



Қазақстан Республикасы  
Ұлттық инженерлік академиясының

# ХАБАРШЫСЫ

---

## ВЕСТНИК

Национальной инженерной академии  
Республики Казахстан

№ 1 (87)

Алматы  
2023

**МЕЖДУНАРОДНЫЙ  
НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ  
ВЕСТНИК НАЦИОНАЛЬНОЙ ИНЖЕНЕРНОЙ АКАДЕМИИ РК**

**ГЛАВНЫЙ РЕДАКТОР**  
**академик Б. Т. ЖУМАГУЛОВ**

**РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ:**

**Н. М. Темирбеков** – академик, заместитель главного редактора; **Е. И. Имангалиев** – ответственный секретарь; академик **Ж. М. Адиллов**, академик **А. Ч. Джомартов**, академик **Р. А. Алшанов**, академик **М. Ж. Битимбаев**, академик **А. В. Болотов**, академик **А. И. Васильев** (Украина), академик **Б. В. Гусев** (Россия), академик **Г. Ж. Жолтаев**, академик **В. Ч. Вуйцик** (Польша), академик **К. К. Кадыржанов**, академик **К. С. Кулажанов**, академик **А. А. Кулибаев**, академик **М. М. Мырзахметов**, академик **Х. Милошевич** (Сербия), академик **Г. А. Медиева**, академик **А. М. Пашаев** (Азербайджан), академик **А. К. Тулешов**, академик **Б. Б. Телтаев**, академик **Ю. И. Шокин** (Россия).

**INTERNATIONAL  
SCIENTIFICALLY-TECHNICAL JOURNAL  
HERALD TO NATIONAL ENGINEERING ACADEMY  
OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN**

**B. T. ZHUMAGULOV**  
**Editor-in-Chief, academician**

**THE EDITORIAL BOARD:**

**N. M. Temirbekov** – academician, Deputy Editor; **Y. I. Imangaliyev** – Managing Editor; **Zh. M. Adilov**, academician; **A. Ch. Dzhomartov**, academician; **R. A. Alshanov**, academician; **M. Zh. Bitimbayev**, academician; **A. V. Bolotov**, academician; **A. I. Vasilyev**, academician (Ukraine); **B. V. Gusev**, academician (Russia); **G. Zh. Zholtayev**, academician; **Wójcik Waldemar** academician (Poland); **K. K. Kadyrzhanov**, academician; **K. S. Kulazhanov**, academician; **A. A. Kulibayev**, academician; **M. M. Myrzakhmetov**, academician; **H. Miloshevich**, academician (Serbiya); **G. A. Mediyeva**, academician; **A. M. Pashayev**, academician (Azerbaijan); **A. K. Tuleshov**, academician; **B. B. Teltayev**, academician; **Yu. I. Shokin**, academician (Russia).

## **УЧРЕДИТЕЛЬ:**

Республиканское общественное объединение  
«Национальная инженерная академия Республики Казахстан».

Издается с 1997 года.

Выходит 4 раза в год.

Свидетельство о регистрации издания № 287 от 14.11.1996 г.,  
выдано Национальным агентством по делам печати и массовой информации  
Республики Казахстан.

Свидетельство о перерегистрации № 4636-Ж от 22.01.2004 г.,  
выдано Министерством информации Республики Казахстан.

Журнал включен Комитетом науки Министерства образования и науки Республики Казахстан  
в перечень изданий для публикации основных результатов научно-технических работ соис-  
кателей ученых степеней доктора философии PhD и доктора по профилю и ученых званий  
доцента и профессора.

Журнал включен в международную англоязычную базу реферативных данных по техниче-  
ским наукам INSPEC.

Подписку на журнал можно оформить в отделениях связи АО «Казпочта»,  
ТОО Агентстве «Евразия пресс» и ТОО Агентстве «Еврика пресс».

### ***Подписной индекс:***

для физических лиц – **75188**,  
для юридических лиц – **25188**.

Подписка продолжается в течение года.

Адрес редакции: 050010, г. Алматы, ул. Богенбай батыра, 80, к. 415.

