

**Н. ТАСБОЛАТУЛЫ<sup>1</sup>\*, Қ. ӘЛІМХАН<sup>2</sup>, А. К. ЕРДЕНОВА<sup>1,2</sup>, С. С. АЛИШЕВА<sup>2</sup>,  
Г. Б. БАХАДИРОВА<sup>1</sup>**

<sup>1</sup>Астана халықаралық университеті, Астана, Қазақстан

<sup>2</sup>Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университеті, Астана, Қазақстан

E-mail: [tasbolatuly@gmail.com](mailto:tasbolatuly@gmail.com), [keylan@live.jp](mailto:keylan@live.jp), [erdenova\\_aigerim@mail.ru](mailto:erdenova_aigerim@mail.ru),  
[sandu\\_alish@mail.ru](mailto:sandu_alish@mail.ru), [gulnaz.bahadirova.84@mail.ru](mailto:gulnaz.bahadirova.84@mail.ru)

## **УАҚЫТЫ КЕШІККЕН ЖОҒАРЫ РЕТТІ СЫЗЫҚТЫ ЕМЕС ЖҮЙЕЛЕРДІ БАҚЫЛАУДЫ КОМПЬЮТЕРЛІК МОДЕЛДЕУ**

Бұл жұмыста уақыт кешігу параметрі қатысқан жоғары ретті сызықты емес жүйелер класын шығыс кері байланыс жәрдемінде глобалды практикалық бақылау мәселесі зерттелді. Қарастырылған жүйенің ерекшелігі сызықты еместіктің жоғары шекарасындағы шектеулілік дәрежесі үздіксіз интервал аралығында алынуында. Сигнум функциясы және қуат интеграторын қосудың жалпылама әдісін пайдаланып, сәйкесінше Ляпунов функциясын құру арқылы уақыты кешіккен сызықты еместік әсеріне үстемдік ететін реттелетін және уақыт кешігуі параметріне тәуелсіз бақылау контроллерін жобалаймыз. Алынған контроллер нәтижесінде зерттелген тұйық жүйенің барлық күйлері глобалды шектелген және шекті уақыттан кейін бақылау қателігі жеткілікті мөлшерде аз болуын қамтамасыз етеді. Сонымен қатар бұл жұмыста алдын қол жеткізген нәтижелерді компьютерде моделдеуге басымдық берілді.

**Түйін сөздер:** шығысты практикалық бақылау, сигнум функциясы, уақыт кешігу параметрі, компьютерлік моделдеу, Matlab GUI

**Кіріспе.** Сызықты емес жүйелерді бақылау мәселесі соңғы кездері көптеген ғалымдардың назарын өзіне аударуда [1-5]. Жүйенің барлық күйлерін өлшеу мүмкін болған жағдайда күй кері байланысы әдісін, ал жүйенің тек шығыс векторы белгілі жағдайлар үшін шығыс кері байланысын пайдаланып бақылауды жүзеге асыруға болады.

Жүйенің өсуіне және дәреже тәртібіне кейбір шарттарды қоя отырып, сызықты емес жүйенің практикалық шығысын бақылау мәселесіне қарағанда күйлері анық сызықты емес жүйелерді бақылау мәселелері жақсы зерттелді [6-8]. Сызықты емес жүйелер үшін шығысты бақылау мәселесі маңызды теориялық және практикалық мәнге ие, өйткені ол басқару теориясындағы іргелі мәселе болып табылады және аэронавтика, роботтарды басқару және ұшуды басқару сияқты инженерияда кеңінен қолданылады [9-12]. Дегенмен, сызықты емес жүйелер үшін шығысты бақылау мәселесін зерттеу орнықтылық мәселесіне қарағанда қиынырақ. Себебі шығысты бақылау ішкі орнықтылықтан басқа тірек сигналды бақылау үшін жүйелердің шығысын талап етеді. Сонымен қатар, коммутациялық жүйелер [13-14] үшін үздіксіз және дискретті динамиканың өзара әрекеттесуіне байланысты шығысты бақылау мәселесі қиындай түседі. Ал жоғарыда келтірілген сызықты емес жүйелерде уақыт кешігу параметрі қатысатын болса онда ол жүйе үшін бақылау контроллерін жобалау одан әрі күрделене түсетіні анық.

---

\* E-mail корреспондирующего автора: [tasbolatuly@gmail.com](mailto:tasbolatuly@gmail.com)

Жоғарыда келтірілген жұмыстарда уақыт кідірісінен болатын кері әсер қарастырылмаған. Уақыт кешігу параметріне ие сызықты емес жүйе деп жүйе күй сигналының ілгері қадамдағы өзгеруі оның тек ағымдық шамасынан ғана емес, алдыңғы мәндеріне де тәуелді болатын жүйелерді айтамыз. Біз бұл жұмыста уақыты кешіккен жоғары ретті сызықты емес жүйелерді бақылауды [15-18] жобалаудың математикалық моделін құрып, алынған нәтижелерді компьютерде моделдеуге көңіл бөлетін боламыз.

