УДК 531.1
https://doi.org/10.47533/2024.1606-146X.72

Т. Б. ҚОШТЫБАЕВ[1]*, Ә. Ә. АҚЖОЛОВА[2], А. М. ТАТЕНОВ[1], М. Е. АЛИЕВА[2]

*[1]Қазақ ұлттық қыздар педагогикалық университетінің доценті,
Алматы, Қазақстан;
[2]Абай атындағы Казақ ұлттық педагогикалық университеті,
Алматы, Қазақстан.
E-mail: koshtybayev70@mail.ru*

МЕХАНИКАЛЫҚ ҚОЗҒАЛЫСТАРДЫҢ МАТЕМАТИКАЛЫҚ БАСТАМАЛАРЫ

Қоштыбаев Т. Б. – ф.-м.ғ.к., Қазақ ұлттық қыздар педагогикалық университеті, физика кафедрасының доценті, Алматы, Қазақстан;

E-mail: koshtybayev70@mail.ru

Ақжолова Ә. Ә. – PhD, Абай атындағы Қазақ ұлттық педагогикалық университеті, физика кафедрасының қауымдастырылған профессоры, Алматы, Қазақстан;

E-mail: aaa_25.04.79@mail.ru

Татенов А. М. – ф.-м.ғ.к., Қазақ ұлттық қыздар педагогикалық университеті, физика кафедрасының доценті, Алматы, Қазақстан;

E-mail: a.tatenov1@gmail.com

Алиева М. Е. – жаратылыстану ғылымдарының магистрі, Абай атындағы Казақ ұлттық педагогикалық Университеті, физика кафедрасының аға оқытушысы, Алматы, Қазақстан.

E-mail:moldir-2008@mail.ru

Мақалада дененің орын ауыстыруының математикалық моделі саналатын И. Ньютонның классикалық механикасындағы кинематикалық және динамикалық теориялар арифметикалық прогрессия (немесе сызықтық функция), тригонометрия және квадраттық функция (теңдеу) заңдылықтарына негізделгендігі дәлелденген. Аталған теориялардағы формулалар, қозғалыс теңдеулері және тәуелділік графиктері бірқалыпты өзгеретін механикалық шамалар мен өзгерістерді іске асырушы (өзгертуші) шамалар арасындағы байланысты жүзеге асыратын математикалық механизмдер екендігі көрсетілген. Бір шаманың бірқалыпты өзгерісінің жеделдетілген (үдемелі) өзгеріске ауысуы сызықтық функцияның квадраттық теңдеуге өту схемасымен жүретіндігі баяндалған. Арифметикалық прогрессияның формуласы (сызықтық функция) мен квадраттық теңдеудегі айнымалылардан уақыт айнымалысына, ал өзгеретін және өзгертуші параметрлерден координатаға, прогрессияның жылдамдығы мен үдеуіне өту арқылы жасалғандығы көрсетілген. Мақаланың мазмұны тақырыпқа сай болу үшін қарастырылған барлық мәселелердің математикалық бастамаларына (алғышарттарына, түпнұсқаларына) басымдық берілді.

Түйін сөздер: *прогрессия, сызықтық және квадраттық теңдеулер, координата, жылдамдық, үдеу, уақыт, айнымалылар.*

Т. Б. КОШТЫБАЕВ[1]*, А. А. АКЖОЛОВА[2], А. М. ТАТЕНОВ[1], М. Е. АЛИЕВА[2]

[1]Казахский национальный женский педагогичесий университет, Алматы, Казахстан;
[2] Казахский национальный педагогический университет имени Абая, Алматы, Казахстан.
E-mail: koshtybayev70@mail.ru

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ НАЧАЛА МЕХАНИЧЕСКИХ ДВИЖЕНИЙ

Т. Б. Коштыбаев - к.ф.-м.н., доцент, Казахский национальный женский педагогичесий университет, Алматы, Казахстан;
E-mail: koshtybayev70@mail.ru
А. А. Акжолова - PhD, ассоциированный профессор, Казахский национальный педагогический университет имени Абая, Алматы, Казахстан;
E-mail: aaa_25.04.79@mail.ru
А. М. Татенов - к.ф.-м.н., доцент кафедры физики Казахского национального женского педагогического университета, Алматы, Казахстан;
E-mail: a.tatenov1@gmail.com
М. Е. Алиева - магистр е.н., Казахский национальный педагогический университет имени Абая, Алматы, Казахстан.
E-mail: moldir-2008@mail.ru

В статье доказано, что кинематические и динамические теории в классической механике И. Ньютона, считающиеся математической моделью перемещения тела, основаны на законах арифметической прогрессии (или линейной функции), тригонометрии и квадратичной функции (уравнения). Показано, что формулы, уравнения движения и графики зависимостей в указанных теориях являются математическими механизмами, реализующими связь между равномерно изменяющимися механическими величинами и величинами, реализующими (изменяющими) изменения. Показано, что переход равномерного изменения одной величины к ускоренному (прогрессивному) изменению происходит по схеме перехода линейной функции в квадратичное уравнение. Показано, что формула арифметической прогрессии (линейная функция) создается путем перехода от переменных в квадратичном уравнении к временной переменной, а от изменяющихся и меняющих параметров к координате, скорости и ускорению прогрессии. Чтобы содержание статьи соответствовало теме, приоритет отдавался математическим инициативам (предпосылкам, оригиналам) всех рассматриваемых проблем.

