

Б. РЫСБАЙҰЛЫ*, С. Д. АЛПАР

*Международный университет информационных технологий,
г. Алматы, Казахстан*

e-mail: b.rysbaiuly@mail.ru, rapla.natlus@gmail.com

НЕЛИНЕЙНАЯ ОБРАТНАЯ ЗАДАЧА НАХОЖДЕНИЯ ТЕПЛОФИЗИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК

В данной работе разработан метод определения нелинейных теплопроводных характеристик грунта. Были созданы двухслойные комплексы контейнеров, боковые грани которых теплоизолированы, поэтому используется уравнение теплопроводности 1D. Датчик температуры помещается на стыке двух сред и в каждой области решается смешанная краевая задача. Для того чтобы обеспечить задачу с обратным коэффициентом исходными данными, используются два датчика температуры: один датчик был размещен на открытой границе контейнера и регистрировал температуру почвы на этой границе, а второй датчик был размещен на небольшом расстоянии от границы, который регистрировал температуру воздуха. Измерения проводились в интервале времени $(0, 4t_{max})$. Сначала начально-краевая задача теплопроводности с нелинейными коэффициентами исследуется методом конечных разностей. Построены два типа разностных схем: линеаризованные и нелинейные. Линеаризованная разностная схема реализуется численно скалярным методом Томаса, а нелинейная разностная задача решается методом Ньютона. В качестве начального приближения метода Ньютона было взято решение линеаризованной разностной задачи. Чтобы найти теплофизические параметры, соответствующий функционал минимизируется с использованием метода градиентного спуска. Кроме того, все теплофизические характеристики (8 коэффициентов) были найдены для двухслойного контейнера с песком и черноземом.

***Ключевые слова:** теплопроводность, нелинейность, разностная задача, сходимость, обратная задача, дифференцирование по параметру.*

Введение. Определение параметров систем тепловой защиты и получение решения задачи теплового проектирования напрямую связаны с расчетом тепловых полей в грунте. В свою очередь, это требует знания теплофизических характеристик почвы [1]. Оптимизация и анализ тепловых и влажностных характеристик строительных компонентов является важным инженерным инструментом [2]. В настоящее время теоретические модели для определения теплофизических характеристик неоднородных композитных сред не обладают достаточной точностью. Следовательно, основным источником информации о теплофизических свойствах является проведение физического эксперимента [4]. Для теоретической основы метода нахождения теплофизических характеристик среды используется закон сохранения энергии, следствием которого является нелинейное дифференциальное уравнение теплопроводности [1, 5, 6, 7]. Установлено, что характер влияния температуры на теплофизические параметры почвы является нелинейным [8, 9, 10]. В связи с этим возникает острая необходимость решения обратной задачи нелинейного уравнения теплопроводности.

Целью исследования является проведение теплофизического эксперимента и разработка методического обеспечения определения теплофизических коэф-

* E-mail корреспондирующего автора: b.rysbaiuly@mail.ru

фициентов на основе решения нелинейной обратной задачи теплопроводности [5, 11, 12, 13]. Физико-математическая модель и экспериментальные значения температуры на доступной границе грунта позволяют находить теплофизические характеристики в обратных коэффициентных задачах теплопередачи [14]. В данном исследовании на основе нелинейного уравнения теплопроводности и экспериментальных данных предложен метод решения обратной нелинейной коэффициентной задачи, в основе которого лежит минимизация квадратичного функционала расхождения между численными и экспериментальными значениями температуры. Функционал минимизируется методом градиентного спуска, а для определения коэффициента демпфирования используется метод самого крутого спуска.

Математическая модель.

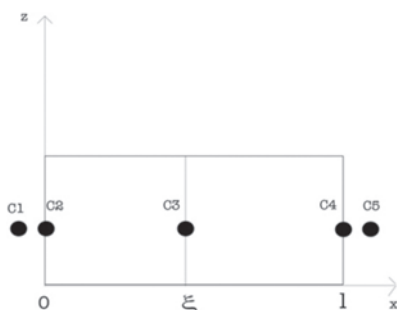


Рисунок 1 – Двухслойный контейнер.

