УДК 539
https://doi.org/10.47533/2020.1606-146X.02

Б. Ж. [*] ***КЫРЫКБАЕВ*** [1]***, Н. К. УТЕЛИЕВА*** [1]***, Б. Т. ШИНГИСОВ*** [1]***, Д. М. МАКСУТ*** [2]

[1] *Алматинский университет энергетики и связи, Алматы, Казахстан,*
[2] *Назарбаев интеллектуальная школа, Алматы, Казахстан,*

ОСЕСИММЕТРИЧНЫЙ ИЗГИБ ЦИЛИНДРИЧЕСКОГО РЕЗЕРВУАРА

Рассматривается задача об изгибе цилиндрического резервуара, заполненного полностью или частично жидкостью, например, нефтью, бензином или сыпучим материалом, например, зерном. Резервуар, расположенный на недеформируемом фундаменте, предполагается тонкой упругой замкнутой конечной оболочкой.

Ключевые слова**:** *осесимметричный изгиб, резервуар, нелинейное дифференциальное уравнение.*

В работе остановимся на решении задачи об изгибе цилиндрического резервуара с жестким днищем, закрепленного верхним торцом, и одновременно получим закон изгиба резервуара на твердом основании. Решения получены методом частичной дискретизации нелинейных дифференциальных уравнений [1].

Толщину стенки сосуда будем считать переменной, для простоты примем, что изменение происходит по линейному закону, хотя для решения задачи при помощи рассматриваемого метода это не имеет значения, поскольку задача может быть решена практически для любого закона изменения толщины. Итак, для произвольного закона изменения толщины $h(z)$ или, что то же самое, для произвольного закона изменения жесткости $D(z)$ квазистатическое состояние оболочки, не полностью заполненной жидкостью, описывается уравнением [2].

$$\frac{d^2}{dz^2}\left[D(z)\frac{d^2u(z)}{dz^2}\right]+\frac{Eh(z)}{R^2}u(z)=P_1\left(1-\frac{z}{a}\right)\left[H(z)-H(z-a)\right], \qquad (1)$$

где $h(z)=h_0+\kappa h_1 z, \quad \kappa=\pm 1, \quad D(z)=\dfrac{Eh^3(z)}{12(1-\nu^2)}=\dfrac{E(h_0+\kappa h_1 z)^3}{12(1-\nu^2)}, \quad P(z)=P_1\left(1-\dfrac{z}{a}\right)\left[H(z)-\right.$ $\left.-H(z-a)\right]$ – закон изменения давления жидкости на стенку резервуара, $P_1=\gamma\pi^2 Rl$, γ – удельный вес жидкости, a – уровень жидкости в резервуаре, R – радиус цилиндра, l – длина его, $H(\xi)$ – единичная функция Хевисайда, z – координатная ось, направленная от основания сосуда вверх, $u(z)$ – радиальное смещение, E – модуль упругости материала оболочки, ν – коэффициент Пуассона.

Граничные условия задачи приняты в виде:

$$u(z)=0 \text{ при } z=\ell, \quad \frac{du(z)}{dz}=0 \text{ при } z=0,$$

$$M(z)=-\frac{d}{dz}\left[D(z)\frac{du(z)}{dz}\right]=-\left[D'(z)\frac{du(z)}{dz}+D(z)\frac{d^2u(z)}{dz^2}\right]=0 \text{ при } z=\ell, \quad (2)$$

*Адрес для переписки. E-mail: beibit_tumen@mail.ru

$$Q(z) = -\frac{d}{dz}\left[D(z)\frac{du(z)}{dz}\right] = -\left[D'(z)\frac{du(z)}{dz} + D(z)\frac{d^3u(z)}{dz^3}\right] = 0 \quad \text{при} \quad z = \ell.$$

Выполнив частичную дискретизацию дифференциального уравнения (1), получим

$$\frac{d^2}{dz^2}\left[D(z)\frac{d^2u(z)}{dz^2}\right] = P_1\left(1-\frac{z}{a}\right)[H(z)-H(z-a)] - \frac{E(h_0+\kappa h_1 z)}{2R^2}\sum_{k=1}^{n}(z_k - z_{k+1})\times$$
$$\times\left[\delta(z-z_k)u(z_k) - \delta(z-z_{k+1})u(z_{k+1})\right]. \tag{3}$$