Ключевые слова: *прогрессия, линейные и квадратичные уравнения, координаты, скорость, ускорение, время, переменные.*

T. KOSHTYBAYEV[1]*, A. AKZHOLOVA[2], A. TATENOV[1], M. ALIYEVA[1]

[1]Kazakh National Women's Pedagogical University, Almaty, Kazakhstan;
[2]Abai Kazakh National Pedagogical University, Almaty, Kazakhstan.
E-mail: koshtybayev70@mail.ru

MATHEMATICAL PRINCIPLES OF MECHANICAL MOVEMENTS

Koshtybayev T. – candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor of the Department of Physics of the Kazakh National Women's Teacher Training University, Almaty, Kazakhstan;
E-mail: koshtybayev70@mail.ru
Akzholova A. – PhD, associate professor of the Physics Department of the Abai Kazakh National Pedagogical University, Almaty, Kazakhstan;
E-mail: aaa_25.04.79@mail.ru
Tatenov A. – Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor of the Department of Physics of the Kazakh National Women's Teacher Training University, Almaty, Kazakhstan;
E-mail: a.tatenov1@gmail.com
Aliyeva M. – Master of Sciences, Senior lecturer of the Physics Department of the Abai Kazakh National Pedagogical University, Almaty, Kazakhstan.
E-mail: moldir-2008@mail.ru

The article proves that kinematic and dynamic theories in classical mechanics by I. Newton, considered a mathematical model of body displacement, are based on the laws of arithmetic progression (or linear function), trigonometry and quadratic function (equation). It is shown that formulas, equations of motion and graphs of dependencies in these theories are mathematical mechanisms that implement the relationship between uniformly varying mechanical quantities and quantities that implement (modify) changes. It is shown that the transition of a uniform change of one value to an accelerated (progressive) change occurs according to the scheme of transition of a linear function into a quadratic equation. It is shown that the formula of an arithmetic progression (linear function) is created by moving from variables in a quadratic equation to a time variable, and from changing and changing parameters to the coordinate, velocity and acceleration of the progression. In order for the content of the article to correspond to the topic, priority was given to mathematical initiatives (prerequisites, originals) of all the problems under consideration.

Keywords: *progression, linear and quadratic equations, coordinates, velocity, acceleration, time, variables.*

Кіріспе. Табиғаттың (тіршіліктің) басты қозғаушы күші мен дамушы көзі-өзгерістер екендігі даусыз. Өзгерістердің барлық түрі бейберекеттілік қағидасына емес керісінше реттілік (жүйелілік) принциптеріне бағындырылған, жаратылыс заңы сондай. Реттілік принципері деп отырғанымыз-материяның бір темпті (қалыпты) және жедел ырғақты (үдемелі) құбылуы (түрленуі, өзгеріске ұшырауы). Темп сөзі латынның *расе-уақыты, жылдамдығы, қадамы, ритмі, ырғағы* дегенді білдіреді. Даму (немесе өркендеу) қағидатының басты ұстанымы-аласадан орташаға, орташадан үлкенге, үлкеннен іріге қарай жүруі, яғни бірдей қадаммен дамып отыру (ілгерілеу).

Тіршіліктегі кез-келген өзгермелі процеске қатысты бір шаманың (параметрдің) бірқалыпты өзгеру сипаты арифметикалық прогрессия заңдылығына бағындырылған. Прогрессия-латынның *progressio-алға қарай қозғалыс* дегенді сөзі. Қандай да бір өзгермелі құбылысқа қатысы бар a деген параметрдің (шаманың) a_1, a_2, a_3, ..., a_n,... тізбектес мәндері бір-бірінен d-ға үлкен ($a_1 < a_2 < a_3$,...) немесе бір-бірінен d-ға кіші ($a_1 > a_2 > a_3$,...) болса, онда a_1, a_2, a_3, ..., a_n, ... тізбегі a-ның өспелі немесе кемімелі арифметикалық прогрессиясы деп аталады. Байқап отырғанымыздай, бірқалыпты өзгеруші ретінде *a* болса, оны бірқалыпты өзгертуші рөлінде *d* болып отыр. *a*-ның a_1, a_2, a_3, ..., a_n, ...мәндері $n = 1, 2, 3, ...$ арқылы реттеледі [1].

Тіршіліктегі өзгермелі процестердің табиғатын анықтап, оны математикалық заңдылықтар мен теңдеулер арқылы суреттеуді қолға алған және осы жолда көптеген іргелі нәтижелерге қол жеткізген адамзат тарихындағы ұлы тұлғалардың бірегейі-ағылшынның кемеңгер математигі Исаак Ньютон. Ол алғашқылардың бірі болып механикалық қозғалыстарды математикалық заңдылықтар базасында түсіндіре білді. Нақтырақ айтқанда, Ньютон арифметикалық амалдарды, сандардың арифметикалық және геометриялық прогрессияларын, дифференциялдау мен интегралдауды жетілдіре отырып механикалық қозғалыстың тұтас бір теориясын жасап шықты. И. Ньютон 1680–1687 жылдары аспан денелерінің қозғалысы мен тартылысқа қатысты оптикалық есептерді шығарудан *математикалық физика есептері* деп аталып кеткен механикалық есептерге түбегейлі бетбұрыс жасаған болатын. Бұл есептердің модельін (құрылымын), мазмұны мен нәтижелерін «Табиғи философияның математикалық бастамалары» атты 3-томдық кітабында жариялап, осы арқылы классикалық механиканың негізін құрып берді. Аталған кітаптарды физиканың математикалық негіздемесі деуге болады. Кітаптың 1-ші томында механикалық қозғалыстың кинематикалық және динамикалық теориялары ұсынылып, олардың негізгі деген тұжырымдамалары мен қорытындыларын теңдеулер (немесе формулалар) түрінде бекітті (заңдастырды) [2–4]. Басқаша айтқанда, И. Ньютон көптеген математикалық заңдылықтардың өмірдегі (табиғаттағы немесе тіршіліктегі) қолданылу аясын және осы заңдылықтардың практикалық маңызын айқындап берді. Ньютонның классикалық механикасы арифметикалық және геометриялық прогрессия заңдылығына негізделіп жасалғандығын дәлелдеп көрсету–осы мақаланың басты мақсаты.

Материялық денелердің механикалық қозғалыстарына арналған кинематикалық және динамикалық теорияларда механикалық шамалар екі топқа бөлінген: бірінші топтағылар – уақыт бойынша *бірқалыпты өзгерушілер*, ал екінші топтағылар – *бірқалыпты өзгертушілер*. Өзгертушілер тобындағы шамалар өзгеріс темпіне жауап береді, сол үшін *өзгеріс жылдамдықтары* деп те аталып кеткен. Бірқалыпты өзгеретін шама мен өзгертушінің өлшемдері (табиғаты) бір болғанымен, өзгеріс жылдамдығының (өзгертуші шаманың) c^{-1}-ге өзгешелігі бар. Мысалы, мәндері бірқалыпты өзгеретін шаманың өлшемін А деп алсақ, онда өзгертуші шаманың өлшемі А/с болады.