Зерттеу нысаны ретінде төмендегі уақыт кешігу параметрі қатысқан жоғары ретті сызықты емес жүйені қарастырайық:

$$\begin{cases} \dot{z}_i(t) = z_{i+1}^{p_i}(t) + \phi_i(z(t), z_1(t - \tau_1), \dots, z_n(t - \tau_n)), & i = 1, \dots, n-1, \\ \dot{z}_n(t) = u^{p_n}(t) + \phi_n(z(t), z_1(t - \tau_1), \dots, z_n(t - \tau_n)) \\ y = z_1 \end{cases} \quad (1)$$

мұнда  $z(t) = [z_1(t), \dots, z_n(t)]^T \in R^n$  жүйе шешімі,  $z_{n+1}(t) =: u(t) \in R$  басқару,  $\tau_i \in R^+$ ,  $i = 1, \dots, n$   $\tau \geq \max\{\tau_1, \dots, \tau_n\}$  сәйкесінше уақыт кешігу параметрі және шарты,  $z(\theta) = \xi_0(\theta)$ ,  $\forall \theta \in [-\tau, 0]$  бастапқы мәндер,  $\phi_i: R^n \times R^n \rightarrow R$ ,  $i = \overline{1, n}$  - белгісіз үздіксіз функциялар,  $p_i \in R_{odd}^{\geq 1} := \{p/q \mid p \geq q\}$ ,  $i = 1, \dots, n$  - жүйенің жоғары реттілігін көрсетеді,  $p$  және  $q$  тақ бүтін сандар. Зерттеліп жатқан жүйеде  $p_i = 1$  болған жағдайда үшбұрышты формадағы уақыт кешігуі қатысқан сызықты емес жүйеге келеді, ал  $p_i > 1$  болғанда зерттеу нысаны кері байланыс негізінде сызықтандырылатын әдіс бойынша басқаруды табу есебімен шығарылады.

Зерттеу жұмысының басты нәтижелері: алдымен зерттелініп жатқан жүйенің өсу шарты төмендетілді, контроллерге сигнум функциясын енгізу нәтижесінде дәлелі анық тұжырымдарға қол жеткіздік; әрі қарай, дәреже интеграторы қосу әдісі негізінде бақылау контроллерін құрдық. Алынған контроллер нәтижесінде тұйық жүйенің барлық күйлері шектелген және шекті уақыттан кейін ізге түсіру қателігі өздігінен аз болатындығын көрсетеміз. Сонымен қатар, бұл жұмыста MATLAB көмегімен сызықтық емес жүйелерді шешудің сандық әдістерін қарастыруға басымдық беріледі. Біз сызықтық емес жүйелер үшін ең көп қолданылатын итерациялық әдістерді және сандық шешімдерді табу үшін MATLAB мүмкіндіктерін ұсынатын боламыз. Мақала сандық мысалдармен аяқталады.

### Шығысты практикалық бақылау

(1) жүйенің  $y_r(t)$  тірек сигналы  $[0, +\infty]$  аралығында уақыт айнымалысы бойынша  $C^1$  -шектеулі болса, онда күй контроллері жәрдемінде шығысты глобалды практикалық бақылауды былай тұжырымдаймыз:

Кез-келген  $\varepsilon > 0$  оң нақты саны үшін

$$u = u(z, y_r(t)) \quad (2)$$

үздіксіз контроллері бар және ол төмендегі шарттарды қанағаттандырады:

1) (1)-(2) тұйық жүйенің барлық күйлері  $[0, +\infty]$  кесіндісінде анықталған және глобалды шектеулі;

2) Кез-келген  $z(0) \in R^n$  үшін  $T > 0$  шекті уақыты табылып, (1)-(2) тұйық жүйенің  $y(t)$  шығысы

$$|y(t) - y_r(t)| = |z_1(t) - y_r(t)| < \varepsilon, \quad \forall t \geq T > 0 \quad (3)$$

шартын қанағаттандырса, онда тұйық-циклдық жүйенің шығысы глобалды практикалық бақылауға болады.

Шығысты глобалды практикалық бақылау мәселесін шешу үшін келесі гипотезаларды жасайық.

**Гипотеза 1.** Кез-келген  $i = 1, \dots, n$  үшін  $C_1, C_2 \geq 0$  және  $\omega \geq 0$  белгілі константалары табылып, олар келесі шартты қанағаттандырады:

$$|\phi_i(z(t), z_1(t - \tau_1), \dots, z_n(t - \tau_n))| \leq C_1 \left( \sum_{j=1}^i |z_j(t)|^{r_j + \omega} + \sum_{j=1}^i |z_j(t - \tau_j)|^{r_j + \omega} \right) + C_2 \quad (4)$$

мұндағы  $r_i$ :

$$r_1 = 1, \quad r_i = \frac{r_{i-1} + \omega}{p_{i-1}}, \quad i = 2, 3, \dots, n+1 \quad (5)$$

**Гипотеза 2.**  $y_r(t)$  тірек сигналы үздіксіз дифференциалданатын болса және сонымен қатар,  $D > 0$  оң белгісіз константасы табылса, онда келесі теңсіздік орынды:

$$|y_r(t)| + \left| \dot{y}_r(t) \right| \leq D, \quad \forall t \in [0, +\infty) \quad (6)$$

Бақылау контроллерін жобалау

Қойылған мақсатқа жету үшін алдымен келесідей координат түрлендіруін енгізейік:

$$\begin{cases} x_k(t) = [z_k(t)]^\sigma - [\alpha_{k-1}(Z_{k-1}(t))]^\sigma, & k = \overline{1, n} \\ \alpha_k(Z_k(t)) = -(sign(x_k(t)))^{\frac{1}{p_k}} g_k^{\frac{r_{k+1}}{\sigma}} |x_k(t)|^{\frac{r_{k+1}}{\sigma}}, & k = \overline{1, n}, \\ u(t) = \alpha_n(t) \\ y = x_1 + y_r \end{cases} \quad (7)$$

мұндағы  $\sigma - \sigma \geq \max_{1 \leq i \leq n} \{r_i + \omega\}$  – шартын қанағаттандыратын оң константа, және

$\alpha_k : R^k \rightarrow R, k = \overline{1, n}, g_k > 1$  – оң константасы бар виртуалды контроллер деп аталады.

Бірізділік үшін  $p_0 = g_0 = 1, \alpha_0(t) = 0$  деп есептейміз.  $x_1(t), \dots, x_n(t)$  күйі  $t$  бойынша үздіксіз дифференциалдануы (7) түрлендіру арқылы нақты  $u(t)$  контроллерін құруды қамтамасыз етеді.

