

**Д. Б. ЖАКЕБАЕВ<sup>1</sup>, Д. С. АГАДАЕВА<sup>1</sup>\***

<sup>1</sup>Казахский национальный университет им. аль-Фараби, г. Алматы, Казахстан

## МОДЕЛЬ КАН-ХИЛЛИАРДА ДЛЯ СМЕСЕЙ БИНАРНЫХ ЖИДКОСТЕЙ

В статье предоставляется модель, которая подходит для моделирования изменения химического потенциала и скорости притяжения фаз с учетом тепловых эффектов с помощью решения уравнения Кан-Хиллиарда при различных начальных условиях. Тепловое излучение решается в рамках уравнения Кан-Хиллиарда, которое применялось ко многим физическим приложениям, таким как двух- и трехфазное течение жидкости, разделение фаз, визуализация потока и формирование квантовых точек. В данной статье численное решение системы уравнений Кан-Хиллиарда произведено на разнесенной сетке, где скалярные величины (давление, фазовая функция, плотность, вязкость) определяются в центре ячейки, а компоненты скорости – на расстоянии полушага. Численное исследование показало, что использование разнесенной сетки позволяет избежать появления так называемого шахматного осциллирующего шаблона для давления. Дополнительным преимуществом использования разнесенной сетки является тот факт, что дискретное поле давления автоматически удовлетворяет дискретному представлению интегрального граничного условия.

**Ключевые слова:** уравнение Кан-Хиллиарда, разнесенная сетка, интерполяция, сила поверхностного натяжения.

**Введение.** Уравнение Кан-Хиллиарда возникло из модели разделения фаз, которая называется спинодальным разложением в бинарном сплаве [1, 2]. Поскольку спинодальное разложение является одной из немногих моделей фазового превращения в твердых телах [3], уравнение применяется к различным задачам в теоретических и экспериментальных областях материаловедения, таких как морфологическая неустойчивость, вызванная упругим неравновесием, окраска изображений, многофазный поток жидкости, фазовое разделение [4,5], визуализация потока и формирование квантовых точек [6]. Уравнение Кан-Хиллиарда в дифференциальной форме выглядит следующим образом:

$$\alpha_T \rho \frac{\partial u}{\partial t} = \alpha_\mu \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) - \frac{\partial P}{\partial x} + \quad (1)$$

$$\varepsilon \beta \left[ \delta \frac{\partial}{\partial x} \left[ \left( \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial \varphi}{\partial y} \right)^2 \right] - \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right) \left( \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right) \left( \frac{\partial \varphi}{\partial y} \right) \right] + \rho e_x$$

$$\alpha_T \rho \frac{\partial v}{\partial t} = \alpha_\mu \left( \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) - \frac{\partial P}{\partial y} + \quad (2)$$

$$\varepsilon \beta \left[ \delta \frac{\partial}{\partial y} \left[ \left( \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial \varphi}{\partial y} \right)^2 \right] - \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial \varphi}{\partial y} \right) \left( \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\partial \varphi}{\partial y} \right) \left( \frac{\partial \varphi}{\partial y} \right) \right] + \rho e_y$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (3)$$

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} + u \frac{\partial \varphi}{\partial x} + v \frac{\partial \varphi}{\partial y} = \varepsilon \left[ \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} \right] \quad (4)$$

$$\theta = -\varepsilon \left[ \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} \right] + \frac{4\alpha}{\varepsilon} \varphi (\varphi^2 - 1) \quad (5)$$

где  $\alpha_T = \frac{L}{gT^2}$ ,  $\alpha_\mu = \frac{2_\mu}{gTL\rho_0}$ ,  $I$  – единичный тензор,  $\rho_0$  – средняя плотность,  $\beta$  – характеризует поверхностное натяжение,  $\theta$  – химический потенциал,  $\varphi$  – фазовое поле,  $T$  – характерное время процесса и  $v, u$  – компоненты скорости.

**Численный метод.** Численное решение системы уравнений (1)-(5) проведено на разнесенной сетке. Так, скалярные величины как давление, фазовая функция, плотность, вязкость определяются в центре ячейки [8,13,14]. А компоненты скорости на разнесенной сетке определены на расстоянии полушага от центра ячейки [10,11,12].

$$\int_c \vec{u} \cdot \vec{n} ds, \quad (6)$$

где  $c$  – граница области расчета.