Негізгі бөлім. ***Арифметикалық прогрессия.*** Жоғарыда айтылғандай, прогрессия мүшелелерінің айырымы Δ немесе *d* әріптері арқылы белгіленіп отыр: Δ (дельта)–грек алфавитінің төртінші әріпі ($\Delta\delta$); *d*-латынның *differentia–айырма* немесе ағылшынның *derivative–туынды* сөздерінен алынған және ол *прогрессия дифференциялы, прогрессия мүшелерінің өзгеру қадамы, мүшелердің өзгеру жылдамдығы* (υ_a) немесе *a*-ның *туындысы* (a') деп аталады. Егер $a_1 < a_2$ болса, онда $d > 0$ (оң мәнді) және прогрессия –өспелі. Ал егер де $a_1 > a_2$ болса, онда $d < 0$ (теріс мәнді) және прогрессия–кемімелі болып табылады.

Айталық, $a_1, a_2, a_3,..., a_n,...$ қатары (тізбегі) өспелі прогрессия болсын:

$$a_1, \quad a_2 = a_1 + 1d, \quad a_3 = a_2 + 1d, \quad a_4 = a_3 + 1d,..., \quad a_n = a_{n-1} + 1d \qquad (1)$$

немесе

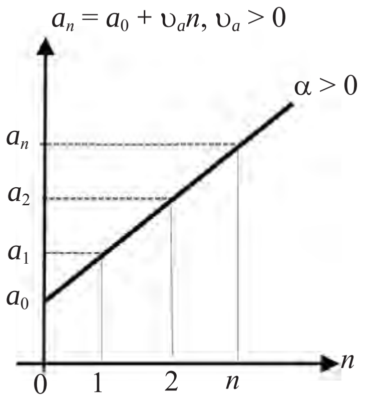
$$a_1, \quad a_2 = a_1 + 1d, \quad a_3 = a_1 + 2d, \quad a_4 = a_1 + 3d,..., \quad a_n = a_1 + (n-1)d \qquad (1a)$$

Егер бізге a_1 белгісіз болса, онда тізбектің бірінші мүшесінен бастап анықтауға мүмкіндік беретін формуланы алу үшін $a_n = a_1 + (n-1)d$ формуласын түрлендіру қажет:

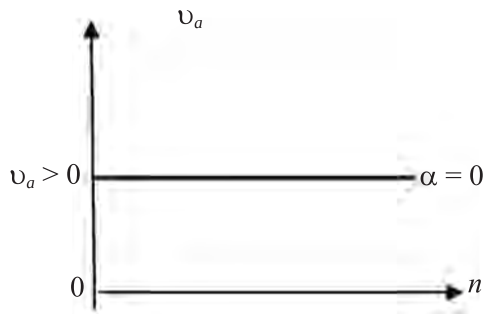
$$a_n = a_1 + (n-1)d = a_1 + dn - d = (a_1 - d) + dn,$$

Бұл жерде $a_0 = a_1 - d$ – прогрессияның $n = 0$ мәніне сәйкес келетін ең алғашқы мүшесі. Сонда, $a_0, a_1, a_2, a_3, ..., a_n$ прогрессиясының кез-келген мүшесін анықтап беретін формула мына түрде жазылады:

$$a_n = a_0 + dn = a_0 + \upsilon_a n \quad n = 1, 2, 3,... \qquad (2)$$



1-сурет



2-сурет

Бұл жерде a_0 белгілі деп саналады. (2)-қатарды ашып жазайық:

$$a_0, \quad a_1 = a_0 + d, \quad a_2 = a_1 + d = a_0 + 2d, \quad a_3 = a_2 + d = a_0 + 3d,..., \quad a_n = a_0 + nd$$

d, υ_a $\qquad$ d, υ_a $\qquad$ d, υ_a

$\upsilon_a > 0$ шартында $a_n = a_0 + \upsilon_a n$ прогрессиясы – өспелі, ал $\upsilon_a < 0$ жағдайда – кемімелі. 1-суретте өспелі $a_0, a_1, a_2, a_3, ..., a_n$ прогрессия мүшелерінің n-ге тәуелділігі (немесе $a_n = f(n)$ графигі) жоғары бағытталған түзу болатындығы көрсетілген. Прогрессия болуы үшін мүшелердің өзгеру жылдамдығы тұрақты болуы керек екендігі белгілі. 1-суреттегі өспелі прогрессияның $\upsilon_a > 0$ жылдамдығының n-ге тәуелді болмайтындығы 2-суреттегі $\upsilon_n = f(n)$ графигі арқылы көрсетілген. $a_n = a_0 + \upsilon_a n = a_1, a_2, a_3, ..., a_n$ ...-кемімелі прогрессия мүшелерінің n-ге тәуелділігі (немесе $a_n = f(n)$ графигі) төмен бағытталған түзу болатыны 3-суретте, ал осы прогрессияның жылдамдығының n-ге тәуелді болмайтындығы 4-сурет арқылы берілген. 1 және 3–суреттердегі түзулер горизонталь (жазық) оське α бұрышпен көлбей орналасқан (немесе түзулер осьпен α бұрыш жасайды). Түзулердің көлбеулік бұрышының тангенсі прогрессия жылдамдығына немесе a-ның *туындысына* (a') тең:

$$tg\alpha = \frac{\Delta a}{\Delta n} = \frac{(a_2 - a_1)}{2-1} = a_2 - a_1 = \upsilon_a \tag{3}$$

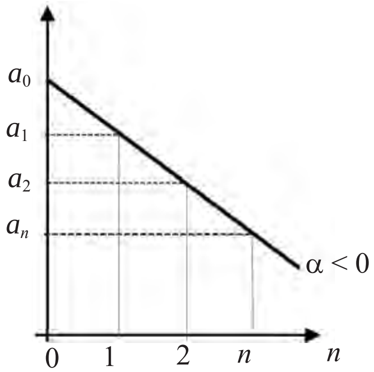
немесе

$$tg\alpha = \upsilon_a = a' \tag{3а}$$

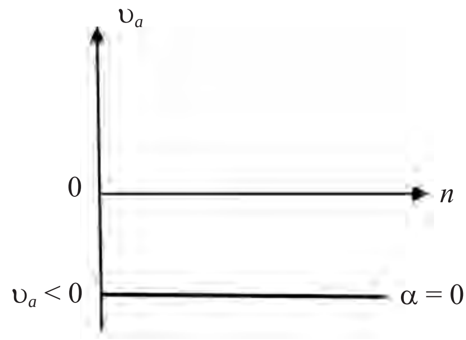
Осы себептен прогрессия жылдамдығын кейде *бұрыштық коэффициент* деп те атайды.