Әрі қарай,  $sign$  таңба функциясын (7) координат түрлендіруіне енгізу арқылы  $x_1(t), \dots, x_n(t)$  барлық мүмкін мәндерін табуға болады.  $p_k \in R_{\text{odd}}^{\geq 1}$  тақ бүтін сан және

$\alpha_k(Z_k(t))$  өрнегінен  $sign(\alpha_k(Z_k(t))) = -sign(x_k(t))$  болатындығын аламыз. Демек келесі теңдік орынды болады:

$$\begin{aligned} [\alpha_{k-1}(Z_{k-1}(t))]_{r_k}^{\sigma} &= -sign(x_{k-1}(t)) \left| -sign(x_{k-1}(t)) \frac{1}{p_{k-1}} g_{k-1}^{\frac{r_k}{\sigma}} |x_{k-1}(t)|^{\frac{r_k}{\sigma}} \right|^{\frac{\sigma}{r_k}} = \\ &= -sign(x_{k-1}(t)) g_{k-1} |x_{k-1}(t)| = -g_{k-1} x_{k-1}(t) = -\sum_{i=1}^{k-1} \left( \prod_{j=i}^{k-1} g_j \right) [z_i(t)]_{r_i}^{\sigma} \end{aligned} \quad (8)$$

Ляпунов функциясын құрайық:

$$\begin{aligned} W_{H_k}(Z_k(t)) &= \int_{\alpha_{k-1}(Z_{k-1}(t))}^{z_k(t)} \left[ [s]_{r_k}^{\sigma} - [\alpha_{k-1}(Z_{k-1}(t))]_{r_k}^{\sigma} \right]^{\frac{2\sigma - r_{k+1} p_k}{\sigma}} ds, \\ W_{D_k}(t) &= (n - k + 1) \int_{t - \tau_k}^t x_k^2(l) dl + (n - k) \int_{t - \tau_{k+1}}^t x_k^2(l) dl, \quad k = \overline{1, n}; \tau_{n+1} = 0 \end{aligned}$$

Бұл  $W_{H_k}(t), W_{D_k}(t)$  функциялары төмендегі тұжырыммен сипатталады.

*Тұжырым.*  $k = \overline{1, n}$  үшін  $W_{H_k}(t)$  және  $W_{D_k}(t)$  функциялары үздіксіз дифференциалданады және келесі теңдікті қанағаттандырады:

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{\partial W_{H_k}(Z_k(t))}{\partial z_k(t)} &= [x_k(t)]^{\frac{2\sigma - r_k - \omega_k}{\sigma}} \\ \frac{\partial W_{H_k}(Z_k(t))}{\partial z_i(t)} &= - \int_{\alpha_{k-1}(Z_{k-1}(t))}^{z_k(t)} \left| [s]_{r_k}^{\sigma} - [\alpha_{k-1}(Z_{k-1}(t))]_{r_k}^{\sigma} \right|^{\frac{2\sigma - r_{k+1} p_k}{\sigma}} ds \times \\ &\times \frac{2\sigma - r_{k+1} p_k}{\sigma} \cdot \frac{\partial}{\partial z_i(t)} \left( [\alpha_{k-1}(Z_{k-1}(t))]_{r_k}^{\sigma} \right), \quad i = \overline{1, k-1} \\ \frac{dW_{D_k}(t)}{dt} &= (2n - 2k + 1)x_k^2 - (n - k + 1)x_k^2(t - \tau_k) - (n - k)x_k^2(t - \tau_{k+1}). \end{aligned} \right. \quad (9)$$

$V_1 = W_{H_1} + W_{D_1}$  болатындай  $V_1$ -ді таңдаймыз. Оның уақыт бойынша туындысын тауып, *Тұжырымды* қолдансақ келесіні аламыз:

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 &= [x_1]^{\frac{2\sigma - \omega - r_1}{\sigma}} \alpha_1^{p_1} + [x_1]^{\frac{2\sigma - \omega - r_1}{\sigma}} (z_2^{p_1} - \alpha_1^{p_1}) + [x_1]^{\frac{2\sigma - \omega - r_1}{\sigma}} f_1 + (2n - 1)x_1^2 - nx_1^2(t - \tau_1) - \\ &\quad - (n - 1)x_1^2(t - \tau_2). \end{aligned} \quad (10)$$

1-болжам негізінде келесі бағалау орындалады:

$$[x_1]^{\frac{2\sigma - \omega - r_1}{\sigma}} \phi_1 \leq C |x_1|^{\frac{2\sigma - \omega - r_1}{\sigma}} \left( |x_1|^{\frac{\omega + r_1}{\sigma}} + |x_1(t - \tau_1)|^{\frac{\omega + r_1}{\sigma}} \right) \leq \quad (11)$$

$$\leq \left( C + \frac{2\sigma - \omega - r_1}{2\sigma} \cdot \left( \frac{\omega + r_1}{2\sigma} \right)^{\frac{\omega + r_1}{2\sigma - \omega - r_1}} C^{\frac{2\sigma}{2\sigma - \omega - r_1}} \right) \cdot x_1^2 + x_1^2(t - \tau_1) =: \beta_1 x_1^2 + x_1^2(t - \tau_1)$$

Енді бірінші  $\alpha_1$  виртуалды контроллерді былай таңдап алайық:

$$\alpha_1^{p_1}(z_1) = -\text{sign}(x_1) g_1^{\frac{r_1 + \omega}{\sigma}} |x_1|^{\frac{r_1 + \omega}{\sigma}} \tag{12}$$

мұндағы  $g_1 = (3n - 1 + \beta_1)^{\frac{\sigma}{r_1 + \omega}} > 1$ . (11) мен (12) теңдіктерді қолданып (10) теңдікті былай жазуға болады:

$$\dot{V}_1 \leq -n x_1^2 - (n - 1)(x_1^2(t - \tau_1) + x_1^2(t - \tau_2)) [x_1]^{\frac{2\sigma - \omega - r_1}{\sigma}} (z_2^{p_1} - \alpha_1^{p_1}).$$