Тел. 8-7272-915290, факс: 8-7272-915190,

e-mail: [nia\\_rk@mail.ru](mailto:nia_rk@mail.ru), [ntpneark@mail.ru](mailto:ntpneark@mail.ru), [www.neark.kz](http://www.neark.kz)

## **FOUNDER:**

Republic public association  
“National Engineering Academy of the Republic of Kazakhstan”.

Published since 1997 year.

Issued 4 times a year.

Certificate about registration the edition N 287, November, 14, 1996,  
was given by National agency on affaires of press and mass information  
of the Republic of Kazakhstan.

Certificate about re-registration N 4636-Zh, January, 22, 2004,  
was given by Ministry of information of the Republic of Kazakhstan.

The Committee of Science of Ministry of Education and Science of the Republic of Kazakhstan has included the Journal into the list of issues for publication of the main results of scientific-technical investigations of applicants for scientific degrees ( Doctor philosophy PhD, Doctor on specialization) and academic ranks (Professor and Associate professor).

The Journal was included into international English-language abstracts database on technical sciences “INSPEC”.

Subscription to journal may be drawn up at post offices of OJSC “Kazpochta”,  
in PLL Agency “Evraziya press” and PLL Agency “Evriska press” .

### ***Subscription index:***

for natural persons – **75188**,

for juristic persons – **25188**.

Subscription continues during a year.

Address of editorial offices: 050010, Almaty city, Bogenbay Batyr str., 80, off. 415.

Tel. 8-7272-915290, fax: 8-7272-915190,

e-mail: [nia\\_rk@mail.ru](mailto:nia_rk@mail.ru), [ntpneark@mail.ru](mailto:ntpneark@mail.ru), [www.neark.kz](http://www.neark.kz)



***Бакытжан ЖУМАГУЛОВ,***  
*депутат Сената Парламента РК,*  
*доктор технических наук,*  
*академик*

## **ИЗБИРАТЕЛЬНАЯ СИСТЕМА ТОЖЕ ДОЛЖНА СТАТЬ «СЛЫШАЩЕЙ»**

В построении Нового Казахстана фундаментальное значение имеет концепция «слышащего государства», выдвинутая Президентом страны в Послании народу Казахстана 2 сентября 2019 года.

Определено, что такое государство «оперативно и эффективно реагирует на все конструктивные запросы граждан» и организывает постоянный диалог власти и общества. С моей точки зрения, это не просто прием, как писали раньше, «жалоб принимающий», а переход на принципиально новый уровень – постоянного, двустороннего, обоюдно заинтересованного и взаимно полезного взаимодействия.

В данном контексте, полагаю, намеченная сейчас принципиальная реформа избирательной системы Казахстана занимает особое место. Ведь депутатский корпус страны – это доверенные лица казахстанцев, призванные транслировать их интересы во власть.

Согласитесь, именно для этого за них и голосуют на выборах. С другой стороны, депутаты Парламента – важная часть самой власти, ответственная за создание законодательной основы для действий всех остальных ветвей.

Насколько эффективно будет формироваться депутатский корпус, насколько в нем будут представлены разносторонние интересы народа и сами граждане, эти интересы отражающие, настолько «слышащей» окажется и избирательная система страны как составная часть «слышащего государства». Поэтому эффективность данной системы в плане объективности представления интересов казахстанцев, думаю, можно назвать одним из критических параметров.

А дела здесь пока не очень... В Послании народу Казахстана от 16 марта 2022 года Глава государства отметил: «Нужно признать, что беспартийные граждане фактически были лишены возможности избраться не только в Мажилис, но и в местные представительные органы. В результате электоральные процессы потеряли свою былую привлекательность для граждан, возросло политическое отчуждение. Люди просто перестали верить, что их голос имеет значение и способен изменить жизнь в стране к лучшему. По большому счету, сегодня многие избиратели не знают в лицо депутатов».

Как сложилась такая ситуация? Многие знают, что с 90-х годов XX века в Казахстане была принята мажоритарная избирательная система – выборы депутатов по одномандатным округам. В данной системе роль политических партий была нивелированной, что не соответствовало ведущим мировым трендам и создавало заметную слабость этого сегмента политической системы страны.