Прогрессияны механикалық қозғалыстар заңдылығына айналдыру. Осы жерге дейін мақаланың тақырыбына сай механикалық қозғалыстардың математикалық бастамаларынан хабардар болдық. Ендігі жерде осы бастамалар бойынша дененің орын ауыстыру

$a_n = a_0 + \upsilon_a n,\ \upsilon_a > 0$



3-сурет



4-сурет

заңдылықтарының жасалу ретіне (кинематикаға) тоқталамыз. Кинематика сөзі ежелгі грек тілінен аударғанда *қозғалыс* дегенді білдіреді. Ең басында кинематика деп *кеңістік пен уақытты* түсінетін болған, яғни механикалық қозғалыстардың уақыт, кеңістік сипаттамаларына белгілі бір уақыт аралықтарына сәйкес келетін кесінді ұзындақтарын жатқызған. Механикада кинематикадан кейін тұрған бөлім – динамика, ол гректің *күш, қуат* деген ұғымдарына сәйкес келеді.

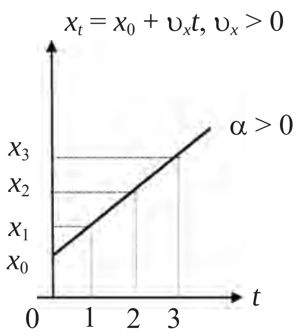
$a_n = a_0 + \upsilon_a n$ немесе $a_n = a_0 + a'n$ прогрессия формуласынан қозғалысты сипаттаушы кинематикалық теңдеулерге ауысу үшін мынадай алмастырулар (түрлендірулер) жасалады: материялық дене X осьінің бағытында қозғалады, сондақтан да прогрессия формуласындағы ($a_n = a_0 + \upsilon_a n$ немесе $a_n = a_0 + a'n$) a параметрі ретінде X осьіндегі дененің орындарына жауапты сандар – координаталар (x), ал n = 1, 2, 3,...-натурал сандардың орнына уақыт (t) мәндері алынады (t = 0, 1, 2, 3,....). Сонда, дененің бірқалыпты қозғалыстары кезіндегі координаталарының уақыт бойынша өзгеру заңдылығы мына түрде жазылатын болады:

$$x_t = x_0 + \upsilon_x t \tag{4}$$

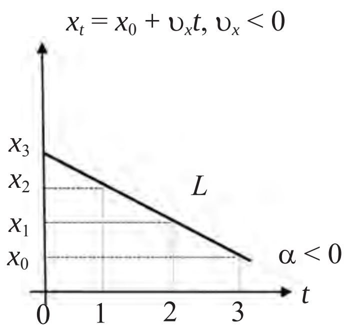
Бұл координаталардың x_0, x_1, x_2, x_3, ..., x_n,... мәндерінен құрылған арифметикалық прогрессияның формуласы болып табылады. Формула сөзі латынның *formula–forma* сөзін қысқартып алынған, ол *бейнесі, образы, түрі, кейіпі* дегенді білдіреді. Олай болса, формула–логикалық тұжырымдаманың символдық жазылу түрі (бейнесі).

Сызықтық теңдеуден қозғалыс теңдеуіне өту. $y = c + вx$ түрдегі түзудің теңдеуінде мәндері бірқалыпты өзгеретін y-тің орнына дененің координаталары (x), ал $y_0 = c$ параметрінің орнына дене координатасының алғашқы $t = 0$ уақыт мезетіндегі x_0 мәні (прогрессияның ең алғашқы мүшесі) алынады. Прогрессия қадамы (жылдамдығы) $в$-ның орнына координата прогрессиясының υ_x жылдамдығы алынады. Осындай алмастырулардан кейін $y = c + вx$ сызықтық теңдеуі (4)-түрдегі координаталар бойынша сызықтық теңдеуге айналатынын аңғару қиын емес. (4)-теңдік *дене координаталарының бірқалыпты өзгеру заңдылығы* немесе *бірқалыпты түзу сызықты қозғалыстың теңдеуі деп аталады* [5-7].

$x_t = x_0 + \upsilon_x t$ теңдеуінде бірқалыпты өзгерушінің рөлінде дененің координаталары (x_0, x_1, x_2, x_3, ..., x_n,...), ал өзгерісті реттеуші (айнымалы) рөлін t атқаратын болады (6 және 7-суреттер). Уақыттың 0,1,2,3,....секунд мәндеріне сәйкес келетін x-тің x_0, x_1, x_2, x_3, ..., x_n,... мәндері бір-бірінен υ_x-ке айырмашылықта болады және бұл шама x-тің *туынысы* (x'), координаталардың мәндерінің *өзгеру жылдамдығы* (υ_x) немесе 5, 6-суреттердегі L түзуінің көлбеулік бұрышын анықтайтын *бұрыштық коэффициент* ($\upsilon_x = \text{tg}\alpha$) деп аталады. $t = 0$ мәнге координатаның x_0 сәйкес келетіні айтылды. Олай болса, $x_t = x_0 + \upsilon_x t$ теңдеуінің $a_n = a_0 + a'n$ және $y_x = y_0 + y'x$ секілді прогрессиялық түрі $x_t = x_0 + x't$ болады. 5-суретте $\upsilon_x > 0$ болғандағы $x_t = x_0 + \upsilon_x t$ сызықтық функцияның (арифметикалық прогрессияның) $x = f(t)$ тәуелділік графигі дәл 1 және 5-суреттердегідей жоғары бағытталған L түзуі болатындығы көрсетілген. Ал 6-суреттен $\upsilon_x < 0$ шартындағы $x_t = x_0 + \upsilon_x t$ сызықтық функцияның $x = f(t)$ тәуелділік графигі дәл 3-суреттегідей төмен бағытталған L түзуі болатынын көруге болады. $x_t = x_0 + \upsilon_x t$ теңдеуі бірқалыпты түзу сызықты қозғалыстың теңдеуі екендігі жоғарыда келтірілді, түзу сызықты деп 5 және 6-суреттердегідей координаталардың уақытқа тәуелділігі түзу сызық болғандығына байланысты айтылып отыр. Көбіне осы жағдайды дененің X осінің бағытында түзу бойымен орын ауыстырып бара жатқандығымен немесе дененің *траекториясының* түзу болғандығымен шатастырып алады (т*раектория* ұғымы латынның *track-із* деген сөзінен шыққан).