Бұдан рекурсивті әдісті қолданып,  $(k - 1)$ -ші қадамда

$$\dot{V}_{k-1} \leq -(n - k + 2) \sum_{i=1}^{k-1} x_i^2 - (n - k + 1) \sum_{i=1}^{k-1} (x_i^2(t - \tau_i) + x_i^2(t - \tau_{i+1})) [x_{k-1}]^{\frac{2\sigma - \omega - r_{k-1}}{\sigma}} (z_k^{p_{k-1}} - \alpha_{k-1}^{p_{k-1}}) \tag{13}$$

Келесі қадамда  $V_k = V_{k-1} + W_{H_k} + W_{D_k}$  болайтындай етіп,  $V_k$ -ны таңдаймыз. Оның уақыт бойынша туындысын (1)-ші теңдеудің шешімінің төңірегінде анықтап, (13) теңдеу мен *Тұжырымды* қолдансақ келесіні аламыз:

$$\begin{aligned} \dot{V}_k \leq & -(n - k + 2) \sum_{i=1}^{k-1} x_i^2 - (n - k + 1) \left( \sum_{i=1}^k x_i^2(t - \tau_i) + \sum_{i=1}^{k-1} x_i^2(t - \tau_{i+1}) \right) - \\ & -(n - k) x_k^2(t - \tau_{k+1}) + (2n - 2k + 1) x_k^2 + [x_k]^{\frac{2\sigma - \omega - r_k}{\sigma}} (z_{k+1}^{p_k} - \alpha_k^{p_k}) + [x_k]^{\frac{2\sigma - \omega - r_k}{\sigma}} \alpha_k^{p_k} + \\ & + [x_k]^{\frac{2\sigma - \omega - r_k}{\sigma}} f_k + [x_{k-1}]^{\frac{2\sigma - \omega - r_{k-1}}{\sigma}} (z_k^{p_{k-1}} - \alpha_{k-1}^{p_{k-1}}) - \frac{2\sigma - r_{k+1} p_k}{\sigma} \int_{\sigma_{k-1}}^{z_k} [s]^{\frac{\sigma}{r_k}} - [\alpha_{k-1}]^{\frac{\sigma}{r_k}} \left| \frac{\sigma - r_{k+1} p_k}{\sigma} \right. ds \times \\ & \left. \times \sum_{i=1}^{k-1} (x_{i+1}^{p_i} + f_i) \frac{\partial}{\partial z_i} \left( [\alpha_{k-1}]^{\frac{\sigma}{r_k}} \right) \right. \end{aligned} \tag{14}$$

Жоғарыда келтірілген 2-ші гипотезаны қолдана отырып,  $n$ -ші қадамда  $z_{n+1} = \alpha_n = u$  екенін ескеріп,  $\alpha_n : R^n \rightarrow R$  үздіксіз функциясын құра аламыз, бұдан  $u : R^n \rightarrow R$  басқаруы келесі формада алынады:

$$u(z) = -(\text{sign}(x_n)) \frac{1}{p_n} g_n^{\frac{r_{n+1}}{\sigma}} |x_k|^{\frac{r_{n+1}}{\sigma}} \tag{15}$$

Бұдан,  $x(t) \in \Omega$  болғанда,  $V_n - t$  уақыт өте қатаң кемімелі, яғни  $x(t) - R^n$  кеңістігінің толықтауыш жиынтығына шекті  $T > 0$  уақытта еніп, сол кеңістікте қалады. Осыдан (7) тұйық жүйенің  $x(t)$  шешімі  $[0, +\infty)$  кеңістігінде анықталған және глобалды шектелген болады. Енді (3) шарттың орынды болатындығын (9) қолданып, және  $\delta$  параметрін таңдау арқылы дәлелдейміз. Яғни,

$$|y(t) - y_r(t)| = |x_1(t)| \leq V_n \leq 2(2n\delta)^{\frac{2\sigma-\omega}{\sigma}} < \varepsilon$$

Осыдан кез-келген  $\varepsilon > 0$  үшін (15) формадағы үздіксіз күй кері байланыс контроллері (3) шартты қанағаттандыратын шығысты глобалды практикалық бақылау есебін шешеді.

**Сандық мысал.** Бұл бөлімде теориялық нәтижелердің дұрыстығы мен тиімділігін көрсету үшін сандық мысал қарастырайық. Сандық есептеуде MATLAB GUI (MATrix LABoratory Graphical User Interface) - жоғары деңгейлі көппарадигмалық тіл және сандық есептеу, визуализация және бағдарламалауға арналған интерактивті ортасын пайдаландық. MATLAB көмегімен деректерді талдауға, алгоритмдер жасауға және сигналдар мен коммуникацияларды өңдеуге, басқару жүйелеріндегі процестерді компьютерде модельдеуге қол жеткізуге болады. Келесі түрдегі сызықты емес жүйені қарастырамыз:

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = x_2^5(t) - |x_1(t-1)|^{\frac{5}{2}} \cos x_2(t) \\ \dot{x}_2(t) = u^5(t) + x_2^2(t-2) + x_2^2(t) \sin(x_1(t-1)) \\ y(t) = x_1(t) \end{cases} \quad (27)$$

$\phi_1(\cdot) = |x_1(t-1)|^{\frac{5}{2}} \cos(x_2(t))$ ,  $\phi_2(\cdot) = x_2^2(t-2) + x_2^2(t) \sin(x_1(t-1))$ . Мұндағы  $\omega = \frac{1}{5}$  бол-

са, онда  $r_1 = 1$  және  $p_1 = 5, p_2 = 5$ , демек  $r_2 = \frac{r_1 + \omega}{p_1} = \frac{1 + \frac{1}{5}}{5} = \frac{6}{25}$ ,  $r_3 = \frac{r_2 + \omega}{p_2} = \frac{\frac{6}{25} + \frac{1}{5}}{5} = \frac{11}{125}$  болады.