Для получения разностного аналога задачи (1)-(5) использовались следующие дискретизации [7,18]:

$$\left[ \alpha_T \rho \frac{\partial u}{\partial t} \right]_{i+\frac{1}{2}j} = \alpha_T \rho_{i+\frac{1}{2}j} \frac{u_{i+\frac{1}{2}j}^{n+1} - u_{i+\frac{1}{2}j}^n}{\tau} \quad (7)$$

$$\left[ \alpha_\mu \left[ \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right] \right]_{i+\frac{1}{2}j} = \alpha_\mu_{i+\frac{1}{2}j} \left( \frac{u_{i+\frac{3}{2}j} - 2u_{i+\frac{1}{2}j} + u_{i-\frac{1}{2}j}}{dx^2} + \frac{u_{i+\frac{1}{2}j+1} - 2u_{i+\frac{1}{2}j} + u_{i+\frac{1}{2}j-1}}{dy^2} \right) \quad (8)$$

$$\left[ -\frac{\partial P}{\partial x} \right]_{i+\frac{1}{2}j} = \frac{P_{i+1j} - P_{ij}}{dx} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} & \left[ \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial \varphi}{\partial y} \right)^2 \right]_{i+\frac{1}{2}j} + \left[ \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\partial \varphi}{\partial y} \right) \left( \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right) \right]_{i+\frac{1}{2}j} = \\ & \frac{\frac{\partial \varphi}{\partial y} \Big|_e \cdot \frac{\partial \varphi}{\partial y} \Big|_e - \frac{\partial \varphi}{\partial y} \Big|_w \cdot \frac{\partial \varphi}{\partial y} \Big|_w}{dx} - \frac{\frac{\partial \varphi}{\partial x} \Big|_n \cdot \frac{\partial \varphi}{\partial y} \Big|_n - \frac{\partial \varphi}{\partial x} \Big|_s \cdot \frac{\partial \varphi}{\partial y} \Big|_s}{dy}, \end{aligned} \quad (10)$$

где промежуточные производные находятся следующим образом:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \varphi}{\partial x} \Big|_n &= \frac{(\varphi_{i+1j+1} - \varphi_{i-1j+1})}{2dx} \\ \frac{\partial \varphi}{\partial x} \Big|_s &= \frac{(\varphi_{i+1j} - \varphi_{i-1j})}{2dx} \end{aligned}$$

$$\frac{\mathbb{J}}{\mathbb{Y}}|_e = \frac{0.5 \times (\dot{j}_{ij+1} - \dot{j}_{i+1j+1}) - 0.5 \times (\dot{j}_{ij} - \dot{j}_{i+1j})}{dy}$$

$$\frac{\partial \varphi}{\partial y}|_w = \frac{0.5 \cdot (\varphi_{i-1j+1} - \varphi_{ij+1}) - 0.5 \cdot (\varphi_{i-1j} - \varphi_{ij})}{dy}$$

и

$$\left[ \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right)^2 \right]_{ij+\frac{1}{2}} + \left[ \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial \varphi}{\partial y} \right) \left( \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right) \right]_{ij+\frac{1}{2}} =$$

$$\frac{\frac{\partial \varphi}{\partial x}|_n \cdot \frac{\partial \varphi}{\partial x}|_n - \frac{\partial \varphi}{\partial x}|_s \cdot \frac{\partial \varphi}{\partial x}|_s}{dy} - \frac{\frac{\partial \varphi}{\partial y}|_e \cdot \frac{\partial \varphi}{\partial x}|_e - \frac{\partial \varphi}{\partial y}|_w \cdot \frac{\partial \varphi}{\partial x}|_w}{dx} \quad (11)$$