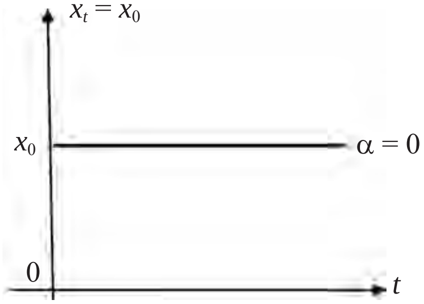
5-сурет



6-сурет

$x_t = x_0 + \upsilon_x t$ теңдеуінде $\upsilon_x = \text{tg}\alpha$. Ал егер υ_x-тің орнында нөл болса ($\upsilon_x = 0$), онда $x_t = x_0 + 0 \cdot t = x_0$, онда tg0 = 0, сәйкес $\alpha = 0$ (7-сурет). Олай болса, x-тің тек бір ғана мәні болады да прогрессия орындалмайды. 5-суреттегі L түзуі өспелі арифметикалық прогрессияға сәйкес келеді, яғни ол y-тің мәндерінің бірқалыпты көбейіп жатқандығын білдіреді. Ал 6-суреттегі L түзуі дене координаталарының бірқалыпты азайып жатқандығын білдіреді, яғни ол кемімелі арифметикалық прогрессияға сәйкес келеді.

Координатаның бірқалыпты өзгерісінен үдемелі өзгеріске ауысу. 10-суреттегі координатаның $x_t = x_0 + \upsilon_x t$ сызықтық функция арқылы анықталатын x_0, x_1, x_2, x_3, ..., x_n,... мәндерінің бірқалыпты артуынан олардың жеделдеп немесе үдемелі түрде артуына ауысуын қарастырайық. Координаталар бірқалыпты көбею заңдылығынан жеделдеп (үдемелі түрде) арту заңдылығына ауысу үшін $x_t = x_0 + \upsilon_x t$ теңдеуіне a деген үдетуші (жеделдетуші) параметр қосу керек (латынның *acceleratio–үдеу* деген сөзі). Нәтижеде сызықтық теңдеу $x_t = x_0 + \upsilon_x t + at^2$ түрдегі квадраттық (сызықтық емес) теңдеуге айналады. Бұл теңдеудегі уақыт айнымалысының мәндеріне сәйкес келетін координата мәндері сызықтық заңдылыққа бағынбайды.



7-сурет

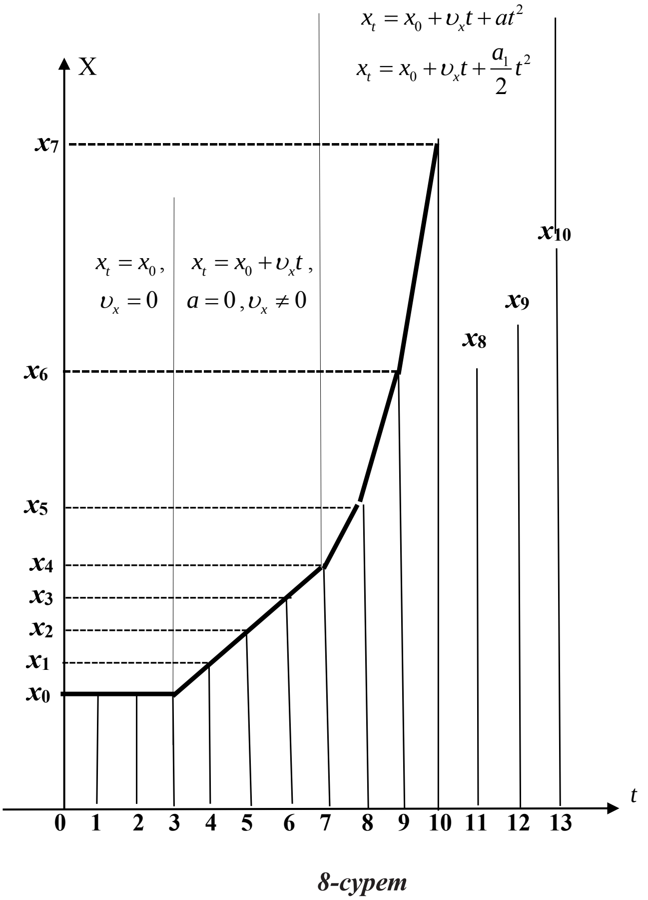
$x_t = x_0 + \upsilon_x t + at^2$ теңдеуінде $t = 0$ болса, онда $x_t = x_0$ шығады. Басқаша айтқанда, 8-суреттен көріп отырғанымыздай, t-ның 0, 1, 2, 3 мәндері үшін $x_t = x_0$ функциясымен берілген координатаның x_0 мәні өзгеріссіз қалады (дене тыныштық күйде тұр). $x_t = x_0$-ға υ_x -ті қоссақ, онда $x_t = x_0 + \upsilon_x t$ түрдегі сызықтық функция пайда болып t-ның келесі 3, 4, 5, 6, 7 мәндері үшін координатаның бір-бірінен υ_x -қа үлкен x_0, x_1, x_2, x_3, x_4 мәндерінің арифметикалық прогрессиясын аламыз ($x_t = x_0 + \upsilon_x t$ функциясындағы t-ға 3, 4, 5, 6, 7 цифрларды емес 0, 1, 2, 3, 4 цифрлары қойылады). t-ның 3, 4, 5, 6, 7 мәндерінде $x_t = x_0 + \upsilon_x t$ прогрессиясының (сызықтық теңдеудің) υ_x – өзгеру жылдамдығы немесе координатаның x_0, x_1, x_2, x_3, x_4 мәндерінің аралары тұрақты және ол төмендегі 3-кестеде көрсетілген. Бұл кестеде t-ның мәндерінің $\Delta t = 7 - 3 = 4$ секунд аралығындағы өзгерісіне координатаның мәндерінің $\Delta x = x_4 - x_0$ аралығындағы өзгерісі сәйкес келеді. Δx-ті ұзындығы $| x_4 - x_0 |$ болатын кесінді деп те қарастыруға болады (латын тілінде *кесінді–Segmentum*). Уақыттың $\Delta t = 4$ секунд аралығындағы x-тің x_0 м, x_1 м, x_2 м, x_3 м, x_4 метр мәндерінің арасы υ_x-қа тең болғандықтан сегменттің ұзындығын осы υ_x-дың қосындысы арқылы анықтауға болады (латынша *қосындылау–Summation*): $\Delta x = S_{\Delta t} = \upsilon_x + \upsilon_x + \upsilon_x + \upsilon_x = 4\upsilon_x$ немесе $\Delta t = 4$ секунд болатындығын ескергенде: $\Delta x = S = (\Delta t) \cdot \upsilon_x$ немесе уақыттың t өзгерісіне сәйкес келетін координата өзгерісінің ұзындығы Бұл жерде S белгілеуі (әріпі) *Segmentum* немесе *Summation* ұғымдарына сәйкес келеді.