Постановка задачи. На рис. 1 показан двухслойный контейнер, боковые поверхности которого теплоизолированы, а торцевые поверхности находятся в контакте с окружающей средой (воздухом). Принимая во внимание эти ограничения, вместо трехмерного уравнения теплопроводности можно рассмотреть одномерное нестационарное уравнение:

$$c(u)\rho(u) \frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(k(u) \frac{\partial u}{\partial x} \right), \quad x \in (0, \xi) \times (\xi, l), t \in (0, 4t_{\max}) \quad (1)$$

где $u(x, t)$ – распределение температуры внутри контейнера, x – координата комплекса по оси Ox , t – текущее время. В начальный момент наблюдения температура обоих слоев тела равна: $t = 0, u(x, 0) = u_0(x), x \in (0, l)$. Температура окружающей среды на левой границе области при $x = 0$ обозначается через $u_{ins}(t)$, а на правой границе при $x = l$ обозначается через $u_{out}(t)$.

Граничные условия, определяющие особенности процесса на поверхности стенки, задаются следующим образом: левая и правая границы области $\Omega = (0, \xi) \times (\xi, l)$ находятся в контакте с газовой средой (воздухом), следовательно, на этих границах она целесообразно сформулировать граничное условие Робина – зависимость между тепловым потоком, обусловленным теплопроводностью от твердой стенки, и тепло-

вым потоком от газовой среды. Таким образом, граничные условия на левой и правой границах записываются следующим образом:

$$x = 0: k_1(u) \frac{\partial u}{\partial x} = h_{ins}(u)(u - u_{ins}(t)), \quad (2)$$

$$x = l: k_2(u) \frac{\partial u}{\partial x} = -h_{out}(u)(u - u_{out}(t)), \quad (3)$$

где $u_{ins}(t)$, $u_{out}(t)$ – температура окружающей среды; $h_{ins}(t)$, $h_{out}(t)$ – коэффициенты теплоотдачи; $k_1(u)$, $k_2(u)$ – коэффициенты теплопроводности «1» и «2» среды.

Обычно на контактной поверхности слоев $x = \xi$ задается граничное условие, определяющее равенство температур и тепловых потоков на стыке материалов:

$$\begin{aligned} u_1(\xi, t) &= u_2(\xi, t), \\ k_1(u) \frac{\partial u_1}{\partial x}(\xi, t) &= k_2(u) \frac{\partial u_2}{\partial x}(\xi, t). \end{aligned} \quad (4)$$

Здесь $u_1(x, t)$ и $u_2(x, t)$ – температуры контактирующих слоев материала. При решении задач с контактными условиями вида (4) скорость сходимости однородной разностной схемы становится очень низкой. Поэтому, чтобы избежать этой проблемы, а также для решения обратной задачи, в точке $x = \xi$ мы разместили отдельный датчик, который измеряет изменение температуры почвы в точке соприкосновения двух сред. За счет этого исходная задача разбивается на две задачи, т.е. с использованием измеренных данных в каждом контейнере решается своя обратная задача нелинейной теплопроводности. В следующем алгоритме есть описание обратной задачи только для левого контейнера, показанного на рисунке 1

В дополнение к $u_{ins}(t)$, $u_{out}(t)$ измеряются начальные значения температуры

$$T_{ins}(t), T_{\xi}(t), T_{out}(t), t \in [0, 4t_{max}], \quad (5)$$

где T_{ins} , T_{ξ} , T_{out} – измеренная температура материалов в точках $x = 0$, $x = \xi$ и $x = l$. Для удобства введем обозначение $h_{ins}(u) = h_1(u)$.

Задача. Используя измеренные значения $h_{ins}(t)$, $T_{ins}(t)$, $T_{\xi}(t)$, $t \in [0, 4t_{max}]$, необходимо разработать метод для нахождения параметров среды $\rho_1(u)$, $c_1(u)$, $k_1(u)$, $h_1(u)$.

