklovoj ustalosti pri slozhnom mnogokomponentnom nagruzhenii. Nauka i obrazovanie YUzhnogo Kazahstana. Respublikanskij nauchnyj zhurnal №2(37), 2004.]
- 5 Жунисбеков С., Джакияев Д.К., Жашен С.Ж. Пути улучшения эффективности деталей и узлов сельскохозяйственных машин на стадии проектирования.Международный научнотехнический журнал. Вестник НИА РК №3 (73), Алматы, 2019. С. 99-105. [ZHunisbekov S., Dzhakiyaev D.K., ZHashen S.ZH. Puti uluchsheniya effektivnosti detalej i uzlov sel'skohozyajstvennyh mashin na stadii proektirovaniya.Mezhdunarodnyj nauchnotekhnicheskij zhurnal. Vestnik NIA RK №3 (73), Almaty, 2019. S. 99-105.]
- 6 Жашен С.Ж., Жунисбеков С. Оценка усталостной долговечности ответственных деталей, элементов и конструкции грузовых автомобилей. Международный журнал «Теоретическая и прикладная наука», Филадельфия, США. -2016. -№02(34). [ZHashen S.ZH., ZHunisbekov S. Ocenka ustalostnoj dolgovechnosti otvetstvennyh detalej, elementov i konstrukcii gruzovyh avtomobilej. Mezhdunarodnyj zhurnal «Teoreticheskaya i prikladnaya nauka», Filadel'fiya, SSHA. -2016. -№02(34).]
- 7 ЖунисбековС., Джакияев Д.К. Оценка вида напряженного состояния на сопротивление усталости. Механика и технологии. Тараз. 2019. №2. 8 Feltner C.E., Morrow I.D. Microplastic strain hysteresis energy as a criterion for fatigue. I.Basic Eng. D, 1961, 83, № 1 р. 15-21. [ZHunisbekovS., Dzhakiyaev D.K. Ocenka vida napryazhennogo sostoyaniya na soprotivlenie ustalosti. Mekhanika i tekhnologii. Taraz. 2019. №2.

8 Feltner C.E., Morrow I.D. Microplastic strain hysteresis energy as a criterion for fatigue. – I.Basic Eng. D, 1961, 83, N 1 – r. 15-21.]

### С. Ж. ЖАШЕН, Д. К. ДЖАКИЯЕВ, С. С. ЖУНИСБЕКОВ

М. Х. Дулати атындағы Тараз мемлекеттік университеті

### КҮРДЕЛІ КЕРНЕУЛІ КҮЙДЕГІ ЖӘНЕ ТҰРАҚСЫЗ ЖҮКТЕМЕ ӘСЕРІНЕН ЖАБДЫҚТАР МЕН МАШИНАЛАР ЭЛЕМЕНТТЕРІНІҢ КӨП ЦИКЛДЫ ҚАЖУ ТӨЗІМДІЛІГІН ЗЕРТТЕУ

Күрделі кернеулі күйдегі және тұрақсыз жүктеме әсерінен машиналардың конструкциялық элементтерінің қажу төзімділігін бағалауда есептік-эксперименттік әдіс қарастырылған. Есептеулер мен сынақ нәтижелеріне жүргізілген салыстырмалы талдаулар зақымданулардың энергетикалық тұжырымдамасына негізделген көп циклды қажу қирауының кинетикалық тәуелділіктерінің тиімділігін көрсетті.

**Түйін сөздер:** циклды жүктеме, төзімділік, серпімді пластикалық деформация, көп циклды қажудың энергетикалық моделі, гистерезис тұзағы.

### S. J. JASEN, D. K. JAKIYEV, S. S. ZHUNISBEKOV

Taraz State University named after M. H. Dulati

### INVESTIGATION OF MULTI-CYCLE FATIGUE OF EQUIPMENT AND MACHINERY ELEMENTS UNDER COMPLEX STRESS CONDITIONS AND NON- STATIONARY LOADING

A computational and experimental method for estimating the fatigue life of structural elements of machines operating under complex cyclic stress conditions and non-stationary loading is considered. Comparison of the results of the calculations and experimental data indicated the effectiveness of the kinetic equation of multi-cycle fatigue damage based on the energy concentration of fatigue failure.

**Key words:** cyclic loading, durability, elastic-plastic deformation, energy model of multi-cycle fatigue, hysteresis loop.