1-кесте

t-ның жалпы үзіліссіз мәндері (Δt = 4 сек)	t = 3 с	t = 4 с	t = 5 с	t = 6 с	t = 7 с
t-ның жұмыстық мәндері (Δt = 4 сек)	t = 0 с	t = 1 с	t = 2 с	t = 3 с	t = 4 с
x-тің мәндері	x_0 м	x_1 м	x_2 м	x_3 м	x_4 м
x-тің мәндерінің 1 секундтағы өзгерістері	υ_x м/с	υ_x м/с	υ_x м/с	υ_x м/с	

Ал егер $x_t = x_0 + \upsilon_x t$ функциясына t-ның келесі 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13 секунд мәндері үшін a параметрін қоссақ, онда x-тің мәндерінің $x_t = x_0 + \upsilon_x t$ прогрессиясы бұзылып аралары әртүрлі болатын x_4 м, x_5 м, x_6 м, x_7 м, x_8 м, x_9 м, x_{10} метр мәндерін беретін $x_t = x_0 + \upsilon_x t + at^2$ функциясын аламыз (8-сурет). Бұл жағдайда да $x_t = x_0 + \upsilon_x t + at^2$ функциясындағы t-ға 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13 цифрларды емес 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 қойылады.

$$S_t = \upsilon_x \cdot t \tag{5}$$



8-сурет

Ескерту: 8-суретте $x_t = x_0$-тұрақты, $x_t = x_0 + \upsilon_x t$-түзу сызықты және $x_t = x_0 + \upsilon_x t + at^2$-параболалық (қисық сызықты) функциялардың графиктері бір ғана жазықтықта салынып жатқандықтан t-ның мәндері *жалпы үзіліссіз мәндер* және *жұмыстық мәндер* болып бөлінген. Уақыттың үзіліссіз мәндері–секундомердің қосылғаннан бастап тоқтағанға дейінгі көрсетулері, ал жұмыстық мәндер деп координаталардың үш түрлі өзгеру жағдайларының ұзақтығын айтамыз. Мысалы, 8-суретте дененің тыныштық күйіне уақыттың 0–3 секунд аралығы сәйкес келеді (бұл кезде дененің x_0 м координатасы өзгермейді), дененің бірқалыпты қозғалысына уақыттың 3–7 секунд мәндері сәйкес келеді (дененің координатасы $x_t = x_0 + \upsilon_x t$ прогрессия заңдылығы бойынша тұрақты υ_x жылдамдықпен өзгереді), ал дене координаталарының үдемелі түрдегі өзгерісіне жалпылама (үзіліссіз) уақыттың 7–13 секунд мәндері сәйкес келеді.

2-кестеде t-ның 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13 секунд мәндеріне аралары $S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6$ болатын $x_4, x_5, x_6, x_7, x_8, x_9, x_{10}$ – координата мәндері сәйкес келетіні көрсетілген. Дене координаталарының аралары x-тің *қадамдары* немесе *дененің орын ауыстырулары* деп аталып, S арқылы белгіленді (латынша *қадам* сөзі – *Step*). $S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6$ орын ауыстырулар бір-бірінен $a_1 = 2a$ *үдеуге* үлкен болатын арифметикалық прогрессия құрайды екен:

$$S_1 = \upsilon_x + 1\left(\frac{a_1}{2}\right); \quad S_2 = S_1 + a_1 = \upsilon_x + 1\left(\frac{a_1}{2}\right) + a_1 = \upsilon_x + 3\left(\frac{a_1}{2}\right);$$

$$S_3 = S_2 + a_1 = \upsilon_x + 3\left(\frac{a_1}{2}\right) + a_1 = \upsilon_x + 5\left(\frac{a_1}{2}\right); \quad S_4 = S_3 + a_1 = \upsilon_x + 5\left(\frac{a_1}{2}\right) + a_1 = \upsilon_x + 7\left(\frac{a_1}{2}\right)$$

$$S_5 = S_4 + a_1 = \upsilon_x + 7\left(\frac{a_1}{2}\right) + a_1 = \upsilon_x + 9\left(\frac{a_1}{2}\right);$$

$$S_6 = S_5 + a_1 = \upsilon_x + 9\left(\frac{a_1}{2}\right) + a_1 = \upsilon_x + 11\left(\frac{a_1}{2}\right)$$