На основе (1) – (5) обратная задача определяется следующим образом:

В области $Q_1 = (0, \xi) \times (0, 4t_{max})$ исследуется следующая система

$$c_1(u)\rho_1(u) \frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(k_1(u) \frac{\partial u}{\partial x} \right), \quad (6)$$

$$u(x, 0) = u_0(x), \quad (7)$$

$$k_1(u) \frac{\partial u}{\partial x} = h_1(u)(u - u_{ins}(t)), \quad x = 0, \quad (8)$$

$$u(\xi, t) = T_{\xi}(t), \quad (9)$$

где $c(u) = c_0 + c_1u$, $\rho(u) = \rho_0 + \rho_1u$,

$k(u) = k_0 + k_1u + k_2u^2 + k_3u^3$, $h(u) = h_0 + h_1u + h_2u^2$,
измеренные значения на левой границе области:

$$T_{ins}(t), t \in [0, 4t_{max}]. \quad (10)$$

Разработка итерационных методов. Итерационный метод определения коэффициента теплопроводности $k_1(u)$. В области сетки мы изучаем итерационный метод разностной схемы для нахождения коэффициента теплопроводности. В области сетки изучается разностная схема L_{11} .

Схема L_{11} :

$$\begin{aligned} \rho_1(u_i^{j+1}) \cdot c_1(u_i^{j+1}) \frac{u_i^{j+1} - u_i^j}{\Delta t} &= \frac{1}{\Delta x} \left(k_1 \left(u_{i+\frac{1}{2}}^{j+1} \right) \frac{u_{i+1}^{j+1} - u_i^{j+1}}{\Delta x} - k_1 \left(u_{i-\frac{1}{2}}^{j+1} \right) \frac{u_i^{j+1} - u_{i-1}^{j+1}}{\Delta x} \right), \\ i &= 1, 2, \dots, I-1; j = 0, 1, \dots, m-1; \\ u_i^0 &= u_0(x_i), \quad i = 0, 1, \dots, I; \\ u_1^{j+1} &= T_\xi(t_{j+1}), \quad j = 0, 1, \dots, m-1; \\ k(u_{1/2}^{j+1}) \frac{u_1^{j+1} - u_0^{j+1}}{\Delta x} &= h_1(u_0^{j+1})(u_0^{j+1} - u_{ins}^{j+1}); \end{aligned} \tag{11}$$

где

$$u_{i+1/2} = \frac{u_{i+1}^{j+1} + u_i^{j+1}}{2}, \quad i = 0, 1, \dots, I-1.$$

Затем, применяя метод Ньютона для системы (11) и приводя к трехдиагональной системе, для решения задачи используется скалярный метод Томаса.

Итерационные методы для требуемых величин.

В области $(0, \xi) \times (0, t_{max})$ решена дискретная задача (11). Предполагается, что коэффициент $k_1(u)$ представлен в виде

$$k_1(u) = k_{10} + k_{11}u + k_{12}u^2 + k_{13}u^3$$

Предполагая, что решение задачи непрерывно зависит от $k_1(u)$ и имеет производную по $k_1(u)$, мы дифференцируем систему по параметру

$$k_{1s}(u), \quad s = 0, 1, 2, 3$$

Введем следующее обозначение

$$\frac{\partial u_i^{j+1}}{\partial k_{1s}} = y_i^{j+1}(s), \quad i = 0, 1, \dots, I; j = 0, 1, \dots, m-1; s = 0, 1, 2, 3$$

затем

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho_1(u_i^{j+1})}{\partial k_{1s}} &= \rho_1'(u_i^{j+1}) y_i^{j+1}(s), \quad s = 0, 1, 2, 3 \\ \frac{\partial c_1(u_i^{j+1})}{\partial k_{1s}} &= c_1'(u_i^{j+1}) y_i^{j+1}(s), \quad s = 0, 1, 2, 3 \\ \frac{\partial k_1(u_i^{j+1})}{\partial k_{1s}} &= (u_i^{j+1})^s + k_1'(u_i^{j+1}) y_i^{j+1}(s), \quad s = 0, 1, 2, 3 \\ \frac{\partial h_1(u_0^{j+1})}{\partial k_{1s}} &= h_1'(u_0^{j+1}) y_0^{j+1}(s), \quad s = 0, 1, 2, 3 \end{aligned}$$