Интегрирование четырежды уравнения (3) и использование граничных условий (2) дает

$$\begin{gathered} A_{11}A + A_{12}B + A_{14}D = 0, \\ A_{21}A + A_{22}B + A_{23}C = 0, \\ A_{31}A + A_{32}B + A_{33}C + A_{35} = 0, \\ A_{41}A + A_{45} = 0. \end{gathered} \tag{4}$$

Решив систему уравнений (4), получим

$$A = \frac{A_{45}(A_{22}A_{33} - A_{23}A_{32})}{A_{41}(A_{23}A_{32} - A_{22}A_{33})}$$

$$B = \frac{A_{23}A_{31}A_{45} - A_{23}A_{35}A_{41} - A_{21}A_{33}A_{45}}{A_{41}(A_{23}A_{32} - A_{22}A_{33})}, \quad C = \frac{A_{21}A_{32}A_{45} + A_{22}A_{35}A_{41} - A_{22}A_{31}A_{45}}{A_{41}(A_{23}A_{32} - A_{22}A_{33})},$$

$$D = \frac{A_{11}A_{45}(A_{23}A_{32} - A_{22}A_{33}) + A_{12}(A_{21}A_{33}A_{45} + A_{23}A_{35}A_{41} - A_{23}A_{41}A_{45})}{A_{14}A_{41}(A_{23}A_{32} - A_{22}A_{33})} \tag{5}$$

$$A_{11} = 6\frac{(1-\nu^2)}{E(\kappa h_1)^3}(1 - 2\ln h_0), \quad A_{12} = 6\frac{(1-\nu^2)}{Eh_0(\kappa h_1)^2}, \quad A_{14} = 1, \quad A_{21} = -6\frac{(1-\nu^2)}{E(\kappa h_1)^2},$$

где $A_{23} = 1,$

$$A_{22} = -6\frac{(1-\nu^2)}{Eh_0(\kappa h_1)}, \quad A_{31} = -\left(\frac{3h_0}{2(\kappa h_1)^4} + 2\ell\right), \quad A_{32} = \left(1 - \frac{3}{2(\kappa h_1)}\right),$$

$$A_{33} = \frac{E(\kappa h_1)(h_0 + \kappa h_1 \ell)}{4(1-\nu^2)},$$

$$A_{35} = \frac{E(\kappa h_1)(h_0+\kappa h_1\ell)^2}{4(1-\nu^2)}\left\langle 6P_1\frac{(1-\nu^2)}{E}\left\{\frac{1}{(\kappa h_1)^2}\ln(h_0+\kappa h_1\ell)-\frac{\ell}{(\kappa h_1)^2(h_0+\kappa h_1\ell)}-\right.\right.$$

$$\left.-\frac{\ell^2}{2(\kappa h_1)(h_0+\kappa h_1\ell)^2}-\frac{\ln h_0}{(\kappa h_1)^2}\right\}-2P_1\frac{(1-\nu^2)}{Ea}\left\{\frac{\ell}{(\kappa h_1)^3}+\frac{h_0^2}{2(\kappa h_1)^4(h_0+\kappa h_1\ell)^2}+\frac{5h_0}{2(\kappa h_1)^4}-\right.$$

$$\left.-\frac{3h_0^2}{(\kappa h_1)^4(h_0+\kappa h_1\ell)}-\frac{3h_0}{(\kappa h_1)^4}\ln(h_0+\kappa h_1\ell)+\frac{3h_0}{(\kappa h_1)^4}\ln h_0\right\}+\ 2P_1\frac{(1-\nu^2)}{Ea}\left\{\frac{(\ell-a)}{(\kappa h_1)^3}+\right.$$

$$+\frac{h_0^3}{2(\kappa h_1)^4}\ \times\left[\frac{1}{(h_0+\kappa h_1\ell)^2}-\frac{1}{(h_0+\kappa h_1 a)^2}\right]-\frac{3h_0^2}{(\kappa h_1)^4}\left[\frac{1}{(h_0+\kappa h_1\ell)}-\frac{1}{(h_0+\kappa h_1 a)}\right]-$$