Аналогичные разностные аналоги строятся для уравнения (1), центрированного относительно точки  $\left( ij + \frac{1}{2} \right)$ . Значения  $\rho$  и  $\alpha_\mu$  на расстоянии полушага от центра ячейки находятся с помощью простой интерполяции [9]:

$$\left\{ \begin{array}{l} \rho_{i+\frac{1}{2}j} = \frac{\rho_{i+1j} + \rho_{ij}}{2} \\ \rho_{i-\frac{1}{2}j} = \frac{\rho_{i-1j} + \rho_{ij}}{2} \\ \rho_{ij+\frac{1}{2}} = \frac{\rho_{ij+1} + \rho_{ij}}{2} \\ \rho_{ij-\frac{1}{2}} = \frac{\rho_{ij-1} + \rho_{ij}}{2} \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \alpha_{\mu i+\frac{1}{2}j} = \frac{\alpha_{\mu i+1j} + \alpha_{\mu ij}}{2} \\ \alpha_{\mu i-\frac{1}{2}j} = \frac{\alpha_{\mu i-1j} + \alpha_{\mu ij}}{2} \\ \alpha_{\mu ij+\frac{1}{2}} = \frac{\alpha_{\mu ij+1} + \alpha_{\mu ij}}{2} \\ \alpha_{\mu ij-\frac{1}{2}} = \frac{\alpha_{\mu ij-1} + \alpha_{\mu ij}}{2} \end{array} \right.$$

Разностные аналоги для уравнения (3)

$$\left[ \frac{\partial \varphi}{\partial t} \right]_{ij} = \frac{\varphi_{ij}^{n+1} - \varphi_{ij}^n}{\tau} \quad (12)$$

$$\left[ u \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right]_{ij} = \left[ \frac{\partial u \varphi}{\partial x} \right]_{ij} = \frac{\left( u_{i+\frac{1}{2}j} \cdot \varphi_{i+\frac{1}{2}j} - u_{i-\frac{1}{2}j} \cdot \varphi_{i-\frac{1}{2}j} \right)}{dx} \quad (13)$$

$$\left[ v \frac{\partial \varphi}{\partial y} \right]_{ij} = \left[ \frac{\partial v \varphi}{\partial y} \right]_{ij} = \frac{\left( v_{ij+\frac{1}{2}} \cdot \varphi_{ij+\frac{1}{2}} - v_{ij-\frac{1}{2}} \cdot \varphi_{ij-\frac{1}{2}} \right)}{dy} \quad (14)$$

$$\left[ \varepsilon \left[ \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} \right] \right]_{ij} = \varepsilon \frac{\theta_{i+1j} - 2\theta_{ij} + \theta_{i-1j}}{dx^2} \quad (15)$$

$$\left[ \varepsilon \left[ \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} \right] \right]_{ij} = \varepsilon \frac{\theta_{ij+1} - 2\theta_{ij} + \theta_{ij-1}}{dy^2} \quad (16)$$

$$\left[ \varepsilon \left[ \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} \right] \right]_{ij} = \varepsilon \frac{\varphi_{i+1j} - 2\varphi_{ij} + \varphi_{i-1j}}{dx^2} \quad (17)$$

$$\left[ \varepsilon \left[ \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} \right] \right]_{ij} = \varepsilon \frac{\varphi_{ij+1} - 2\varphi_{ij} + \varphi_{ij-1}}{dy^2} \quad (18)$$

$$\left[ \frac{4\alpha}{\varepsilon} \varphi (\varphi^2 - 1) \right]_{ij} = \frac{4\alpha}{\varepsilon} \varphi_{ij} (\varphi_{ij}^2 - 1) \quad (19)$$

Решение дискретных уравнений (1)-(3) проведено так называемым МАС методом [15,19,20]. В данном методе нахождение нового поля скорости выражается в виде

$$u_{i+\frac{1}{2}j}^{n+1} = F_{i+\frac{1}{2}j}^n - \frac{\tau}{dx} [p_{i+1j}^{n+1} - p_{ij}^{n+1}], \quad (20)$$

где

$$F_{i+\frac{1}{2}j}^n = u_{i+\frac{1}{2}j}^n + \tau \left[ \alpha_{\mu_{i+\frac{1}{2}j}} \left( \frac{u_{i+\frac{3}{2}j} - 2u_{i+\frac{1}{2}j} + u_{i-\frac{1}{2}j}}{dx^2} + \frac{u_{i+\frac{1}{2}j+1} - 2u_{i+\frac{1}{2}j} + u_{i+\frac{1}{2}j-1}}{dy^2} \right) + f_{\sigma x} \right], \quad (21)$$