После дифференцирования системы (11) относительно k_{1s} , $s = 0, 1, 2, 3$, в зависимости от s возникают различные проблемы. Эти задачи могут быть записаны в унифицированной форме следующим образом:

$$\begin{aligned} & [c'_1(u_i^{j+1})\rho_1(u_i^{j+1}) + \rho'_1(u_i^{j+1})c_1(u_i^{j+1})] y_i^{j+1}(s) u_{i,\bar{x}}^{j+1} + c_1(u_i^{j+1})\rho_1(u_i^{j+1}) y_{i,\bar{x}}^{j+1}(s) \\ &= \left[k_1 \left(u_{i+\frac{1}{2}}^{j+1} \right) y_{ix}^{j+1}(s) \right]_{\bar{x}} \\ &+ \left[\left(\left(u_{i+\frac{1}{2}}^{j+1} \right)^s + k'_1 \left(u_{i+\frac{1}{2}}^{j+1} \right) \frac{y_{i+1}^{j+1}(s) + y_i^{j+1}(s)}{2} \right) u_{ix}^{j+1} \right]_{\bar{x}} \\ & \quad i = 1, 2, \dots, I-1; j = 0, 1, \dots, m-1; \\ & \quad y_i^0 = 0, i = 0, 1, \dots, I; y_i^{j+1} = 0, j = 0, 1, \dots, m-1 \\ & k_1 \left(u_{\frac{1}{2}}^{j+1} \right) y_{1,x}^{j+1}(s) + \left(\left(u_{\frac{1}{2}}^{j+1} \right)^s + k'_1 \left(u_{\frac{1}{2}}^{j+1} \right) \frac{y_1^{j+1}(s) + y_0^{j+1}(s)}{2} \right) u_{1,\bar{x}}^{j+1} \\ &= h'_1(u_0^{j+1})(u_0^{j+1} - u_{ins}^{j+1}) + h_1(u_0^{j+1}) y_0^{j+1}(s), j = 0, 1, \dots, m-1 \end{aligned}$$

В задаче 2 параметр s принимает значения 0, 1, 2, 3.

Значения коэффициентов k_{1s} , $s = 0, 1, 2, 3$ коэффициента теплопроводности грунта $k_1(u)$ будут найдены из условия минимума функционала

$$J(k_1(u)) = \sum_{j=0}^{m-1} (u_0^{j+1}(k_1) - T_0^{j+1})^2 \Delta t$$

Прямое дифференцирование последнего равенства относительно k_{1s} , $s = 0, 1, 2, 3$ дает нам градиент построенного функционала, записанный в виде

$$\nabla J(k_{1s}) = 2 \sum_{j=0}^{m-1} (u_0^{j+1}(k_1) - T_0^{j+1}) y_0^{j+1}(s) \Delta t, s = 0, 1, 2, 3 \quad (12)$$

Это значит

$$J(k_1(u)) = \sum_{s=0}^3 J(k_{1s})$$

Зная явное выражение для градиента функционала, параметры функций $k_1(u)$ определяются следующим образом

$$k_{1s}(n+1) = k_{1s}(n) + \mu_1(s) \nabla J(k_{1s}(n)), s = 0, 1, 2, 3$$

Аналогично найдены формулы для остальных теплофизических коэффициентов.

Комментарий. Везде предполагается, что параметры $\rho_1(u)$, $c_1(u)$, $k_1(u)$ и $h_1(u)$, и зависят от u в виде полинома. Однако рассмотренный метод применим в другой форме зависимости от u .

Эксперимент. Экспериментальная работа была проведена в Международном университете информационных технологий (ИТУ) в рамках исследовательского проекта.

В ходе эксперимента были получены данные по одномерному тепломассообмену для различных почв и грунтов. Лаборатория находится в Алматы, Казахстан. Стенки контейнеров состоят из 2 см теплоизоляционного материала, а торцевые стороны соприкасаются с окружающей средой (воздухом). В каждом отсеке контейнера длиной 15 см находятся различные почвенные материалы. Один торец нагревается лампами. На вторую внешнюю сторону влияет климат окружающей среды.