$$\left.-\frac{3h_0}{(\kappa h_1)^4}\ln\frac{(h_0+\kappa h_1\ell)}{(h_0+\kappa h_1 a)}\right\}+6P_1\times\ \frac{(1-\nu^2)}{Ea}\left\{\frac{1}{(\kappa h_1)^2}\left[\frac{\ell}{(h_0+\kappa h_1\ell)^2}-\frac{a}{(h_0+\kappa h_1 a)^2}\right]+\right.$$

$$\left.+\frac{1}{2(\kappa h_1)}\left[\frac{\ell^2}{(h_0+\kappa h_1\ell)^2}-\frac{a^2}{(h_0+\kappa h_1 a)^2}\right]-\frac{1}{(\kappa h_1)^3}\times\ \ln\frac{(h_0+\kappa h_1\ell)}{(h_0+\kappa h_1 a)}\right\}-$$

$$-6P_1\frac{(1-\nu^2)a}{E}\left\{\frac{h_0}{2(\kappa h_1)^2}\left[\frac{1}{(h_0+\kappa h_1\ell)^2}-\frac{1}{(h_0+\kappa h_1 a)^2}\right]+\frac{1}{(\kappa h_1)}\left[\frac{\ell}{(h_0+\kappa h_1\ell)}-\right.\right.$$

$$\times\sum_{k=1}^{n}(z_k+z_{k+1})\left((h_0+\kappa h_1 z_k)\left\{\frac{h_0}{2(\kappa h_1)^2}\left[\frac{1}{(h_0+\kappa h_1\ell)^2}-\frac{1}{(h_0+\kappa h_1 z_k)^2}\right]+\right.\right.$$

$$\left.+\frac{\ell}{(\kappa h_1)(h_0+\kappa h_1\ell)^2}-\frac{z_k}{2(\kappa h_1)}\times\ \left[\frac{1}{(h_0+\kappa h_1\ell)^2}-\frac{1}{(h_0+\kappa h_1 z_k)^2}\right]\right\}u(z_k)-$$

$$-(h_0+\kappa h_1 z_{k+1})\left\{\frac{h_0}{2(\kappa h_1)^2}\left[\frac{1}{(h_0+\kappa h_1\ell)^2}-\frac{1}{(h_0+\kappa h_1 z_k)^2}\right]+\right.$$

$$\left.\left.\left.+\frac{\ell}{(\kappa h_1)(h_0+\kappa h_1\ell)^2}-\frac{z_{k+1}}{2(\kappa h_1)}\left[\frac{1}{(h_0+\kappa h_1\ell)^2}-\frac{1}{(h_0+\kappa h_1 z_{k+1})^2}\right]\right\}u(z_{k+1})\right)\right\rangle+$$

$$+\frac{E(h_0+\kappa h_1\ell)^3}{12(1-\nu^2)}\ \times\left\langle 6P_1\frac{(1-\nu^2)a\ell}{E(h_0+\kappa h_1\ell)^3}(1-\frac{a}{3\ell})-\right.$$

$$-6P_1\frac{\left(1-\nu^2\right)}{R^2}\sum_{k=1}^{n}\left(z_k+z_{k+1}\right)\left\{\left(h_0+\kappa h_1 z_k\right)\frac{\left(\ell-z_k\right)}{\left(h_0+\kappa h_1\ell\right)^3}u\left(z_k\right)-\right.$$

$$\left.\left.-\left(h_0+\kappa h_1 z_{k+1}\right)\frac{\left(\ell-z_{k+1}\right)}{\left(h_0+\kappa h_1\ell\right)^3}u\left(z_{k+1}\right)\right\}\right\rangle;\quad A_{41}=1; \tag{6}$$

$$A_{45}=\frac{E\left(\kappa h_1\right)\left(h_0+\kappa h_1\ell\right)^2}{4\left(1-\nu^2\right)}\left(6P_1\frac{\left(1-\nu^2\right)a\ell}{E\left(h_0+\kappa h_1\ell\right)^3}-2P_1\frac{\left(1-\nu^2\right)a^2}{E\left(h_0+\kappa h_1\ell\right)^3}-\right.$$