2-кесте

t-ның жалпы үзіліссіз мәндері (Δt = 6 сек)	t = 7 с	t = 8 с	t = 9 с	t = 10 с	t = 11 с	t = 12 с	t = 13 с
t-ның жұмыстық мәндері (Δt = 6 сек)	t = 0	t = 1 с	t = 2 с	t = 3 с	t = 4 с	t = 5 с	t = 6 с
Координаталардың мәндері	x_4 м	x_5 м	x_6 м	x_7 м	x_8 м	x_9 м	x_{10} м
Координаталардың аралықтары	S_1 м	S_2 м	S_3 м	S_4 м	S_5 м	S_6 м	
Қадамдардың (орын ауыстырулардың) аралықтары		$a_1 = 2a$	$a_1 = 2a$	$a_1 = 2a$	$a_1 = 2a$	$a_1 = 2a$	

Осы келтірілген прогрессияның жалпы формуласы мынадай болады:

$$S_t = \upsilon_x + (2t-1)\frac{a_1}{2},\ t = 1, 2, 3, 4, 5, 6 \text{ сек} \tag{6}$$

Мұндағы $(2t-1)$ – тақ сандар қатары. $x_t = x_0 + \upsilon_x t + at^2$ функциясындағы a параметрі a_1 *үдеудің* жартысына тең, яғни $a = \frac{a_1}{2}$. Олай болса, $x_t = x_0 + \upsilon_x t + at^2$ функциясын $x_t = x_0 + \upsilon_x t + \frac{a_1}{2}t^2$ түрде де жазуға болады екен.

2-кесте мен 8-суретте уақыттың $\Delta t = 13 - 7 = 6$ секунд аралығындағы өзгерісіне координата мәндерінің $\Delta x = (x_{10} - x_4)$ метрге тең болатын өзгерісі сәйкес келеді. Δx-ті ұзындығы $|x_{10} - x_4|$ болатын кесінді (немесе Δt уақыты ішіндегі орын ауыстыру) деп қарастырсақ, онда осы сегменттің ұзындығын $t = 1, 2, 3, 4, 5, 6$ уақыт мезеттеріндегі қадамдардың қосындысы (*Summation Step* (S_t)) арқылы анықтауға болады:

$$S = S_1 + S_2 + S_3 + S_4 + S_5 + S_6 = 6\cdot\upsilon_x + 36\cdot\frac{a_1}{2} = 6\cdot\upsilon_x + \frac{a_1}{2}\cdot 6^2 \tag{7}$$

$\Delta t = 6$ с екендігін ескерсек, онда (7)-тен кесіндінің ұзындығы немесе 6 с ішіндегі барлық барлық қадамдардың қосындысы:

$$\textit{Segmentum}\ (S_t) = \textit{Summation Step}\ (S_t) = 6\cdot\upsilon_x + \frac{a_1}{2}\cdot 6^2 = \upsilon_x\cdot\Delta t + \frac{a_1}{2}\cdot(\Delta t)^2$$

немесе

$$S_t = \upsilon_x t + \frac{a_1}{2}t^2 \tag{8}$$

1-кестеде көрсетілгендей, уақыттың 3, 4, 5, 6, 7 секунд мәндеріне сәйкес келетін координатаның x_0 м, x_1 м, x_2 м, x_3 м, x_4 метр мәндерінің (қатарының) өзгеру жылдамдығы болып табылатын υ_x шамасы t-ның келесі 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13 секунд мәндерінде прогрессияға түсе бастайды: уақыттың соңғы көрсетілген мәндерінде координаталар прогрессиясының жылдамдығы бір-бірінен a_1 үдеуге артық болатын υ_x, υ_1, υ_2, υ_3, υ_4, υ_5, υ_6 мәндерге ие болады:

$$\upsilon_x;\ \upsilon_1 = \upsilon_x + 1a_1;\ \upsilon_2 = \upsilon_1 + a_1 = (\upsilon_x + a_1) + a_1 = \upsilon_x + 2a_1;$$

$$\upsilon_3 = \upsilon_2 + a_1 = (\upsilon_x + 2a_1) + a_1 = \upsilon_x + 3a_1;\ \upsilon_4 = \upsilon_3 + a_1 = (\upsilon_x + 3a_1) + a_1 = \upsilon_x + 4a_1;$$

$$\upsilon_5 = \upsilon_4 + a_1 = (\upsilon_x + 4a_1) + a_1 = \upsilon_x + 5a_1;\ \upsilon_6 = \upsilon_5 + a_1 = (\upsilon_x + 5a_1) + a_1 = \upsilon_x + 6a_1$$

Жылдамдықтар прогрессиясының жалпы формуласы:

$$\upsilon_t = \upsilon_x + a_1 t, \qquad t = 1, 2, 3, 4, 5, 6 \tag{9}$$

Егер (9)-ғы t-ның орнына 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 секунд мәндерін қойсақ, онда жылдамдықтың υ_x, υ_1, υ_2, υ_3, υ_4, υ_5, υ_6 прогрессиясы шығады [8–10]. Сонымен, $x_t = x_0 + \upsilon_x t$

заңдылығы тұрақты υ_x жылдамдықпен бірқалыпты артып жатқан координатаның мәндерін $x_t = x_0 + \upsilon_x t + \frac{a_1}{2} t^2$ заңдылығы бойынша үдету үшін υ_x-ті a_1 жылдамдықпен $\upsilon_t = \upsilon_x + a_1 t$ заңдылығына сәйкес бірқалыпты түрде өсіру керек екен. Прогрессия заңдылығымен өзгеріп жатқан (бірқалыпты өзгеруші) шама–өлшемі $\frac{M}{c}$ болатын жылдамдық болғандықтан, оның әрбір секунд сайынға өзгеру жылдамдығы ($\upsilon_\upsilon = a$) $\frac{\frac{M}{c}}{c} = \frac{M}{c^2}$ болады: координаталардың υ_x жылдамдықпен $x_t = x_0 + \upsilon_x t$ түрдегі бірқалыпты өзгерісі бұзылған кезде дененің жылдамдығы секун сайын a_1 үдеуге артуы немесе кемуі мүмкін, яғни дене секун сайын a_1 шамаға артық (немесе кем) болатын S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6 орын ауыстыруларын жасайтын болады. Олай болса, дене координаталары бірқалыпты үдемелі түрде артқан (кеміген) кезде координатаның өзгеру жылдамдығы мен секунд сайынғы орын ауыстырулар (қадамдар) прогрессия заңдылығы бойынша өзгеріске ұшырайды екен. Бұл жағдайды тағы да координаталардың бірқалыпты өзгерісінің бұзылуы деп те түсінуге болады.