3 датчика (C2, C3, C4) равномерно распределены внутри материала, как показано на рисунке 1. Они измеряют температуру с погрешностью 0,3 градуса Цельсия в соответствии с техническим паспортом датчика. В дополнение к этим датчикам, рядом с торцами расположены еще 2 датчика (C1, C5) для измерения температуры окружающей среды. Ошибки в данных датчиков такие же, как и для предыдущих датчиков. Измерения данных о температуре производятся с интервалом в 10 минут.

Для расчетов рассматривался двухкамерный контейнер с двумя материалами: песком и черноземом. Данные измерялись в течение трех месяцев, и физическая длина всего контейнера определялась с интервалами $x \in (0, l)$, где $l = 30$ см. Граница двух сред находится на расстоянии $x = 15$ см., аналогично датчику измерения температуры. Измерения в точках $x = 0$ и $x = 30$ см. определяют температуру на конечных границах.

Результаты. Измеренные данные о температуре (рис. 2) были использованы для решения численной задачи по нахождению всех теплофизических коэффициентов (теплопроводность, удельная теплоемкость, удельная плотность и коэффициент теплопередачи). Благодаря методу наискорейшего спуска, функционалы достигают своего минимума за 6 и 7 итераций. Минимизация функционала продолжалась до тех пор, пока относительная погрешность между нелинейным решением и экспериментальными данными не достигла $\sim 4,3\%$ для чернозема и $\sim 3,12\%$ для песка. Графики (рис. 3 и рис. 4) показывают, что с повышением температуры значения теплофизических параметров увеличиваются. В этом случае можно оценить поведение коэффициентов теплопроводности и теплоемкости. Графики показывают высокую зависимость от температуры, что, в свою очередь, подтверждается теоретической базой.

На рис. 5 и рис. 6 показаны значения теплофизических коэффициентов вдоль контейнера. На графиках четко видны скачки-разрывы значений теплофизических коэффициентов на границе контакта двух сред, за исключением коэффициента объемной теплоемкости. Следовательно, объемная теплоемкость показывает непрерывный характер значений.

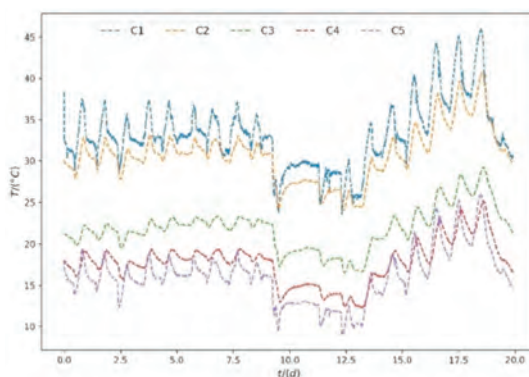


Рисунок 2 – Экспериментальные данные.

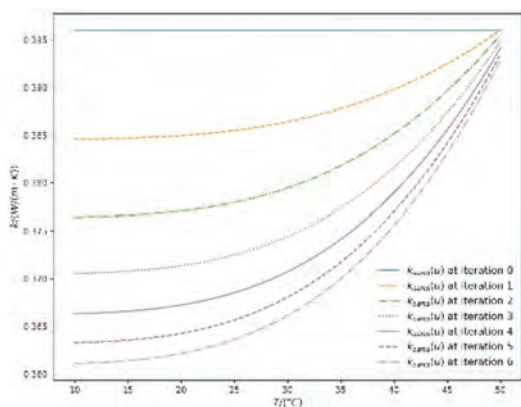


Рисунок 3 – График функции коэффициента теплопроводности песка в зависимости от температуры на каждой итерации.