где  $f_{\sigma x}$  – сила поверхностного натяжения выраженная (10), умноженного на коэффициенты  $\beta$ . Аналогично строится явное выражение для компоненты скорости  $v$ :

$$v_{ij+\frac{1}{2}}^{n+1} = G_{ij+\frac{1}{2}}^n - \frac{\tau}{dy} [p_{ij+1}^{n+1} - p_{ij}^{n+1}] \quad (22)$$

$$G_{ij+\frac{1}{2}}^n = v_{ij+\frac{1}{2}}^n + \tau \left[ \alpha_{\mu_{i+\frac{1}{2}j}} \left( \frac{v_{ij+\frac{3}{2}} - 2v_{ij+\frac{1}{2}} + v_{ij-\frac{1}{2}}}{dy^2} + \frac{v_{i+1j+\frac{1}{2}} - 2v_{ij+\frac{1}{2}} + v_{i-1j+\frac{1}{2}}}{dy^2} \right) + f_{\sigma y} \right] \quad (23)$$

Новое поле скоростей должно удовлетворять уравнению сохранения массы. Подставляя выражения для  $u_{i+\frac{1}{2}j}^{n+1}$ ,  $v_{ij+\frac{1}{2}}^{n+1}$  в уравнения неразрывности, получаем уравнение Пуассона для давления:

$$\frac{\Delta t}{h^2} \left[ \frac{1}{\rho_{i+\frac{1}{2}k}} P_{i+1k} + \frac{1}{\rho_{i-\frac{1}{2}k}} P_{i-1k} + \frac{1}{\rho_{ij+\frac{1}{2}}} P_{ij+1} + \frac{1}{\rho_{ij-\frac{1}{2}}} P_{ij-1} - \left( \frac{1}{\rho_{i+\frac{1}{2}j}} + \frac{1}{\rho_{i-\frac{1}{2}j}} + \frac{1}{\rho_{ij+\frac{1}{2}}} + \frac{1}{\rho_{ij-\frac{1}{2}}} \right) P_{ij} \right] = \frac{F_{i+\frac{1}{2}j} - F_{i-\frac{1}{2}j}}{dx} + \frac{G_{ij+\frac{1}{2}} - G_{ij-\frac{1}{2}}}{dy} \quad (24)$$

Уравнение Пуассона решалось методом сопряженных градиентов с предобуславливателем Халецкого [16,17]. После решения уравнения Пуассона для давления находится новое поле скоростей (20), (22), после чего находятся новые значения фазовой функции выраженной явными формулами:

$$\phi_{ij}^{n+1} = \phi_{ij}^n + \tau \left[ \frac{\left( u_{i+\frac{1}{2}j} \cdot \phi_{i+\frac{1}{2}j} - u_{i-\frac{1}{2}j} \cdot \phi_{i-\frac{1}{2}j} \right)}{dx} - \frac{\left( v_{ij+\frac{1}{2}} \cdot \phi_{ij+\frac{1}{2}} - v_{ij-\frac{1}{2}} \cdot \phi_{ij-\frac{1}{2}} \right)}{dy} + \varepsilon \frac{\theta_{i+1j} - 2\theta_{ij} + \theta_{i-1j}}{dx^2} + \varepsilon \frac{\theta_{ij+1} - 2\theta_{ij} + \theta_{ij-1}}{dy^2} \right]^n$$

$$\theta_{ij}^n = \left( \varepsilon \frac{\phi_{i+1j} - 2\phi_{ij} + \phi_{i-1j}}{dx^2} + \varepsilon \frac{\phi_{ij+1} - 2\phi_{ij} + \phi_{ij-1}}{dy^2} - \frac{4\alpha}{\varepsilon} \phi_{ij} (\phi_{ij}^2 - 1) \right)^n$$

**Результаты моделирования.** Численное решение показало, что уменьшение коэффициента  $\varepsilon$  приводит к снижению химической скорости притяжения фаз, как показано на рисунке 1 и 2 (где размер сетки взят как 64 на 64; область в размере: [0:4] x [0:4] с временным шагом, равным 0.000001):