Қорытынды. Қорытындылай айтқанда, дененің орын ауыстыруына арналған классикалық механикадағы кинематикалық теория арифметикалық прогрессия (немесе сызықтық функция), тригонометрия және квадраттық функция (теңдеу) заңдылықтарына сүйеніп жасалғандығын көрдік. Аталған теорияда бірқалыпты өзгеретін механикалық шамалар мен өзгерістерді іске асыратын (өзгертуші) шамалар формулалар, қозғалыс теңдеулері және тәуелділік графиктері арқылы байланысатынын байқадық. Өзгермей тұрған (тұрақты) шаманы бірқалыпты өзгеріске түсіріп, оны жеделдетілген (үдемелі) өзгеріске ауысуы тұрақты функцияның сызықтық функцияға, ал оның квадраттық теңдеуге өту схемасымен жүретіндігін дәлелдедік. Қозғалыс заңдылықтары арифметикалық прогрессияның формуласы (сызықтық функция) мен квадраттық теңдеудегі айнымалылардан уақыт айнымалысына, ал өзгеретін және өзгертуші параметрлерден координатаға, прогрессия жылдамдығы мен үдеуге өту арқылы жасалғандығын көрдік. Осыларға қосымша мына мәселелерді де айта кетуді жөн санап отырмыз: координатаның x' туындысы оның прогрессия заңдылығына сәйкес бірқалыпты өзгеріп жатқандығын білдіреді және ол υ_x арқылы іске асады. Бұл жағдай $\upsilon_x = x'$ деп жазылады. a_1 үдеу координатаның бірқалыпты өзгерісін бұзушы немесе оны жеделдетуші, бұл $a_1 = (x')' = x''$ деп жазылады. Үдеу координатаның бірқалыпты өзгерісін жеделдетуді өзгеріс жылдамдығын (υ_x-ті) прогрессияға түсіру арқылы жүзеге асырады, яғни $a_1 = \upsilon_x'$. Бұл жазылған өрнектер қозғалыстың дифференциялдық теңдеулері деп аталады. Бұлайша аталудың себебі мынада: *дифференциял* – латынның *айырма* деген сөзі, олай болса координата мәндері прогрессия заңы бойынша бірқалыпты өзгеруі үшін олардың аралары (бір-бірінен айырмалары) тұрақты болуы керек, ал бұл тұрақты υ_x-ке тең, сондықтан да бұл жағдай $\upsilon_x = x'$ болып жазылады. Координаталар үдемелі өзгеріске түсуі үшін олардың аралығы болып табылатын υ_x прогрессияға түсуі тиіс. Бірқалыпты өзгеретін жылдамдық мәндерінің арасы (бір-бірінен айырмашылығы) a_1-ге тең болады да, бұл жағдай $a_1 = \upsilon_x'$ немесе $a_1 = (x')' = x''$ болып жазылады. Сонда координатаның және жылдамдықтың төбесіндегі *штрих* белгісі уақыт бойынша өзгеріс дегенді білдіреді. $\upsilon_x = x'$ теңдігінің ашылып жазылған түрі $\upsilon_x = \frac{dx}{dt}$, яғни уақыттың әрбір dt – бірлік (1 секундтағы өзгерісіне) координатаның $dx = x_1 - x_0 = x_2 - x_1$ метр өзгерісі сәйкес келеді деп түсіну керек. Бұл айырма υ_x-ке тең және ол координатаның 1 секундтағы өзгерісі (өзгеріс жылдамдығы) деп аталады. Дәл осы секілді, $a_1 = \upsilon_x{}'$ теңдігін ашып жазсақ: $a_1 = \frac{d\upsilon_x}{dt}$, яғни уақыттың әрбір dt – бірлік (1 секундтағы өзгерісіне) прогрессия жылдамдығының $d\upsilon_x = (\upsilon_1 - \upsilon_x) = (\upsilon_2 - \upsilon_1)$ м/с өзгерісі сәйкес келеді дегенді білдіреді. Бұл айырма a_1-ге тең және ол жылдамдықтың 1 секундтағы өзгерісі (өзгеріс жылдамдығы) деп аталады.

ӘДЕБИЕТ

1 Белый Е.К. Прогрессии. Петрозаводск: ПГУ, 2016.– 128 с.
2 Математические начала натуральной философии. – М.: Наука, 1989. – 688 с.
3 Кудрявцев П.С. Курс истории физики. – М.: Просвещение, 1982. – 448 с.
4 Яковлев В.И., Остапенко Е.Н. История и методология механики. Пермь, 2109. – 218 с.
5 Дж. У. Лич. Классическая механика –М.: ИИЛ, 1961. – 173 с.
6 Голдстейн Г., Чарлз Пуль, Джон Сафко. Классическая механика. К.: ИКИ, 2012. – 828 с.
7 Андреев А.Д., Колгатин С.Н., Черных Л.М. Классическая механика. Санкт-Петербург, 2018. – 32 с.
8 Ишлинский А.Ю. Классическая механика и силы инерции. УРСС, Ленанд, 2018. – 258 с.
9 Ворович И.И. Лекции по динамике Ньютона. Физматлит., 2010. – 602 с.
10 Roger Muncaster. Physics. Oxford University, 2014. – 600 p.

REFERENCES

1 Belyj E.K. Progressii. Petrozavodsk: PGU, 2016.– 128 s.
2 Matematicheskie nachala natural’noj filosofii. – M.: Nauka, 1989. – 688 s.
3 Kudryavcev P.S. Kurs istorii fiziki. – M.: Prosveshchenie, 1982. – 448 s.
4 YAkovlev V.I., Ostapenko E.N. Istoriya i metodologiya mekhaniki. Perm’, 2109. – 218 s.
5 Dzh. U. Lich. Klassicheskaya mekhanika – M.: IIL, 1961. – 173 s.
6 Goldstejn G., CHarlz Pul’, Dzhon Safko. Klassicheskaya mekhanika. K.: IKI, 2012. – 828 s.
7 Andreev A.D., Kolgatin S.N., CHernyh L.M. Klassicheskaya mekhnaika. Sankt-Peterburg, 2018. – 32 s.