## С. К. АТАНОВ <sup>1</sup>, А. 3. \*БИГАЛИЕВА<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Евразийский национальный университет имени Л.Н.Гумилёва, Казахстан <sup>2</sup> Карагандинский технический университет, Караганда, Казахстан atanov5@mail.ru, alfija84@mail.ru

## СИНТЕЗ LQG РЕГУЛЯТОРА ДЛЯ ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИМ ПРОЦЕССОМ ТОНКОГО ПОМОЛА

Представлена разработка линейно-квадратичного гауссовского регулятор (LQG) для интеллектуального управления технологическим процессом тонкого помола. LQG регулятор был разработан для контроля качества выходного материала мельницы. В разработанном LQG регуляторе учтены внешние возмущения (шум процесса) и шум в измерениях, моделируемых как белый шум с гауссовым распределением. Регулятор разработан на основе комбинации стационарного линейного квадратичного регулятора (LQR) и оценки состояния фильтра Калмана (LQE) в стационарном состоянии путем решения матричного уравнения Риккати с целью определения коэффициента усиления балмана.

В ходе работы: построена математическая модель процесса помола, произведен анализ частотных характеристик полученной модели; произведена проверка модели на устойчивость, управляемость и наблюдаемость, на основе модели синтезирован LQG регулятор. Переходные характеристики процессов подтвержают точное управление. Моделирование реализовано в среде MATLAB.

**Ключевые слова:** интеллектуальное управление, системы обратной связи, управление процессами, LQG регулятор, LQR регулятор, фильтр Калмана.

Введение. Линейный квадратичный гауссовский контроллер (LQG) — это оптимальный закон управления с обратной связью на основе датчиков, который минимизирует заданный квадратичный функционал. Оптимальное решение LQG получается путем объединения оптимального усиления обратной связи LQR с оцененным состоянием, полученным оптимальным фильтром Калмана. Принцип разделения гарантирует, что они могут быть разработаны и рассчитаны независимо [1]. Эта теория учитывает наличие гауссовых помех белого шума, действующих на систему [2]. Таким образом, система управления должна быть разработана так, чтобы она была устойчивой к этим ошибкам моделирования.

Постановка задачи. В качестве объекта управления принята мельница планетарного типа, которая производит тонкий и сверхтонкий помол материала. Материалом измельчения в мельнице является шлак медеплавильного производства, из которого выделяют металлическую медь. Контроль качества помола в мельнице осуществляется гранулометром, предназначенным для непрерывного автоматического контроля гранулометрического состава шлака, без отбора проб, непосредственно в потоке и обеспечивающим непрерывное определение и отображение на дисплее величины процентного содержания контрольных классов крупности частиц в пульпе.

Целью оптимального управления процессом измельчения является поддержание заданного значения качества помола. Регулирование осуществляется изменением величины входящего потока заслонкой.

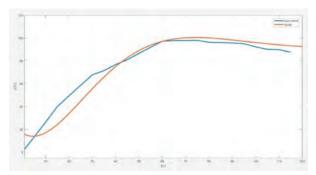
<sup>\*</sup>Адрес для переписки. E-mail: alfija84@mail.ru

**Построение модели системы.** В рамках научного исследования, на этапе идентификации технологического процесса [3,4], для построения наиболее точной модели были проведены ряд экспериментов на реальном объекте управления. На основе данных, полученных в результате проведённых опытов, определена переходная характеристика процесса помола [3,4]

Передаточная функция равна:

$$H(s) = \frac{141s^2 - 1,5s + 2,4}{s^3 + 8,5s^2 + 0,55s + 0,026}$$

Результаты моделирования в среде MATLAB переходных характеристик процесса на основании данных эксперимента и полученной математической модели представлены на рисунке 1.



**Рисунок 1** – Переходные характеристики процесса по эксперименту и передаточной функции

Полученная математическая модель адекватно описывает эксперимент, что удовлетворяет требованию, предъявляемому к ней.