$$-6P_1\frac{\left(1-\nu^2\right)}{R^2}\sum_{k=1}^{n}\left(z_k+z_{k+1}\right)\times\left\{\left(h_0+\kappa h_1 z_k\right)\frac{\left(\ell-z_k\right)}{\left(h_0+\kappa h_1\ell\right)^3}u\left(z_k\right)-\right.$$

$$\left.\left.-\left(h_0+\kappa h_1 z_{k+1}\right)\frac{\left(\ell-z_{k+1}\right)}{\left(h_0+\kappa h_1\ell\right)^3}u\left(z_{k+1}\right)\right\}\right)+\frac{E\left(h_0+\kappa h_1\ell\right)^3}{12\left(1-\nu^2\right)^2}\times$$

$$\times\left(6P_1\frac{\left(1-\nu^2\right)a}{E^3}\left[\frac{1}{\left(h_0+\kappa h_1\ell\right)^3}-\frac{3\left(\kappa h_1\right)\ell}{\left(h_0+\kappa h_1\ell\right)^4}+\frac{a\left(\kappa h_1\right)}{\left(h_0+\kappa h_1\ell\right)^4}\right]-6P_1\frac{\left(1-\nu^2\right)}{R^2}\sum_{k=1}^{n}\left(z_k+z_{k+1}\right)\times\right.$$

$$\times\left\{\left(h_0+\kappa h_1 z_k\right)\left[\frac{1}{\left(h_0+\kappa h_1\ell\right)^3}-\frac{3\left(\kappa h_1\right)\left(\ell-z_k\right)}{\left(h_0+\kappa h_1\ell\right)^4}\right]u\left(z_k\right)-\left(h_0+\kappa h_1 z_{k+1}\right)\times\right.$$

$$\left.\left.\times\left[\frac{1}{\left(h_0+\kappa h_1\ell\right)^3}-\frac{3\left(\kappa h_1\right)\left(\ell-z_{k+1}\right)}{\left(h_0+\kappa h_1\ell\right)^4}\right]u\left(z_{k+1}\right)\right\}\right).$$

В работе получены закономерности изменения прогиба оболочки $u(z)$, угла поворота $\frac{du(z)}{dz}$, радиальных моментов $M(z)$, перерезывающих сил $Q(z)$. В связи с громоздкостью их выражений в работе приведены только выражения прогиба и угла поворота:

$$u(z)=\left(6P_1\frac{(1-\nu^2)}{E}\left\{\frac{z^2}{2(\kappa h_1)^2(h_0+\kappa h_1 z)}-\frac{2z}{(\kappa h_1)^3}\ln(h_0+\kappa h_1 z)+\right.\right.$$

$$\left.+\frac{3(h_0+\kappa h_1 z)}{(\kappa h_1)^4}\left[\ln(h_0+\kappa h_1 z)-1\right]-\frac{3h_0}{(\kappa h_1)^4}(\ln h_0-1)-\frac{z}{(\kappa h_1)^3}\ln h_0\right\}-$$

$$-2P_1\frac{(1-\nu^2)}{aE}\left\{\frac{z^2}{2(\kappa h_1)^3}-\frac{h_0^3}{2(\kappa h_1)^5(h_0+\kappa h_1 z)}+\frac{5h_0 z}{2(\kappa h_1)^4}-\right.$$

$$-\frac{5h_0}{2(\kappa h_1)^5}-\frac{3h_0^2}{(\kappa h_1)^5}\ln(h_0+\kappa h_1 z)+6\frac{h_0^2}{(\kappa h_1)^5}\ln h_0-\frac{3h_0}{(\kappa h_1)^5}(h_0+\kappa h_1 z)\left[\ln(h_0+\kappa h_1 z)-1\right]+$$

$$+\frac{3h_0 z}{(\kappa h_1)^4}\ln h_0\Bigg\}\Bigg)H(z)+\Bigg(2P_1\frac{(1-\nu^2)}{aE}\Bigg\langle\frac{\left(z^2-a^2\right)}{2(\kappa h_1)^3}-\frac{h_0^3}{2(\kappa h_1)^5}\left[\frac{1}{\left(h_0+\kappa h_1 z\right)}-\frac{1}{\left(h_0+\kappa h_1 a\right)}\right]-$$