$$|\phi_1| \leq (1 + x_1^2) \left( |x_1|^{\frac{6}{5}} + |x_1(t-1)|^{\frac{6}{5}} \right) + C_2, \quad |\phi_2| \leq C_1 \left( |x_1(t)|^{\frac{6}{5}} + |x_2(t)|^{\frac{11}{6}} + |x_1(t-1)|^{\frac{6}{5}} + |x_2(t-2)|^{\frac{11}{6}} \right) + C_2$$

1-болжамды қанағаттандыратынын көреміз. Енді  $\sigma = 2$  деп таңдап алайық.

$$\left( \sigma \geq \max \{r_1 + \omega; r_2 + \omega; r_3 + \omega\} = \max \left\{ \frac{6}{5}; \frac{11}{25}; \frac{36}{125} \right\} = \frac{6}{5} \right)$$

Есептеулер жүргізу арқылы Ляпунов функциясын келесі түрде табамыз:

$$\dot{V}_2 \leq -x_1^2 + [x_1]^{\frac{89}{50}} \alpha_2^5 + (1 + \beta_2)x_2^2 + [x_2]^{\frac{89}{50}} (x_3^5 - \alpha_2^5)$$

мұндағы  $\beta_2 = \beta_{21} + \beta_{22} + \beta_{23}$ ,  $\alpha_2^5(x_2) = -[x_2]^{\frac{11}{25}} g_2^{\frac{11}{50}}$   $\dot{V}_2 \leq -(x_1^2 + x_2^2) + [x_2]^{\frac{89}{50}} (x_3^5 - \alpha_2^5)$

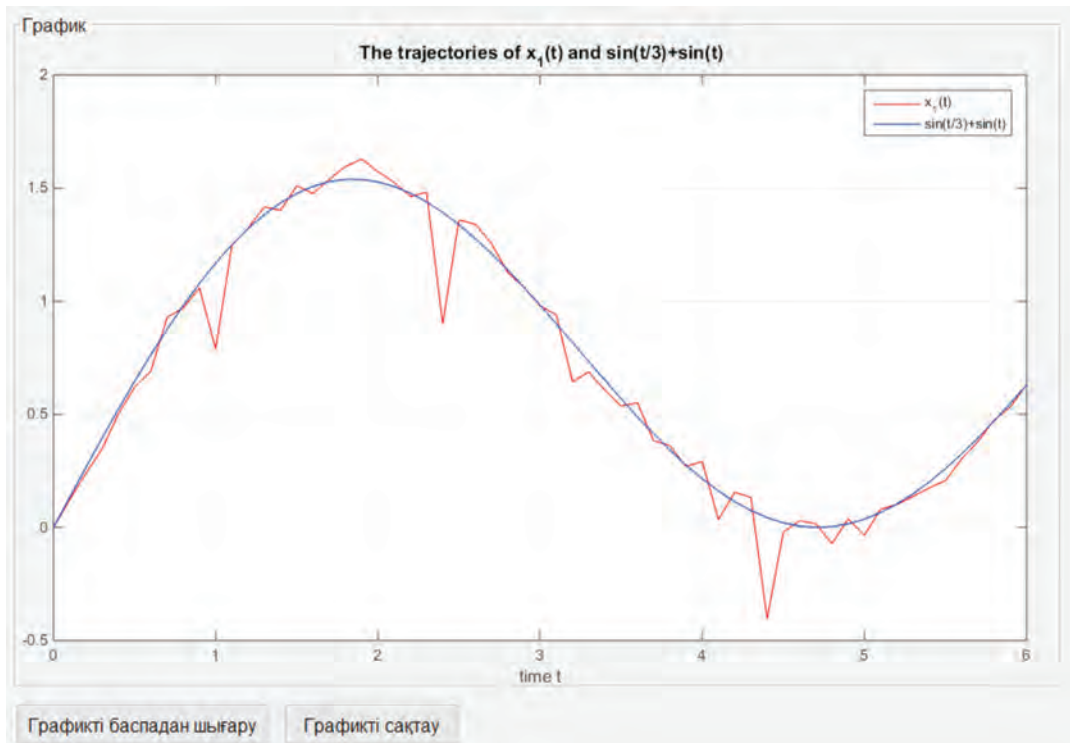
$\alpha_2 = u$ ,  $u(z) = -(\text{sign}(x_2))^{\frac{1}{5}} g_2^{\frac{11}{250}} |x_2|^{\frac{11}{250}}$ , мұндағы  $g_2 = (2 + \beta_2)^{\frac{50}{11}} > 1$ , бұдан

$$\dot{V}_2 \leq -\left(\frac{1}{2}V_2\right)^{\frac{10}{19}} + 2\delta \leq -2\delta < 0$$