Коренные изменения в избирательном законодательстве произошли в 2007 году – состоялся переход к выборам в Мажилис Парламента на основе партийных списков – к пропорциональной системе. Это принципиально расширило возможности политических партий участвовать в избирательном процессе и продвигать свои программные установки через соответствующие депутатские фракции.

На первом этапе результат был положительный – произошло реформирование партийного поля Казахстана, наметился рост влияния партий на политический процесс.

Однако этот механизм по прошествии ряда лет, когда выявились и недостатки пропорциональной системы, не был вовремя модифицирован. Произошла, по сути, «партийно-списочная монополизация» представительной ветви власти (вплоть до маслихатов) с растущим отрывом от реальных интересов людей.

На сегодняшний день, действительно, лица, которые не состоят в какой-либо партии, практически не могут избираться как в Мажилис, так и в местные представительные органы, избирательный процесс проходит исключительно на основе партийных списков.

По инициативе Главы государства эта проблема получает принципиальное решение. Сейчас в Парламенте уже находится на рассмотрении проект Конституционного закона РК «О внесении изменений и дополнений в некоторые конституционные законы Республики Казахстан по вопросам реализации Послания Главы государства от 16 марта 2022 года» (в том числе в Конституционный закон РК «О выборах в Республике Казахстан»).

Самое главное в поправках – переход к смешанной пропорционально-мажоритарной избирательной системе. Мировой опыт применения таких систем показал, что подобный симбиоз достаточно эффективно снижает недостатки как пропорциональной, так и мажоритарной систем, неплохо сохраняя при этом их достоинства. Поэтому смешанные системы достойно представлены в мире – они действуют в Германии, Японии, Италии, Российской Федерации и других странах.

Для большего понимания еще раз кратко уточню смысл каждой из составляющих смешанной системы. Суть пропорциональной заключается в распределении мандатов пропорционально количеству голосов, полученных политическими партиями. В мажоритарной побеждает кандидат, набравший больше всех голосов.

По предлагаемой законопроектом системе выдвижение кандидатов в депутаты будет осуществляться следующим образом.

Первая (пропорциональная) часть будет выдвигаться по партийным спискам, право на это имеют только политические партии.

Вторая (мажоритарная) часть – по одномандатным территориальным округам, право на нее принадлежит политическим партиям, общественным объединениям, их структурным подразделениям (филиалам, представительствам) и гражданам – путем самовыдвижения.

Процентное соотношение депутатского корпуса по вышеуказанной модели будет формироваться по схеме: 70% – на пропорциональной и 30% – на мажоритарной основе. Такая модель будет внедрена на выборах как Мажилиса, так и маслихатов областей и городов республиканского значения.

После принятия данных поправок каждый регион страны получит возможность избрать в Парламент своего представителя, что создаст более «слышащую» политическую среду и откроет новые возможности для появления новых авторитетных лиц в политике.

Также в рамках законопроекта урегулированы вопросы отзыва мандата депутата по одномандатным территориальным избирательным округам в случае утраты доверия избирателей, в том числе связанной с невыполнением предвыборной программы. Это серьезный шаг в повышении ответственности депутатов перед избирателями.

В связи с исключением квоты Ассамблеи народа Казахстана по назначению депутатов Мажилиса Парламента меняется количество депутатов нижней Палаты, а также Сената, назначаемых Президентом.

Мажилис будет состоять из 98 депутатов, из которых 69 избираются от политических партий по партийным спискам по единому общенациональному избирательному округу, 29 – по одномандатным территориальным избирательным округам на основе всеобщего, равного и прямого избирательного права при тайном голосовании.

Как известно, Сенат у нас включает по два сенатора от каждой области, города республиканского значения и столицы. Плюс к этому до текущей реформы Президентом РК назначались 15 депутатов с учетом обеспечения представительства в Сенате национально-культурных объединений и значимых интересов общества. Теперь же Президентом будут назначаться только 10 депутатов Сената, 5 из которых – по предложению Ассамблеи народа Казахстана.