$$-\frac{3h_0^2}{(\kappa h_1)^5}\times\ln\frac{\left(h_0+\kappa h_1 z\right)}{\left(h_0+\kappa h_1 a\right)}-\frac{3h_0}{(\kappa h_1)^5}\Bigg\{\left(h_0+\kappa h_1 z\right)\left[\ln\left(h_0+\kappa h_1 z\right)-1\right]-$$

$$-\left(h_0+\kappa h_1 a\right)\left[\ln\left(h_0+\kappa h_1 a\right)-1\right]\Bigg\}-\frac{a(z-a)}{(\kappa h_1)^3}-\frac{h_0^3(z-a)}{2(\kappa h_1)^4\left(h_0+\kappa h_1 a\right)^2}+\frac{3h_0^2(z-a)}{(\kappa h_1)^4\left(h_0+\kappa h_1 a\right)}+$$

$$+\frac{3h_0(z-a)}{(\kappa h_1)^4}\ln\left(h_0+\kappa h_1 a\right)\Bigg\rangle-6P_1\frac{\left(1-\nu^2\right)}{E}\times\quad\Bigg\langle\frac{1}{2(\kappa h_1)^2}\left[\frac{z^2}{\left(h_0+\kappa h_1 z\right)}-\frac{a^2}{\left(h_0+\kappa h_1 a\right)}\right]-$$

$$-\frac{2}{(\kappa h_1)^3}\left[z\ln\left(h_0+\kappa h_1 z\right)-a\ln\left(h_0+\kappa h_1 a\right)\right]+\frac{3}{(\kappa h_1)^4}\times\Bigg\{\left(h_0+\kappa h_1 z\right)\left[\ln\left(h_0+\kappa h_1 z\right)-1\right]-$$

$$-\left(h_0+\kappa h_1 a\right)\left[\ln\left(h_0+\kappa h_1 z\right)-1\right]\Bigg\}+\frac{a^2(z-a)}{2(\kappa h_1)\left(h_0+\kappa h_1 a\right)^2}+\frac{a(z-a)}{(\kappa h_1)^2\left(h_0+\kappa h_1 a\right)}-$$

$$-\frac{(z-a)}{(\kappa h_1)^3}\ln\left(h_0+\kappa h_1 a\right)\Bigg\rangle+6P_1\frac{\left(1-\nu^2\right)a}{E}\Bigg\{\frac{h_0}{2(\kappa h_1)^3}\left[\frac{1}{\left(h_0+\kappa h_1 z\right)}-\frac{1}{\left(h_0+\kappa h_1 a\right)}\right]+$$

$$+\frac{1}{(\kappa h_1)^2}\left[\frac{z}{\left(h_0+\kappa h_1 z\right)}-\frac{a}{\left(h_0+\kappa h_1 a\right)}\right]-\frac{1}{(\kappa h_1)^3}\ln\frac{\left(h_0+\kappa h_1 z\right)}{\left(h_0+\kappa h_1 a\right)}+\frac{h_0(z-a)}{2(\kappa h_1)^2\left(h_0+\kappa h_1 a\right)^2}+$$

$$+\frac{a(z-a)}{(\kappa h_1)\left(h_0+\kappa h_1 a\right)^2}\Bigg\}-2P_1\frac{\left(1-\nu^2\right)a^2}{E}\Bigg\{\frac{1}{2(\kappa h_1)^2}\left[\frac{1}{\left(h_0+\kappa h_1 z\right)}-\frac{1}{\left(h_0+\kappa h_1 a\right)}\right]+$$

$$+\frac{(z-a)}{2(\kappa h_1)\left(h_0+\kappa h_1 a\right)^2}\Bigg\}\Bigg)\times \tag{7}$$

$$\times H(z-a)-6\frac{\left(1-\nu^2\right)}{R^2}\sum\left(z_k+z_{k+1}\right)\Bigg(\left(h_0+\kappa h_1 z_k\right)\Bigg\{\frac{h_0}{2(\kappa h_1)^3}\left[\frac{1}{\left(h_0+\kappa h_1 z\right)}-\frac{1}{\left(h_0+\kappa h_1 z_k\right)}\right]+$$