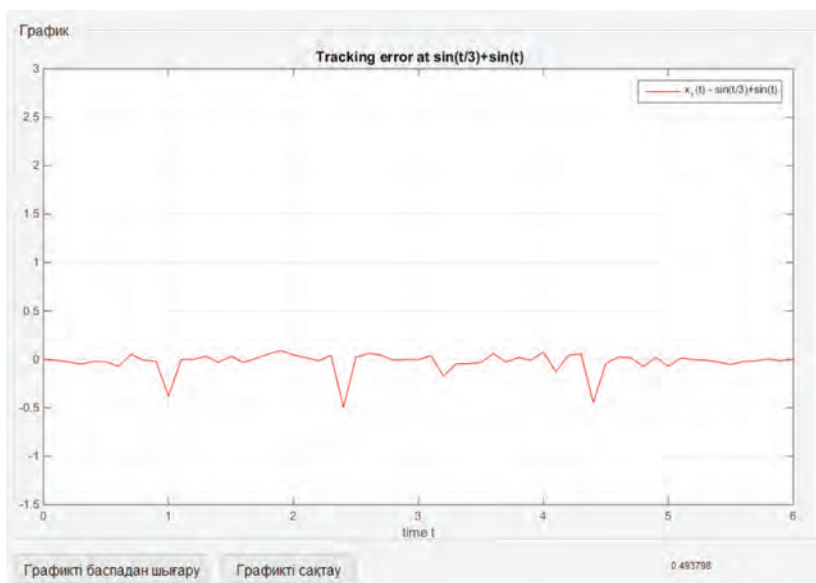
$$\dot{V}_2 \leq -(x_1^2 + x_2^2)$$

$|y(t) - y_r(t)| = |x_1(t)| \leq V_2 \leq 2(4\delta)^{\frac{10}{19}} < \varepsilon$ ,  $\varepsilon > 0$ . Мұндағы  $y_r(t) = \sin\left(\frac{t}{3}\right) + \sin(t)$  формасында тандалды.

**Сандық мысалды компьютерде моделдеу.** Мысалда уақыт кешігуі параметрі  $d=0,5$  тең деп алынды. Дифференциалдық теңдеулер Matlab бағдарламасында арнайы функция dde23 арқылы есептеледі. Уақыт кешігуі параметрі константа болып келетін дифференциалдық теңдеулерді  $\dot{y}(t) = f(t, y(t), y(t-d), \dots, y(t-d))$  формасында жазып алуға болады. Мұнда:  $t$  уақыт,  $y$  тәуелді айнымалылардың вектор-бағанасы және  $\dot{y}(t)$  бірінші ретті туындысы,  $d$  уақыт кешігуі параметрі. 1 суретте көк сызықпен тірек сигнал  $y_r(t)$  және жүйе шығысы  $x_1(t)$  қызыл сызықпен берілген. 2 суретте бақылау кателігі көрсетілді.

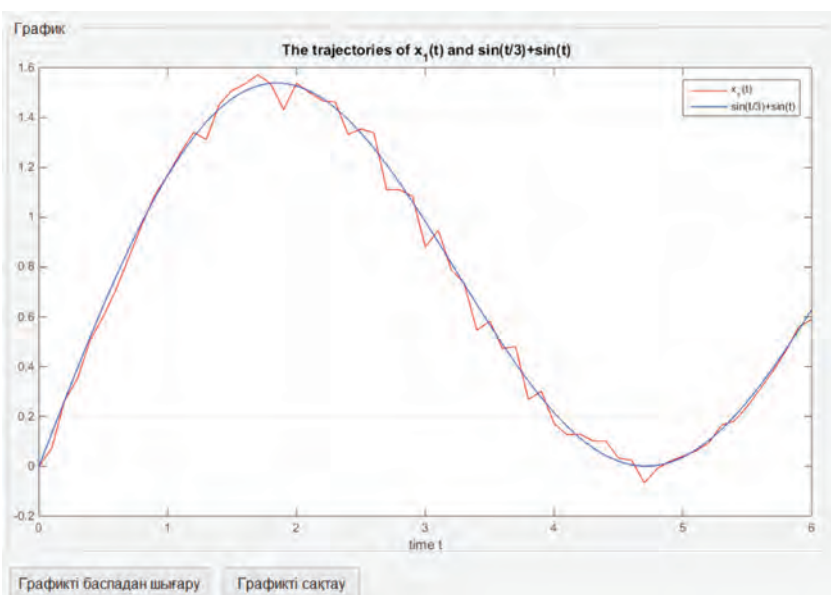


Сурет 1 –  $\delta = 0,01$  болғандағы алынған бақылау нәтижесінің графигі



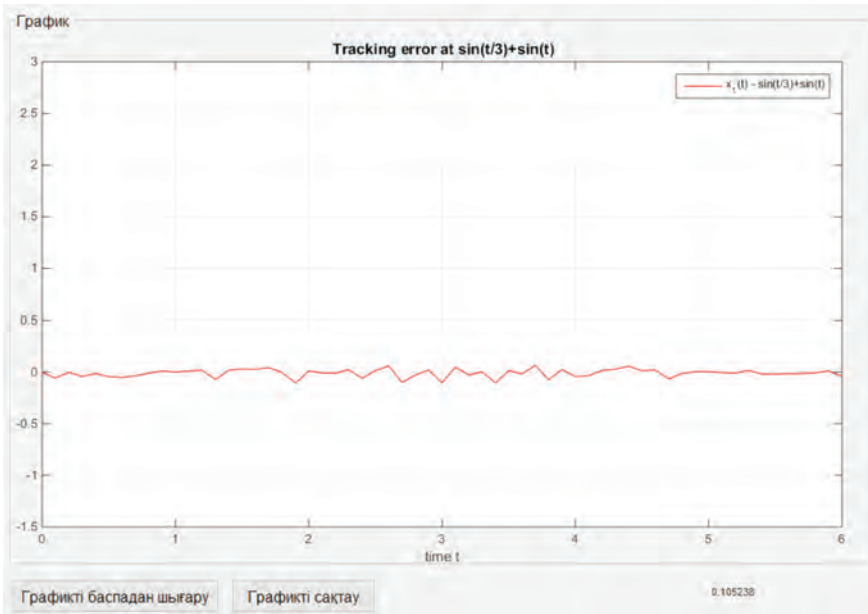
Сурет 2 –  $\delta = 0,01$  шамасы үшін бақылау қателігі графигі

Компьютерлік моделдеуде  $\delta = 0,001$  болған кезде бақылау қателігі шамамен 0.1 азайды (3, 4 сурет). 3 суретте  $\delta = 0,001$  шамасына сай көк сызықпен тірек сигнал  $y_r(t)$  және жүйе шығысы  $x_1(t)$  қызыл сызықпен берілді, ал 4 суретте сәйкесінше бақылау қателігі көрсетілген.