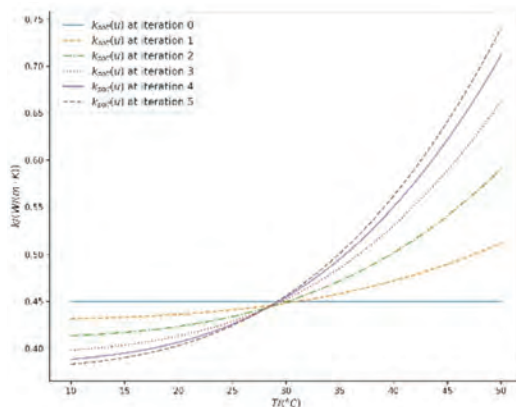


Рисунок 4 – График зависимости коэффициента теплопроводности чернозема от температуры на каждой итерации.

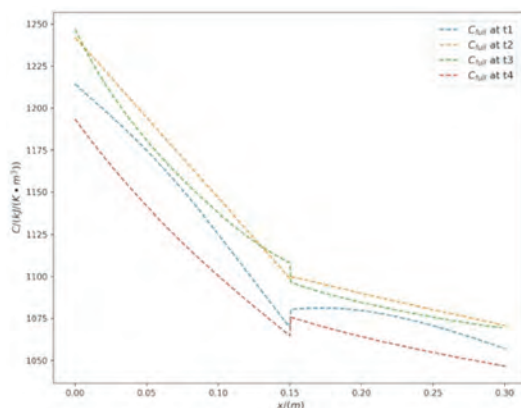


Рисунок 5 – График объемной теплоемкости двухслойного контейнера.

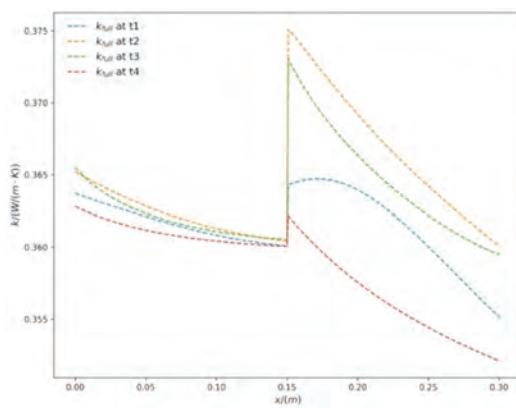


Рисунок 6 – График коэффициента теплопроводности вдоль двухслойного контейнера.

Заключение. В контексте прогнозирования и нахождения всех теплофизических коэффициентов (теплопроводности, теплоемкости, плотности и теплопередачи) предлагается эффективный численный метод, в отличие от ранее предложенных методов в литературе. Такой подход позволяет одновременно находить все теплофизические коэффициенты в двух средах с контактной границей. Отмечается, что предлагаемое решение нелинейного уравнения теплопроводности имеет коэффициент теплопроводности в виде кубической функции, а коэффициенты теплоемкости, плотности и теплопередачи - в виде линейных функций.

В заключение следует отметить, что исследования в области коэффициентных обратных задач для нелинейных уравнений следует продвигать с помощью подробных экспериментальных измерений, включая, например, влажность, замерзание, пористость и т.д.

Благодарности. Работа выполнена при поддержке грантового финансирования проектов Министерством образования и науки Республики Казахстан (грант No AP08855955).