Для проверки обязательного требования к линейным системам на устойчивость, управляемость и наблюдаемость необходимо полученную модель в tf-форме записать в виде уравнения пространств состояний [1] (ss-форма). В результате преобразования система, представленная в ss-форме, имеет вид:

$$\dot{x} = Ax + Bu 
y = Cx + Du'$$
(1)

где A — матрица системы, B — матрица управления, C — матрица выхода, D — матрица прямой связи равны:

$$A = \begin{bmatrix} -8,5 & -0,55 & -0,208 \\ 1,0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,125 & 0 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 16 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 8.8125 & -0,0938 & 1,2 \end{bmatrix}, \quad D = 0. \quad (2)$$

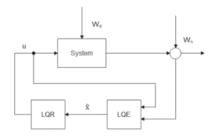
Следуя определению управляемости и наблюдаемости [5], rank  $Q_u = 3$ , что говорит об устойчивости системы. По аналогии с управляемостью, сформулирован алгебраический критерий наблюдаемости. rank  $Q_n = 3$ , матрица имеет полный ранг, следовательно, система полностью наблюдаема.

Анализ модели дал положительный результат, полученная математическая модель процесса помола может быть использована для синтеза LQG регулятора.

**Синтез LQG регулятора.** Согласно принципу разделения, на котором основывается решение задачи LQG [6], решение исходной задачи распадается на решение двух задач более простого вида [1].

- разработка линейного квадратичного регулятора (LQR);
- создание оптимального наблюдателя (LQE). Фильтрация Калмана.

На рисунке 2 показана конфигурация системы LQG.



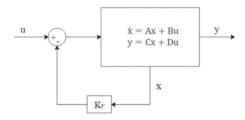
**Рисунок 2** – Конфигурация системы LQG.

Принимая во внимание шум процесса и измерения, модель системы в пространстве состояний принимает вид:

$$\dot{x} = Ax + Bu + W_d$$
$$y = Cx + Wn$$

где  $W_{_d}$  — шум процесса,  $W_{_n}$  — шум измерений. Оба моделируются как белый шум с гауссовым распределением.

**Синтез LQR регулятора.** LQR – это тип оптимального управления, основанный на представлении в пространстве состояний (1) (рисунок 3) [5,6].



**Рисунок 3** – Конфигурация системы LQR

Эффективность регулирования измеряется интегральным квадратичным функционалом в виде:

$$J(u) = \int_0^\infty (x^T Q x + u^T R u) dt .$$

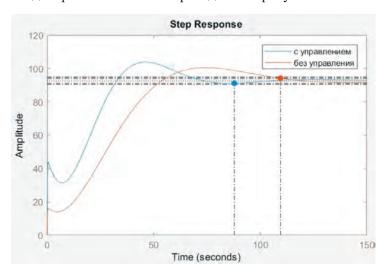
Весовые матрицы Q и R задаются пользователем и определяют компромисс между эффективностью регулирования и усилием управления [7,8]. В настоящее время не

существует единого метода, который подходит всем для выбора этих весов; настройка Q и R интуитивна.

При разработке контроллера LQR функция lqr в среде MATLAB [9] может использоваться для определения значения вектора  $K_r$ , который определяет закон управления с обратной связью. Это делается путем выбора двух значений параметра: R=1000 и  $Q=C^T*C$ , где  $C^T$  — транспонирование матрицы C из уравнений состояния (2). Регулятор настраивается путем замены ненулевых элементов в матрице R, что делается в коде m-файла.

$$R = 1000; \quad Q = \begin{bmatrix} 77,6602 & -0.8262 & 10.5750 \\ -0.8262 & 0.0088 & -0.1125 \\ 10.5750 & -0.1125 & 1.4400 \end{bmatrix}; \quad K_r = \lg r [A, B, Q, R].$$

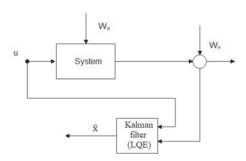
Результаты моделирования системы приведены на рисунке 4:



**Рисунок 4** – Переходный процесс в системе без управления и с управлением LQR при условии

Очевидно, что регулятор обладает большей мощностью. Время переходного процесса в системе сокращается. Интенсивная работа обратной связи повышает точность управления.