$$+\frac{h_0\left(z-z_k\right)}{2(\kappa h_1)^3\left(h_0+\kappa h_1 z_k\right)^2}+\frac{1}{(\kappa h_1)^2}\left[\frac{z}{\left(h_0+\kappa h_1 z\right)}-\frac{z_k}{\left(h_0+\kappa h_1 z_k\right)}\right]-$$

$$-\frac{1}{(\kappa h_1)^3}\ln\frac{(h_0+\kappa h_1 z)}{(h_0+\kappa h_1 z_k)}+\frac{z_k(z-z_k)}{2(\kappa h_1)(h_0+\kappa h_1 z_k)^2}-$$

$$-\frac{z_k}{2(\kappa h_1)^2}\left[\frac{1}{(h_0+\kappa h_1 z)}-\frac{1}{(h_0+\kappa h_1 z_k)}\right]\Bigg\}H(z-z_k)u(z_k)-(h_0+\kappa h_1 z_{k+1})\times$$

$$\times\left\{\frac{h_0}{2(\kappa h_1)^3}\left[\frac{1}{(h_0+\kappa h_1 z)}-\frac{1}{(h_0+\kappa h_1 z_{k+1})}\right]+\frac{h_0(z-z_{k+1})}{2(\kappa h_1)^2(h_0+\kappa h_1 z_{k+1})^2}+\frac{1}{(\kappa h_1)^2}\left[\frac{z}{(h_0+\kappa h_1 z)}-\right.\right.$$

$$\left.-\frac{z_{k+1}}{(h_0+\kappa h_1 z_{k+1})}\right]-\frac{1}{(\kappa h_1)^3}\ln\frac{(h_0+\kappa h_1 z)}{(h_0+\kappa h_1 z_{k+1})}+\frac{z_{k+1}(z-z_{k+1})}{2(\kappa h_1)(h_0+\kappa h_1 z_{k+1})^2}-\frac{z_{k+1}}{2(\kappa h_1)^2}\left[\frac{1}{(h_0+\kappa h_1 z)}-\right.$$

$$\left.\left.-\frac{1}{(h_0+\kappa h_1 z_{k+1})}\right]\right\}H(z-z_{k+1})u(z_{k+1})\Bigg)+$$

$$+12\frac{(1-\nu^2)}{E}\left\{\frac{h_0}{2(\kappa h_1)^3(h_0+\kappa h_1 z)}+\frac{z}{(\kappa h_1)^2(h_0+\kappa h_1 z)}-\right.$$

$$\left.-\frac{1}{(\kappa h_1)^3}\ln(h_0+\kappa h_1 z)\right\}\left[\frac{A_{45}(A_{22}A_{33}-A_{23}A_{32})}{A_{41}(A_{23}A_{32}-A_{22}A_{33})}\right]+6\frac{(1-\nu^2)}{E(\kappa h_1)^2(h_0+\kappa h_1 z)}\times$$

$$\times\left[\frac{A_{23}A_{31}A_{45}-A_{23}A_{35}A_{41}-A_{21}A_{33}A_{45}}{A_{41}(A_{23}A_{32}-A_{22}A_{33})}\right]+z\left[\frac{A_{21}A_{32}A_{45}+A_{22}A_{35}A_{41}-A_{22}A_{31}A_{45}}{A_{41}(A_{23}A_{32}-A_{22}A_{33})}\right]+$$

$$+\left[\frac{A_{11}A_{45}(A_{23}A_{32}-A_{22}A_{33})+A_{12}(A_{21}A_{33}A_{45}+A_{23}A_{35}A_{41}-A_{23}A_{41}A_{45})}{A_{14}A_{41}(A_{23}A_{32}-A_{22}A_{33})}\right],$$

$$\frac{du(z)}{dz}=6P_1\frac{(1-\nu^2)}{E}\left\{\frac{1}{(\kappa h_1)^3}\ln(h_0+\kappa h_1 z)-\frac{z}{(\kappa h_1)^2(h_0+\kappa h_1 z)}-\frac{z^2}{2(\kappa h_1)(h_0+\kappa h_1 z)}-\right.$$