В законопроекте также предусмотрены меры в части регулирования деятельности наблюдателей с ясно прописанными правами и четко обозначенной зоной ответственности, а также поправки, направленные на недопущение иностранного вмешательства в избирательный процесс.

Для этого, а также для исключения неправомерного влияния отдельных лиц на ход выборов законопроектом устанавливаются предельные размеры добровольных пожертвований, направляемых в избирательный фонд кандидата.

Должен отметить, что подобные меры апробированы в мировой практике (к примеру, в Бельгии, Израиле, Италии, Бразилии, России, Монголии, Литве, Польше, Румынии, Кыргызстане, Узбекистане, Таджикистане).

В заключение, думаю, будет полезным привести систематизированную сводку преимуществ смешанной избирательной системы.

В целом такая система укрепит политические партии, стимулирует создание их региональных отделений, повысит эффективность работы. Кроме того, как подчеркнул Глава государства, она позволит увеличить количество политобъединений, усилить политическую конкуренцию, поспособствует появлению новой волны народных избранников.

Данная система также открывает двери в представительные органы не только для членов партий, но и для беспартийных депутатов; улучшает качество законодательной деятельности, повышает ответственность депутатов.

Через партии, их избирательные программы и политическую деятельность, через представителей одномандатных округов, в том числе беспартийных, более широко и объективно удастся учитывать общественное мнение и интересы различных групп и слоев населения. Новая система позволит также сформировать профессиональный Парламент, состав которого лучше отражает баланс политических сил в обществе.

В качестве главного итога, думаю, будет верным отметить, что станут более благоприятными условия для построения эффективного и справедливого «слышащего государства», да и сама избирательная система страны окажется «слышащей».

Также уверен, что внедрение новой системы избирательного процесса повысит активность граждан и их вовлеченность в процесс государственного управления и развития страны в целом.

В Послании народу Казахстана от 1 сентября 2022 года Глава государства поручил все институциональные изменения, предусмотренные конституционной реформой, законодательно завершить до конца этого года. Такое внимание еще раз подчеркивает особую актуальность и востребованность данных подходов для нового рывка в развитии республики и жизни казахстанцев.

*«Казахстанская правда»  
от 20 сентября 2022 года  
№ 179 (29806) 5 стр.*



---

---

## ИНФОРМАЦИОННО-КОММУНИКАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

УДК 004.01/004.046

<https://doi.org/10.47533/2020.1606-146X.212>

**Г. У. БЕКТЕМИСОВА\*, М. М. УАТБАЕВ, Ш. А. ЕРДЕСОВА**

*Международный Университет Информационных Технологий, г. Алматы  
Казахский национальный университет им. аль-Фараби, г. Алматы*

### ОПРЕДЕЛЕНИЕ АРХИТЕКТУРЫ ПОСТРОЕНИЯ ЕДИНОГО ЦЕНТРА ОБРАБОТКИ ВЫЗОВОВ ДЛЯ ЭКСТРЕННЫХ СЛУЖБ

*В данной статье проводится анализ существующих видов архитектур построения единого центра обработки вызовов для экстренных служб, а также предлагается необходимый формат архитектуры для Единой дежурно-диспетчерской службы.*

*Вместе с тем, в статье детально обозначены основные преимущества и недостатки видов архитектур построения единого центра обработки вызовов для экстренных служб, что позволит выбрать оптимальный вариант для краткосрочного и эффективного внедрения предлагаемой архитектуры для Единой дежурно-диспетчерской службы.*

**Ключевые слова:** *центр обработка данных, архитектура построения единой дежурно-диспетчерской службы, экстренное реагирование, автоматизированная диспетчерская служба, информационная система, единая дежурно-диспетчерская служба, центр обработки вызовов.*

**Введение.** Одним из основных компонентов Единой дежурно-диспетчерской службы является центр обработки вызовов (далее – ЦОВ), простыми словами – колл-центр. ЦОВ – это программно-аппаратный комплекс, который позволяет принимать, обрабатывать, сохранять, а также перенаправлять все поступающие на короткий номер входящие экстренные звонки [1].