ЛИТЕРАТУРА

- 1 Luikov A. V 1964. Heat and Mass Transfer in Capillary-Porous Bodies
- 2 Desta T. Z, Langmans J and Roels S 2011 Experimental data set for validation of heat, air and moisture transport models of building envelopes. Building and Environment
- 3 Thi-Thao Ngo, Jin-Huang Huang and Chi-Chang Wang 2016 Inverse simulation and experimental verification of temperature-dependent thermophysical properties. International Communications in Heat and Mass Transfer
- 4 Tien-Mo Shih, Chao-Ho Sung and Bao Yang 2008. A Numerical Method for Solving Nonlinear Heat Transfer Equations. Numerical Heat Transfer, Part B: Fundamentals: An International Journal of Computation and Methodology
- 5 Travis J, Moore M, Jones R 2015 Solving nonlinear heat transfer problems using variation of parameters, International Journal of Thermal Sciences
- 6 Battaglia J-L, Maachou A, Malti R and Melchior P 2013 Nonlinear heat diffusion simulation using Volterra series expansion, International Journal of Thermal Sciences
- 7 Nguyen Huy Tuana and Pham Hoang Quanc 2011 Some extended results on a nonlinear ill-posed heat equation and remarks on a general case of nonlinear terms Nonlinear Analysis: Real World Applications
- 8 Huntul M and Lesnic D 2020 Determination of the time-dependent convection coefficient in two-dimensional free boundary problems, Engineering Computations
- 9 Jumabekova A, Berger J, Dutykh D and Le Meur H 2019 An efficient numerical model for liquid water uptake in porous material and its parameter estimation, Numerical Heat Transfer, Part A: Applications
- 10 Berger J, Dutykh D, Mendes N, Rysbaiuly B 2019 A new model for simulating heat, air and moisture transport in porous building materials, International Journal of Heat and Mass Transfer.
- 11 Hasanov A 2020, Simultaneously identifying the thermal conductivity and radiative coefficient in heat equation from Dirichlet and Neumann boundary measured outputs, Journal of Inverse and Ill-Posed Problems
- 12 Lesnic D, Sabah Hussein M, Kamynin V.B and Kostin A 2020 Direct and inverse source problems for degenerate parabolic equations, Journal of Inverse and Ill-Posed Problems
- 13 Kabanikhin S.I and Shishlenin M.A 2019 Theory and numerical methods for solving inverse and ill-posed problems, Journal of Inverse and Ill-Posed Problems.
- 14 Jumabekova A, Berger J, Fouquier A, Dulikravich G.S 2020 Searching an optimal experiment observation sequence to estimate the thermal properties of a multilayer wall under real climate conditions International Journal of Heat and Mass Transfer

REFERENCES

- 1 Luikov A. V 1964. Heat and Mass Transfer in Capillary-Porous Bodies
- 2 Desta T. Z, Langmans J and Roels S 2011 Experimental data set for validation of heat, air and moisture transport models of building envelopes. Building and Environment
- 3 Thi-Thao Ngo, Jin-Huang Huang and Chi-Chang Wang 2016 Inverse simulation and experimental verification of temperature-dependent thermophysical properties. International Communications in Heat and Mass Transfer
- 4 Tien-Mo Shih, Chao-Ho Sung and Bao Yang 2008. A Numerical Method for Solving Nonlinear Heat Transfer Equations. Numerical Heat Transfer, Part B: Fundamentals: An International Journal of Computation and Methodology

- 5 Travis J, Moore M, Jones R 2015 Solving nonlinear heat transfer problems using variation of parameters, International Journal of Thermal Sciences
- 6 Battaglia J-L, Maachou A, Malti R and Melchior P 2013 Nonlinear heat diffusion simulation using Volterra series expansion, International Journal of Thermal Sciences
- 7 Nguyen Huy Tuana and Pham Hoang Quanc 2011 Some extended results on a nonlinear ill-posed heat equation and remarks on a general case of nonlinear terms Nonlinear Analysis: Real World Applications
- 8 Huntul M and Lesnic D 2020 Determination of the time-dependent convection coefficient in two-dimensional free boundary problems, Engineering Computations
- 9 Jumabekova A, Berger J, Dutykh D and Le Meur H 2019 An efficient numerical model for liquid water uptake in porous material and its parameter estimation, Numerical Heat Transfer, Part A: Applications
- 10 Berger J, Dutykh D, Mendes N, Rysbaiuly B 2019 A new model for simulating heat, air and moisture transport in porous building materials, International Journal of Heat and Mass Transfer.
- 11 Hasanov A 2020, Simultaneously identifying the thermal conductivity and radiative coefficient in heat equation from Dirichlet and Neumann boundary measured outputs, Journal of Inverse and Ill-Posed Problems
- 12 Lesnic D, Sabah Hussein M, Kamynin V.B and Kostin A 2020 Direct and inverse source problems for degenerate parabolic equations, Journal of Inverse and Ill-Posed Problems
- 13 Kabanikhin S.I and Shishlenin M.A 2019 Theory and numerical methods for solving inverse and ill-posed problems, Journal of Inverse and Ill-Posed Problems.
- 14 Jumabekova A, Berger J, Fouquier A, Dulikravich G.S 2020 Searching an optimal experiment observation sequence to estimate the thermal properties of a multilayer wall under real climate conditions International Journal of Heat and Mass Transfer