$$\left.-\frac{1}{(\kappa h_1)^3}\ln h_0\right\}-\ 2P_1\frac{(1-\nu^2)}{aE}\left\{\frac{z}{(\kappa h_1)^3}+\frac{h_0^3}{2(\kappa h_1)^4(h_0+\kappa h_1 z)^2}+\frac{5h_0}{2(\kappa h_1)^4}-\frac{3h_0^2}{(\kappa h_1)^4(h_0+\kappa h_1 z)}-\right.$$

$$-\frac{3h_0}{(\kappa h_1)^4}\ln(h_0+\kappa h_1 z)+$$

$$\left.+\frac{3h_0}{(\kappa h_1)^4}\ln h_0\right\}\Bigg)H(z)+\left(2P_1\frac{(1-\nu^2)}{aE}\left\{\frac{(z-a)}{(\kappa h_1)^3}+\frac{h_0^3}{2(\kappa h_1)^4}\left[\frac{1}{(h_0+\kappa h_1 z)^2}-\frac{1}{(h_0+\kappa h_1 a)^2}\right]-\right.\right.$$

$$-\frac{3h_0^2}{(\kappa h_1)^4}\times\left[\frac{1}{(h_0+\kappa h_1 z)}-\frac{1}{(h_0+\kappa h_1 a)}\right]-\frac{3h_0}{(\kappa h_1)^4}\ln\frac{(h_0+\kappa hz)}{(h_0+\kappa h_1 a)}\Bigg\}+$$

$$+6P_1\frac{(1-\nu^2)}{E}\left\{\frac{1}{(\kappa h_1)^2}\left[\frac{z}{(h_0+\kappa h_1 z)}-\frac{a}{(h_0+\kappa h_1 a)}\right]+\frac{1}{2(\kappa h_1)}\left[\frac{z^2}{(h_0+\kappa h_1 z)^2}-\frac{a^2}{(h_0+\kappa h_1 a)^2}\right]-\right.$$

$$\left.-\frac{1}{(\kappa h_1)^3}\ln\frac{(h_0+\kappa h_1 z)}{(h_0+\kappa h_1 a)}\right\}-6P_1\frac{(1-\nu^2)a}{E}\times$$

$$\times\left\{\frac{h_0}{2(\kappa h_1)^2}\left[\frac{1}{(h_0+\kappa h_1 z)^2}-\frac{1}{(h_0+\kappa h_1 a)^2}\right]+\frac{1}{(\kappa h_1)}\left[\frac{z}{(h_0+\kappa h_1 z)^2}-\frac{a}{(h_0+\kappa h_1 a)^2}\right]\right\}+$$

$$+2P_1\frac{(1-\nu^2)a^2}{E}\times\left\{\frac{1}{2(\kappa h_1)}\left[\frac{1}{(h_0+\kappa h_1 z)^2}-\frac{1}{(h_0+\kappa h_1 a)^2}\right]\right\}\Bigg)H(z-a)+$$

$$+6P_1\frac{(1-\nu^2)}{R^2}\sum(z_k+z_{k+1})\times\Bigg((h_0+\kappa h_1 z_k)\Bigg\{\frac{h_0}{2(\kappa h_1)^2}\left[\frac{1}{(h_0+\kappa h_1 z)^2}-\frac{1}{(h_0+\kappa h_1 z_k)^2}\right]+ \tag{8}$$

$$+\frac{z}{(\kappa h_1)(h_0+\kappa h_1 z)^2}-\frac{z_k}{2(\kappa h_1)}\times\left[\frac{1}{(h_0+\kappa h_1 z)^2}-\frac{1}{(h_0+\kappa h_1 z_k)^2}\right]\Bigg\}H(z-z_k)u(z_k)-$$

$$-(h_0+\kappa h_1 z_{k+1})\Bigg\{\frac{h_0}{2(\kappa h_1)^2}\left[\frac{1}{(h_0+\kappa h_1 z)^2}-\frac{1}{(h_0+\kappa h_1 z_{k+1})^2}\right]+\frac{z}{(\kappa h_1)(h_0+\kappa h_1 z)^2}-$$

$$-\frac{z_{k+1}}{2(\kappa h_1)}\left[\frac{1}{(h_0+\kappa h_1 z)^2}+\frac{1}{(h_0+\kappa h_1 z_{k+1})^2}\right]\Bigg\}H(z-z_{k+1})u(z_{k+1})\Bigg)-$$