В настоящий момент на рынке информационно-коммуникационных технологий существуют разные вендорные решения для построения ЦОВ. Современные ЦОВ подразделяются на 3 типа: программные, аппаратные и программно-аппаратные, в зависимости от назначения ЦОВ.

Программные ЦОВ, как правило, – это программное обеспечение с внутренними открытыми преднастроенными алгоритмами, которое позволяет выполнять основные функции цифровой автоматической телефонной станции. Для функционирования программного ЦОВ достаточно высокопроизводительного серверного оборудования с достаточными минимальными техническими характеристиками (к примеру, Asterisk).

---

\* E-mail корреспондирующего автора: [g.bektemisova@iitu.edu.kz](mailto:g.bektemisova@iitu.edu.kz)

Аппаратные ЦОВ – современное цифровое коммутационное оборудование телефонии на базе технологии IP, которое обеспечивает автоматическое соединение и поддержание телефонной связи с любыми абонентами в автономной сети. В зависимости от производителя аппаратный ЦОВ имеет свое внутреннее программное обеспечение для настройки и конфигурации тех или иных функций (к примеру, Iskratel, Huawei и др.).

Программно-аппаратный ЦОВ – совокупность программного и аппаратного ЦОВ, который разрабатывается на основе вендорных решений для решения глобальных бизнес задач (к примеру, Cisco, Avaya и др.).

Помимо этого, современные ЦОВ для применения в Единой дежурно-диспетчерской службе можно разделить на 3 вида архитектуры:

- централизованная схема;
- децентрализованная схема;
- облачная схема.

Каждый из видов вышеуказанных схем имеют свои достоинства и недостатки.

**Централизованная схема.** Централизованная схема построения ЦОВ включает в себя следующие виды компонентов: центр (оборудование) обработки вызовов, центр (оборудование) обработки данных (далее – ЦОД), коммутационное оборудования и автоматизированные рабочие места операторов [3, 4]. В части построения сети предлагается топология «звезда», рисунок 1.

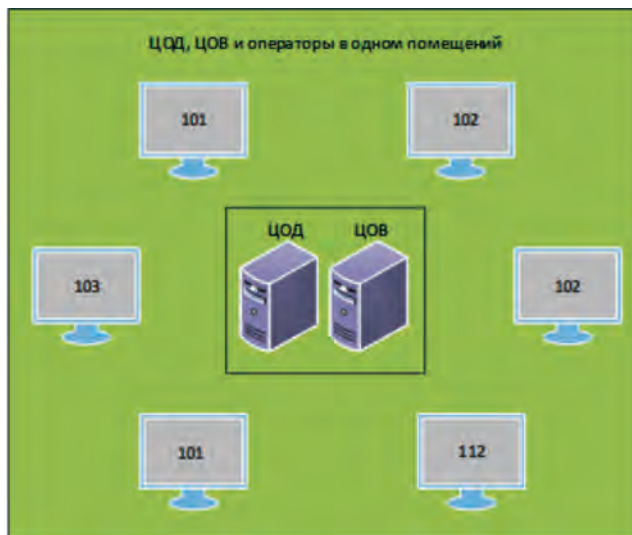


Рисунок 1 – Централизованная схема ЦОВ

В данном виде построения ЦОВ оборудование обработки данных и приема вызовов являются центральным звеном и все входящие звонки (101, 102, 103) поступают на централизованное серверное оборудование.

Достоинства:

- оптимальное решение для небольших территорий с высокой плотностью населения;

- имеются автономные центры обработки вызовов и данных;
- экономически эффективно для государственных органов.

Недостатки:

- низкий уровень надежности (в случае выхода из строя ЦОВ Единая дежурно-диспетчерская служба будет недоступна);
- значительно большой объем трафика из-за отсутствия каскадных ресурсов.