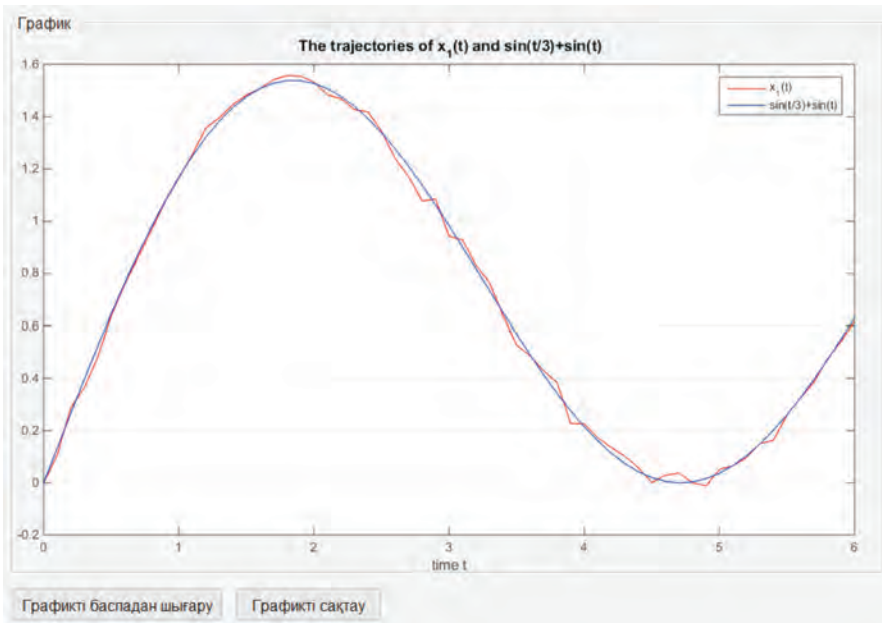
Сурет 3 –  $\delta = 0,001$  болғандағы бақылау графигі



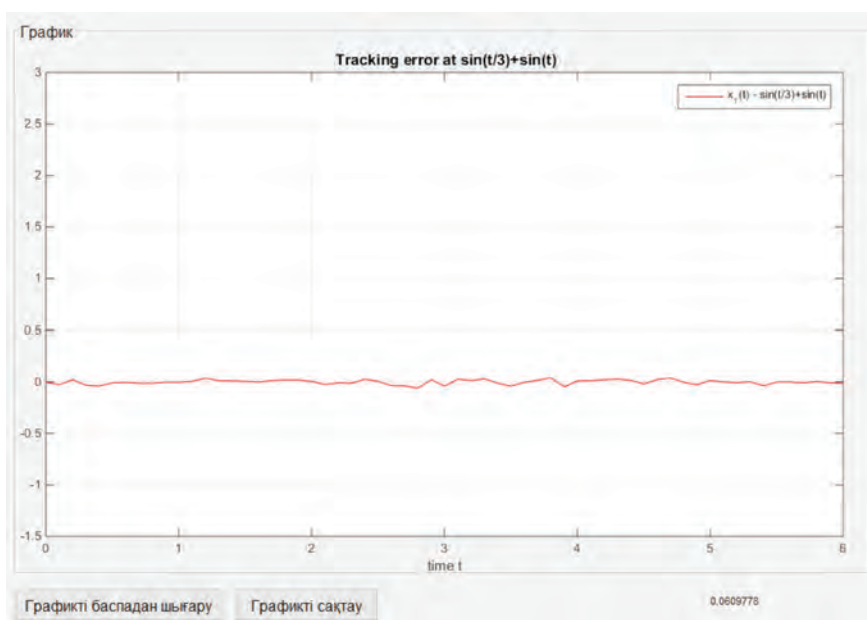


Сурет 4 –  $\delta = 0,001$  болғандағы бақылау қателігі графигі

Компьютерлік моделдеу барысында еркін параметр  $\delta = 0,0001$  шамасында алу арқылы бақылау қателігі шамамен 0.06 төмендеттік (5,6 суреттер).



Сурет 5 –  $\delta = 0,0001$  болғандағы жүйе шығысы және тірек сигнал графигі



Сурет 6 – Бақылау қателігі графигі

**Қорытынды.** Жоғарыда келтірілген сандық мысалды компьютерлік моделдеу нәтижесінде келесі нәтижелерге қол жеткізілді.  $\delta = 0,01$  болғанда алынған бақылау қателігі  $\approx 0,5$  төңірегінде болды, ал  $\delta = 0,0001$  болған кезде бақылау қателігі шамамен 0.06 азайды. Сонымен жүйенің сызықтық емес әлсіз шарттарында кешігу параметрі бар жоғары ретті сызықты емес жүйелер класы үшін шығысты глобалды практикалық бақылау мәселесі қарастырылды. Сигнум функциясын және қуат интеграторын қосудың ортақ әдісін қолдана отырып, уақыт кешігу параметріне тәуелсіз үздіксіз контроллер құрылды, нәтижесінде алынған тұйық жүйенің барлық күйлері шектеулі, ал бақылау қателігі жеткілікті аз деңгейде болатындығын дәлелдедік. Жұмыста келтірілген сандық мысал нәтиженің тиімділігін көрсетті.

## ӘДЕБИЕТ

1 Qian C., He S., Zou Y. Compensator-Based Output Feedback Stabilizers for a Class of Planar Systems With Unknown Structures and Measurements // IEEE Transactions on Automatic Control, 2022, Volume 67, Issue 4, Pages 2138-21431.

2 Zha W., Qian C., Zhai J., Fei S. Robust control for a class of high-order uncertain nonlinear systems via measurement feedback // International Journal of Control, 2019, 92(6), pp. 1393-1400.

3 Alimhan K., Mamyrbayev O., Adamov A., Alisheva S., Oralbekova D. Global Practical Output Tracking for a Class of Uncertain Inherently Time-Varying Delay Nonlinear Systems by Output Feedback // Computation, 2022, 10(10), 187.