Создание оптимального наблюдателя (LQE). Фильтрация Калмана. Фильтр Калмана обеспечивает оптимальный алгоритм обработки рекурсивных данных, который работает таким образом, что текущее оценочное значение состояния определяется предыдущим оцененным значением состояния и текущими измеренными данными вместо полных измеренных данных (рисунок 5) [10].



**Рисунок 5** – Конфигурация фильтра Калмана

LQ-оптимальная обратная связь по состоянию  $u = K_{r}x$  не может быть реализована без полного измерения состояния. Однако мы можем вывести оценку состояния x так, чтобы  $u = -K_{r}x$  оставалась оптимальной для задачи обратной связи. Эта оценка состояния генерируется фильтром Калмана [11].

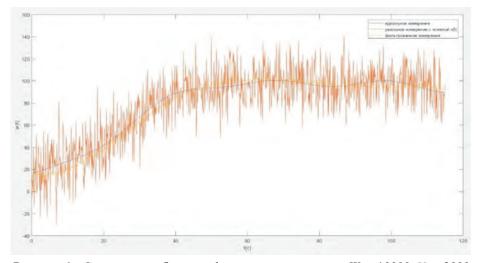
$$\frac{d}{dt}\hat{x} = A\hat{x} + Bu + L(y - C\hat{x} - Du),$$

При разработке фильтра Калмана функция kalman в среде MATLAB [9] может использоваться для определения массива с искомой матрицей L фильтра Калмана.

Настройка фильтра производится путем изменения значений в коде m-файла:  $L = \text{kalman}[\text{sys}, W_n, V_n];$ 

В результате моделирования поведения системы имеем следующие значения компонентов матрицы  $L=(l_1,l_2,l_3)'$  оптимального наблюдателя:  $Q_n=0.3, R_n=3000 \rightarrow L=[0.1109; 0.0062; 0.0404];$ 

Выбранные значения коэффициентов наблюдателя дают наилучшие результаты. Качество фильтрации сигнала высокое. Результат соединения объекта управления и фильтра показан на рисунке 6.



**Рисунок 6** – Соединение объекта и фильтра при значениях  $W_d = 10000, V_n = 3000$ 

Результаты проведённых исследований, моделирования и анализа показывают, что LQG обеспечивает точное управление, а фильтр Калмана является оптимальной оценкой при работе с гауссовским белым шумом.

Заключение. Оптимальное управление технологическим процессом измельчения поддерживает заданное значения качества помола. Цель работы достигнута. Интерес в работе вызывает то, данный метод управления не применялся к такому типу объектов управления. Приведённые результаты моделирования, разработанной интеллектуальной системы в конкретных технологических ситуациях, демонстрируют, что синтезированный способ управления по сравнению с существующим на сегодняшний день традиционным способом управления процессом измельчения позволит получить существенную, по крайней мере на 10%, экономию по энергозатратам при сохранении высокой производительности мельницы по загрузке.

#### ЛИТЕРАТУРА

- 1 Веремей Е. И. Линейные системы с обратной связью. СПб.: Изд-во «Лань», 2013. 448 с. [Veremej E. I. Linejnye sistemy s obratnoj svyaz'yu. SPb.: Izd-vo «Lan'», 2013. 448 s.]
- 2 K. J. Aström, R. M. Murray. Feedback Systems: An Introduction for Scientists and Engineers. Princeton University Press, 2010 408p.
- 3 Бойков И.В., Кривулин Н.П. Методы идентификации динамических систем // Программные системы: теория и приложения. 2014. –Т. 5. № 5-2(23). С. 79-96. [Bojkov I.V., Krivulin N.P. Metody identifikacii dinamicheskih sistem // Programmnye sistemy: teoriya i prilozheniya. 2014. –Т. 5. № 5-2(23). S. 79-96.]
- 4 B. Bamieh and L. Giarré. Identification of linear parameter varying models. Int. J. Rob. Nonl. Cont., 12:841–853, 2002.
- 5 S. Skogestad, I. Postlethwaite. Multivariable Feedback Control: Analysis and Design –Wiley, 2005 608p.
- 6 J. C. Doyle, B. A. Francis, A. R. Tannenbaum. Feedback Control Theory. Dover Publications, 2013 226p.
  - 7 R. F. Stengel. Optimal Control and Estimation. Dover Publications. Reissue edition, 2012 672p.
  - 8 Aly El-Osery. MATLAB Tutorial. http://www.ee.nmt.edu/ 2004
- 9 M. Grewal, A. Andrews. Kalman Filtering Theory and Practice Using MATLAB. 4th ed. John Wiley & Sons, 2015 617p.
- 10 Ч. Филипс, Р. Харбор. Системы управления с обратной связью. М.: Лаборатория базовых знаний. 2001-616 с [Ch. Filips, R. Harbor. Sistemy upravleniya s obratnoj svyaz'yu. М.: Laboratoriya bazovyh znanij. 2001-616 с]