Б. РЫСБАЙҰЛЫ, С. Д. АЛПАР

*Халықаралық ақпараттық технологиялар университеті,
Алматы қаласы, Қазақстан
e-mail: b.rysbaiuly@mail.ru, rapla.natlus@gmail.com*

ТЕРМОФИЗИКАЛЫҚ СИПАТТАМАЛАРДЫ ТАБУҒА СЫЗЫҚТЫ ЕМЕС КЕРІ МӘСЕЛЕ

Бұл жұмыста топырақтың сызықты емес жылу өткізгіштік сипаттамаларын анықтау әдісі әзірленген. Екі қабатты контейнерлік кешендер құрылды, олардың бүйір беттері жылу оқшауланған, сондықтан 1D жылу өткізгіштік теңдеуі қолданылады. Температура сенсоры екі ортаның түйіскен жеріне орналастырылады және әр аймақта аралас шекаралық есеп шешіледі. Кері коэффициент есебін бастапқы деректермен қамтамасыз ету үшін екі температура датчигі пайдаланылады: бір датчик контейнердің ашық шекарасына қойылды және осы шекарадағы топырақ температурасын тіркеді, ал екінші датчик шекарадан қысқа қашықтықта орналастырылды, ол ауа температурасын тіркеді. Өлшемдер уақыт интервалында $(0, 4t_{max})$ жүргізілді. Біріншіден, сызықты емес коэффициенттері бар жылу өткізгіштіктің бастапқы-шекаралық есебі шекті айырмашылық әдісімен зерттеледі. Айырмашылық схемалардың екі түрі құрастырылады: сызықтық және сызықтық емес. Сызықтық айырым схемасы скалярлық Томас әдісімен сандық түрде жүзеге асырылады, ал сызықты емес айырмашылық мәселесі Ньютон әдісімен шешіледі. Ньютон әдісінің бастапқы жуықтауы ретінде сызықтық айырым есебінің шешімі қабылданды.

Термофизикалық параметрлерді табу үшін градиенттік түсіру әдісі арқылы сәйкес функционалдық минимизацияланады. Сонымен қатар, құм және қара топырақ қосылған екі қабатты ыдыс үшін барлық термофизикалық сипаттамалар (8 коэффициент) табылды.

Түйін сөздер: жылуөткізгіштік, сызықтық емес, айырмашылық есебі, жинақтылық, кері есеп, параметрге қатысты дифференциалдау.

B. RYSBAIULY, S. D. ALPAR

*International Information Technology University
Almaty, Kazakhstan
e-mail b.rysbaiuly@mail.ru, rapla.nathus@gmail.com*

NONLINEAR INVERSE PROBLEM OF FINDING THERMOPHYSICAL CHARACTERISTICS

In this paper, a method has been developed for determining the nonlinear heat-conducting characteristics of the soil. Two-layer container complexes were created, the side faces of which are thermally insulated, so the 1D thermal conductivity equation is used. The temperature sensor is placed at the junction of two media, and a mixed boundary value problem is solved in each region. In order to provide the inverse coefficient problem with initial data, two temperature sensors are used: one sensor was placed at the open boundary of the container and recorded the soil temperature at this boundary, and the second sensor was placed a short distance from the boundary, which recorded the air temperature. The measurements were carried out in the time interval $(0, 4t_{max})$. First, the initial-boundary problem of heat conduction with nonlinear coefficients is studied by the finite difference method. Two types of difference schemes are constructed: linearized and nonlinear. The linearized difference scheme is implemented numerically by the scalar Thomas method, and the nonlinear difference problem is solved by the Newton method. The solution of a linearized difference problem was taken as the initial approximation of Newton's method. To find the thermophysical parameters, the corresponding functional is minimized using the gradient descent method. In addition, all thermophysical characteristics (8 coefficients) were found for a two-layer container with sand and chernozem.

Key words: thermal conductivity, nonlinearity, difference problem, convergence, inverse problem, differentiation with respect to a parameter.