$$-12\frac{(1-\nu^2)}{E}\left[\frac{h_0}{2(\kappa h_1)^2(h_0+\kappa h_1 z)^2}+\frac{z}{(\kappa h_1)(h_0+\kappa h_1 z)^2}\right]\left[\frac{A_{45}(A_{22}A_{33}-A_{23}A_{32})}{A_{41}(A_{23}A_{32}-A_{22}A_{33})}\right]+$$

$$+6\frac{(1-\nu^2)}{E(\kappa h_1)(h_0+\kappa h_1 z)^2}\times\left[\frac{A_{23}A_{31}A_{45}-A_{23}A_{35}A_{41}-A_{21}A_{33}A_{45}}{A_{41}(A_{23}A_{32}-A_{22}A_{33})}\right]+$$

$$+\left[\frac{A_{21}A_{32}A_{45}+A_{22}A_{35}A_{41}-A_{22}A_{31}A_{45}}{A_{41}(A_{23}A_{32}-A_{22}A_{33})}\right].$$

Полученное решение развито для варианта цилиндрического резервуара с жестким дном и полностью заполненного жидкостью.

ЛИТЕРАТУРА

1. Тюреходжаев А.Н., Кырыкбаев Б.Ж. Решение задачи об изгибе гибкой круглой пластины методом частичной дискретизации дифференциальных уравнений. Известия НАН РК. Серия физико-математическая. 2004. – №3.– С. 66-71. [Tyurekhodzhaev A.N., Kyrykbaev B.ZH. Reshenie zadachi ob izgibe gibkoj krugloj plastiny metodom chastichnoj diskretizacii differencial'nyh uravnenij. Izvestiya NAN RK. Seriya fiziko-matematicheskaya. 2004. – №3.– S. 66-71.]

2 Тюреходжаев А.Н., Кырыкбаев Б.Ж. Изгиб цилиндрической оболочки под воздействием круговой радиальной нагрузки. Междун. научно-техн. конф. «Достижения науки в области стр. мех. и инж. сооруж.». Алматы. – 2005.– С.40-45.[Tyurekhodzhaev A.N., Kyrykbaev B.ZH. Izgib cilindricheskoj obolochki pod vozdejstviem krugovoj radial'noj nagruzki. Mezhdun. nauchno-tekhn. konf. «Dostizheniya nauki v oblasti str. mekh. i inzh. sooruzh.». Almaty. – 2005.– S.40-45.]

Б. Ж. ҚЫРЫҚБАЕВ[1], Н. К. УТЕЛИЕВА[1], Б. Т. ШЫНҒЫСОВ[1], Д. М. МАҚСҰТ[2]

[1]Алматы энергетика және байланыс университеті, Алматы, Қазақстан,
[2]Назарбаев зияткерлік мектебі, Алматы, Казахстан,

ЦИЛИНДРЛІК ҚОЙМАНЫҢ ӨСТІ СИММЕТРИЯЛЫҚ ИІЛІСІ

Мақалада сұйықтықтар, мысалы, мұнай, бензин немесе сусымалы материалдар, астық, т.б. жартылай немесе толық толтырылған цилиндрлік ыдыстың иілуі туралы есептер қарастырлған. Деформацияланбайтын іргетаста орналасқан ыдыс жіңішке серіппелі тұйық шекті қабықша түрінде болжануда.
***Түйін сөздер**: остік симметриялы иілу, ыдыс, сызықтық емес дифференциалды теңдеу.*

B. ZH. KYRYKBAEV[1], N. K. UTELIEVA[1], B. T. SHINGISOV[1], D. M. MAKSUT[2]

[1]Almati University of energy and communications, Almaty, Kazakhstan
[2]Nazarbayev intellectual school, Almaty, Kazakhstan

AXISYMMETRIC BENDING OF A CYLINDRICAL TANK

An article is available on the problem associated with the presence of a completely isolated or partially liquid part, for example, oil, gasoline or in a loose way, for example, with grain. The tank, located on a non-deformable foundation, is a thin elastic closed end shell.
***Key words**: axisymmetric bending, reservoir, nonlinear differential equation.*