4 Alimhan K., Mamyrbayev O.J., Abdenova G.A., Akmetkalyeva A. Output tracking control for high-order nonlinear systems with time delay via output feedback design // Symmetry, 2021, 13(4), 675.

5 Song Z., Zhai J. Practical output tracking control for switched nonlinear systems: A dynamic gain based approach // *Nonlinear Analysis: Hybrid Systems*, 2018, 30, pp. 147-162.

6 Gong Q., Qian C., Global practical output regulation of a class of nonlinear systems by output feedback // *Automatica*, 2007, 43 (1), pp. 184–189.

7 Alimhan K., Inaba H. Practical output tracking by smooth output compensator for uncertain systems with unstabilisable and undetectable linearization // *Int. J. Modelling, Identification and Control*, 2008, 5, 1-13.

8 Alimhan, K., Inaba, H. Robust practical output tracking by output compensator for a class of uncertain inherently nonlinear systems. *Int. J. Modelling, Identification and Control*, 2008, 4, 304-314.

9 Wang Z.Y., D.B. Gu, Cooperative target tracking control of multiple robots // *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2012, vol. 59, no. 8, pp. 3232-3240.

10 Chen X.H., Jia Y.M., Matsuno F. Tracking control for differential-drive mobile robots with diamond-shaped input constraints // *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2014, vol. 22, no. 5, pp. 1999-2006.

11 Wu L.G., Yang X.B., Li F.B. Nonfragile output tracking control of hypersonic air-breathing vehicles with an LPV model // *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 2013, vol. 18, no. 4, pp. 1280-1288.

12 Sanyal A., Nordkvist N., Chyba M. An almost global tracking control scheme for maneuverable autonomous vehicles and its discretization // *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2011, vol. 56, no. 2, pp. 457-462.

13 Liu X., Zhong Sh., Zhao Q., Dynamics of delayed switched nonlinear systems with applications to cascade systems // *Automatica*, Volume 87, January 2018, Pages 251-257.

14 Song Zh., Zhai J. Practical output tracking control for switched nonlinear systems: A dynamic gain based approach // *Nonlinear Analysis: Hybrid Systems*, 2018, 30, 147-162.

15 Micula S. *Nonlinear Equations in MATLAB*, ResearchGate, 2014, 1-14 <https://www.researchgate.net/publication/273000021>

16 Gu D.-W., Petkov H.P., Konstantinov M.M. *Robust Control Design with MATLAB*. Second Edition, Springer-Verlag London, 2013, 491 p.

17 Keviczky L., Bars R., Hetthéssy J., Bányász C. *Control Engineering: MATLAB Exercises*. Springer Singapore, 2018, 275 p. <https://link.springer.com/book/10.1007/978-981-10-8321-1>

18 Azemi A., Yaz E.E. Utilizing SIMULINK and MATLAB in a graduate nonlinear systems analysis course // *Frontiers in Education Conference*, 1996, 2, 595-598.

**Н. ТАСБОЛАТУЛЫ<sup>1</sup>, Қ. ӘЛІМХАН<sup>2</sup>, А. К. ЕРДЕНОВА<sup>1,2</sup>, С. С. АЛИШЕВА<sup>2</sup>,  
Г. Б. БАХАДИРОВА<sup>1</sup>**

<sup>1</sup>*Международный университет Астана, Астана, Казахстан*

<sup>2</sup>*Евразийский университет имени Л.Н. Гумилева, Астана, Казахстан*

## **КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ СЛЕЖЕНИЯ НЕЛИНЕЙНЫМИ СИСТЕМАМИ ВЫСОКОГО ПОРЯДКА С ЗАДЕРЖКОЙ ВРЕМЕНИ**

*В данной работе исследована задача глобального практического управления классом нелинейных систем высокого порядка с обратной связью. Особенность рассматриваемой системы состоит в том, что степень ограничения верхней границы нелинейности берется на непрерывном интервале. Мы разрабатываем настраиваемый и независимый от времени задержки контрол-*

лер слежения, который доминирует над эффектом нелинейности времени задержки, генерируя функцию Ляпунова, соответственно, используя обобщенный метод добавления сигнум-функции и интегратора мощности. Полученный регулятор обеспечивает глобальную ограниченность всех состояний исследуемой замкнутой системы и достаточно малую ошибку управления за конечное время. Кроме того, в данной работе приоритет отдавался компьютерному моделированию ранее достигнутых результатов.

**Ключевые слова:** практическое управление выходом, сигнум-функция, параметр временной задержки, компьютерное моделирование, Matlab GUI

**N. TASBOLATULY<sup>1</sup>, K. ALIMHAN<sup>2</sup>, A. K. YERDENOVA<sup>1,2</sup>, S. S. ALISHEVA<sup>2</sup>,  
G. B. BAKHADIROVA<sup>1</sup>**

<sup>1</sup>Astana International University, Astana, Kazakhstan

<sup>2</sup>L.N. Gumilyov Eurasian National University, Astana, Kazakhstan

## **COMPUTER SIMULATION OF TRACKING IN HIGH-ORDER NONLINEAR SYSTEMS WITH TIME DELAY**

*In this paper, we study the problem of global practical tracking of a class of high-order nonlinear systems with feedback. A feature of the system under consideration is that the degree of limitation of the upper boundary of the nonlinearity is taken on a continuous interval. We develop a tunable and delay-independent tracking controller that dominates the effect of delay time non-linearity by generating a Lyapunov function, respectively, using a generalized method of adding a signum function and a power integrator. The resulting controller ensures global boundedness of all states of the studied closed system and a sufficiently small control error over a finite time. In addition, in this work, priority was given to computer simulation of previously achieved results.*

**Key words:** practical output tracking, signum function, time delay parameter, computer modeling, Matlab GUI