### С. К. АТАНОВ <sup>1</sup>, А. 3. БИГАЛИЕВА<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университеті, Нұр-Сұлтан, Қазақстан <sup>2</sup> Қарағанды техникалық университеті, Қарағанды, Қазақстан

МАЙДА ҰНТАҚТАУДЫҢ ТЕХНОЛОГИЯЛЫҚ ПРОЦЕСІН ИНТЕЛЛЕКТУАЛДЫҚ БАСҚАРУҒА АРНАЛҒАН LQG РЕТТЕУІШІНІҢ СИНТЕЗІ

Мақалада ұсақ ұнтақтаудың технологиялық процесін интеллектуалды басқаруға арналған сызықты-квадраттық Гауссикалық контроллердің (LQG) дамуы ұсынылған. LQG реттегіші диірмен шығарудың сапасын бақылауға арналған. Әзірленген LQG контроллері Гауссий үлестірімі бар ақ шу ретінде модельделген өлшеулердегі сыртқы бұзылуларды (технологиялық шу) және шуды ескереді. Контроллер стационарлық сызықты квадраттық контроллердің (LQR) үйлесімі және Калман фильтрациясының матрицалық теңдеуін шешу арқылы Риккатының матрицалық теңдеуін шешу арқылы стационарлық күйдегі Кальман сүзгісінің (LQE) жағдайын бағалау негізінде жасалды.

Жұмыс барысында: тегістеу процесінің математикалық моделі жасалды, алынған модельдің жиілік сипаттамаларына талдау жасалды; модель тұрақтылыққа, бақылануға және бақылануға тексерілді, ал LQG контроллері модель негізінде синтезделді. Өтпелі процестің сипаттамалары дәл бақылауды растайды. Модельдеу MATLAB ортасында жүзеге асырылады.

**Түйін сөздер:** ақылды басқару, кері байланыс жүйелері, процесті басқару, LQG контроллері, LQR контроллері, Кальман сузгісі.

### S. K. ATANOV<sup>1</sup>, A. Z. BIGALIYEVA<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Eurasian National University named after LN Gumilyov, Nur-Sultan, Kazakhstan <sup>2</sup> Karaganda Technical University, Karaganda, Kazakhstan

# SYNTHESIS OF LQG REGULATOR FOR INTELLIGENT CONTROL OF THE TECHNOLOGICAL PROCESS OF FINE GRINDING

The article presents the development of a linear-quadratic Gaussian controller (LQG) for intelligent control of the fine grinding technological process. The LQG regulator was designed to control the quality of mill output. The developed LQG controller takes into account external disturbances (process noise) and noise in measurements modeled as white noise with a Gaussian distribution. The controller is developed on the basis of a combination of a stationary linear quadratic controller (LQR) and estimation of the state of the Kalman filter (LQE) in the stationary state by solving the matrix Riccati equation in order to determine the feedback gain and Kalman gain.

In the course of work: a mathematical model of the grinding process is built, an analysis of the frequency characteristics of the obtained model is made; the model was checked for stability, controllability, and observability; on the basis of the model, the LQG regulator was synthesized. Transient process characteristics confirm precise control. Modeling is implemented in the MATLAB environment.

**Keywords:** intelligent control, feedback systems, process control, LQG controller, LQR controller, Kalman filter.