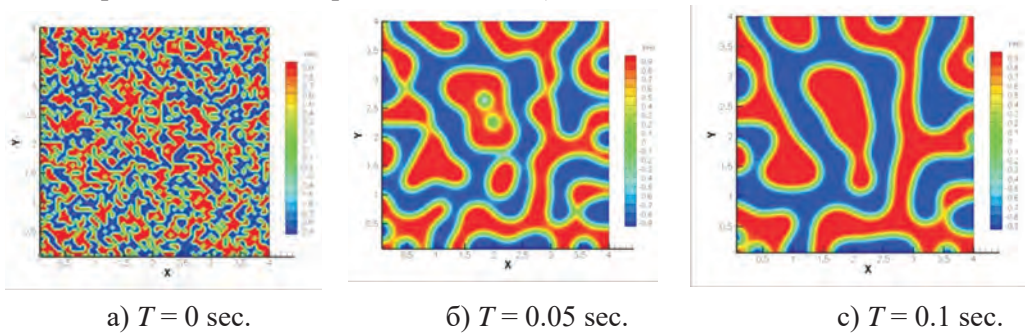


Рисунок 1 –  $\varepsilon = 0.1$ ;  $\alpha = 1$ ;  $\beta = 1$ .

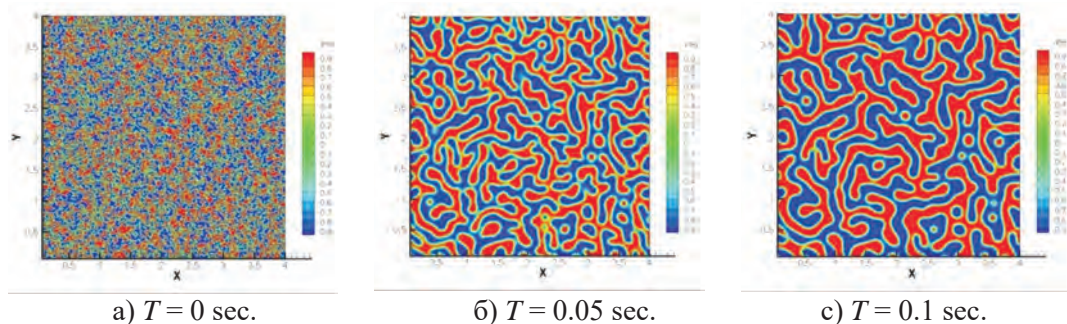


Рисунок 2 –  $\varepsilon = 00.1$ ;  $\alpha = 1$ ;  $\beta = 1$ .

Кроме того, при увеличении коэффициента поверхностного натяжения наблюдается более быстрое образование формы в виде шара, что изображено на рисунке 3 и 4 (где размер сетки взято как 120 на 120; область в размере:  $[0:5] \times [0:5]$  с временным шагом, равным 0.0001):

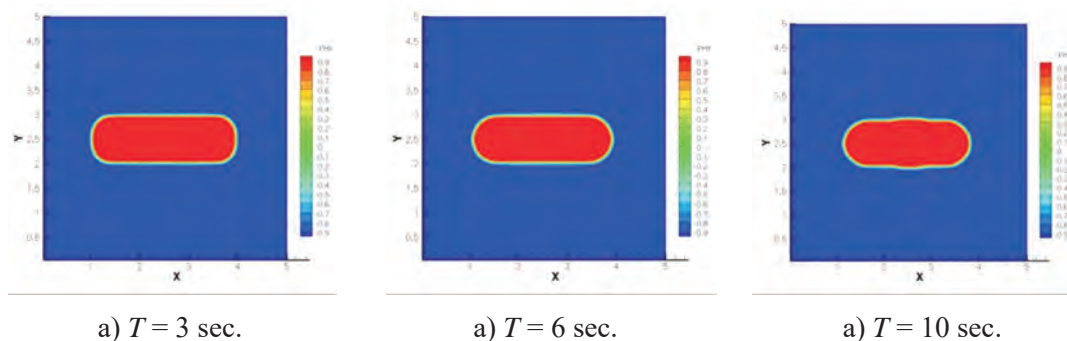


Рисунок 3 –  $\varepsilon = 0.005$ ;  $\alpha = 0,01$ ;  $\beta = 0,1$ ,  $\rho_1 = 0,333$ ,  $\rho_2 = 1$ .

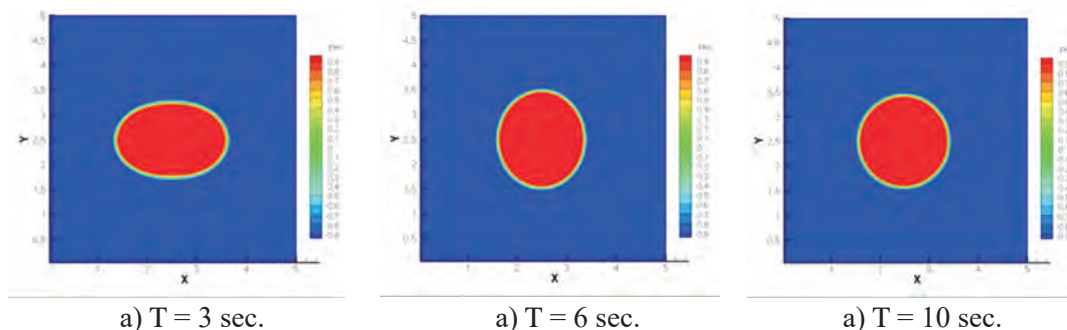


Рисунок 4 –  $\varepsilon = 0.005$ ;  $\alpha = 0,01$ ;  $\beta = 1$ ,  $\rho_1 = 0,333$ ,  $\rho_2 = 1$ .

**Закключение.** Таким образом, разработана математическая модель и численный алгоритм для моделирования различных смесей бинарных жидкостей с учетом тепловых эффектов, используя уравнение Кан-Хилларда. Модель Кан-Хилларда решена

МАС методом на разнесенной сетке, в результате уменьшение коэффициента  $\varepsilon$  приводит к снижению химической скорости притяжения фаз. Кроме того, можно заметить, что жидкость образует форму шара быстрее, учитывая увеличение коэффициента поверхностного натяжения  $\beta$ .

Работа выполнена при поддержке грантового финансирования научно-технических программ и проектов Комитетом науки Министерства образования и науки Республики Казахстан, грант №АР08053154.

## ЛИТЕРАТУРА

- 1 J.W. Cahn, J.E. Hilliard Free energy of a non-uniform system//Journal of Chemical Physics. – 1958. – №28 – С. 258-267.
- 2 J.W. Cahn On spinodal decomposition// Journal of Acta. Metall. – 1961. – №9 – С. 795-801.
- 3 Kershaw D. S. The incomplete Cholesky–conjugate gradient method for the iterative solution of systems of linear equations //Journal of Computational Physics. – 1978. – Т. 26. – №. 1 – С. 43-65.
- 4 Morvan D., Dupuy J.L. Modeling of fire spread through a forest fuel bed using a multiphase formulation// Journal of Combustion and Flame – 2001. – №127 – С. 1981-1994.
- 5 Batchelor G. K. Heat convection and buoyancy effects in fluids//Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society – 1954. – V. 80 – №345.
- 6 N. Zhang, Z. Zheng, An improved direct-forcing immersed boundary method for finite difference applications// Journal of Comput. Phys. – 2007. – №221 – С. 250-268.
- 7 Yakush S.E. Hydrodynamics and combustion of gas and two-phase emissions in an open atmosphere: Dis. doc Phys.-Mat. Sciences/Institute for Problems of Mechanics RAS. – Moscow, 2000. – С.336.
- 8 Zatevakhin M.A. Turbulent Thermal in a Humid Atmosphere// Journal of High Temperature – 2001. – V. 39 – №4 – С.532–539.
- 9 F. Harlow, J. Welch, Numerical Calculation of time-dependent viscous incompressible flow of fluid with free surface// Journal of Phys. Fluids – 1965. – №12 – С.2182-2189.
- 10 B. Buzbee, F. Dorr, J. George, G. Golub, The direct solution of the discrete Poisson equation on irregular regions//SIAM Journal of Num. Anal. – 1974. – №11 – С.753-763.
- 11 Kleivelend R.N. Modelling of soot formation and oxidation in turbulent diffusion flames, 2005.
- 12 Modest M. F. Radiative heat transfer. McGraw-Hill, 1993.
- 13 Brookes S.J., Moss J.B. Predictions of Soot and Thermal Radiation Properties in Confined Turbulent Jet Diffusion Flames, 1999.
- 14 P. Tucker, Z. Pan, A Cartesian cut-cell method for incompressible viscous flow// Journal of Appl. Math. Model – 2000. – №24 – С.591-606.
- 15 Van Wagner C.E. Conditions for the start and spread of crown fire//Canadian Journal of Forest Research – 1977. – №7 – С. 23-34.
- 16 Alexander M.E. Crown fire thresholds in exotic pine plantations of Australasia. PhD thesis, Department of Forestry, Australian National University, 1998.
- 17 Van Wagner C.E Prediction of crown fire behavior in conifer stands. In '10th conference on fire and forest meteorology'. Ottawa, Ontario. (Eds D. C. MacIver, H. Auld and R. Whitewood), 1989.– С. 207-212.
- 18 Xanthopoulos G. Development of a wildland crown fire initiation model. PhD thesis, University of Montana, 1990.



19 Rothermel R.C. Crown fire analysis and interpretation. In 11th International conference on fire and forest meteorology. Missoula, Montana, USA, 1991.

**Д. Б. ЖАКЕБАЕВ<sup>1</sup>, Д. С. АГАДАЕВА<sup>1</sup>**

<sup>1</sup>Әл-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университеті, Алматы қ., Қазақстан

## **БИНАРЛЫ СҰЙЫҚТЫҚ ҚОСПАЛАРЫНА АРНАЛҒАН КАН-ХИЛЛАРДЫ МОДЕЛІ**

Мақалада әр түрлі бастапқы шарттарда Кан-Хиллиард теңдеуін шешу арқылы жылу эффектілерін ескере отырып, химиялық потенциалдың өзгеруі мен фазалардың тартылу жылдамдығын модельдеуге арналған модель ұсынылған. Жылу сәулесі Кан-Хиллиард теңдеуі аясында шешіледі, ол екі және үш фазалы сұйықтық ағымы, фазалардың бөлінуі, ағынды визуализациялау және кванттық нүктелердің пайда болуы сияқты көптеген физикалық қосымшаларға қолданылған. Бұл мақалада Кан-Хиллиард теңдеуі жүйесінің сандық шешімі кеңейтілген торда жасалады, онда скаляр шамалар (қысым, фазалық функция, тығыздық, тұтқырлық) ұяшықтың ортасында, ал жылдамдық компоненттері жарты қадам қашықтықта анықталады. Сандық зерттеу көрсеткендей, таратылған торды қолдану қысым үшін Шахмат тербелісі деп аталатын үлгіні болдырмауға мүмкіндік береді. Кеңейтілген торды қолданудың қосымша артықшылығы – дискретті қысым өрісі интегралды шекаралық жағдайдың дискретті көрінісін автоматты түрде қанағаттандырады.

**Түйін сөздер:** Кан-Хиллиард теңдеуі, кеңейтілген тор, интерполяция, беттік керілу күші.

**D. ZHAKEBAYEV<sup>1</sup>, D. AGADAYEVA<sup>1</sup>**

<sup>1</sup>Al-Farabi Kazakh National University., Almaty, Kazakhstan

## **KAHN-HILLIARD MODEL FOR MIXTURES OF BINARY LIQUIDS**

This article presents a model that is suitable for modeling changes in the chemical potential and the rate of attraction of phases, taking into account thermal effects, by solving the Kahn-Hilliard equation under various initial conditions. Thermal radiation is solved in the framework of the Kahn-Hilliard equation, which has been applied to many physical applications, such as two - and three-phase fluid flow, phase separation, flow visualization, and quantum dot formation. In this article, the numerical solution of the Kahn-Hilliard equation is made on a spaced grid, where the scalar values (pressure, phase function, density, viscosity) are determined in the center of the cell, and the velocity components are at a distance of half a step. Numerical research has shown that the use of a spaced grid avoids the appearance of a so-called staggered oscillating pattern for pressure. An additional advantage of using a spaced grid is that the discrete pressure field automatically satisfies the discrete representation of the integral boundary condition.

**Key words:** the Kahn-Hilliard equation, spaced grid, interpolation, surface tension.