**Децентрализованная схема.** Децентрализованная схема построения ЦОВ включает в себя те же самые компоненты, как и в централизованной схеме. В отличие от централизованной схемы каждая экстренная служба (101, 102, 103) имеет свои собственные централизованные ресурсы (ЦОВ, ЦОД). Используется также топология «звезда», но с глобальным центром обработки данных, рисунок 2.

В данном виде построения ЦОВ каждая экстренная служба (101, 102, 103) имеет свое собственное локальное оборудование приема вызовов, центр обработки данных является центральным звеном, где агрегируются все статистические и аналитические данные.

Достоинства:

- оптимальное решение для территориально-распределённых регионов;



Рисунок 2 – Децентрализованная схема ЦОВ

- каждая экстренная служба имеет собственный ЦОВ;
- высокий уровень надежности.

Недостатки:

- длительный этап проектирования, как показывает опыт при интеграции разных комплексов ЦОВ в единый ЦОД, возникают технологические затруднения, что требует длительного срока проектирования;
- существенно высокие затраты для государственных органов.

**Облачная схема.** Построение ЦОВ на базе облачной схемы включает в себя те же самые компоненты, отличием является лишь распределенные ресурсы на разных зонах ответственности. Оборудования ЦОВ и ЦОД на стороне заказчика, операторский состав на стороне исполнителя. Облачная схема ЦОВ в основном подходит для бизнес-решений (банки, курьерские организации, такси и др.), для экстренных служб данная схема не подходит в виду распределенных зон ответственности, информационной безопасности и нормативно-правовых актов. Оборудования обработки вызовов, данных обслуживаются, а также бизнес-процессы обработки вызовов обслуживаются исполнителем, государственный орган получает статистические и аналитические данные, рисунок 3.

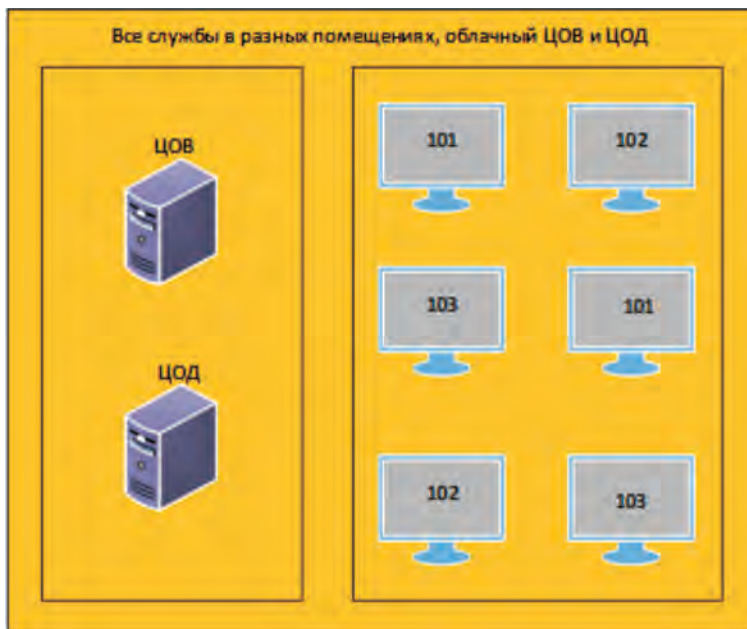
Достоинства:

- облачный сервис построения ЦОВ/ЦОД;
- освобождение от необходимости приобретения аппаратных ресурсов;
- экономически эффективно;
- относительно быстрое внедрение.

Недостатки:

- зависимость от провайдера облачных услуг;
- неполноценная гарантия защиты информации.

В результате анализа существующих архитектур нами предлагается нижеследующая архитектура для информационной системы «Единая дежурно-диспетчерская служба».



**Рисунок 3** – Облачная схема ЦОВ

Для выбора соответствующей архитектуры ЦОВ для Единой дежурно-диспетчерской службы «112» в Республике Казахстан изучены существующие

контакт-центры экстренных служб (101, 102, 103), а также основные бизнес-процессы по обработке и перенаправлению всех входящих звонков. В целях определения максимальной нагрузки на существующий ЦОВ, выбран самый крупный и густо населенный город на территории РК – г. Алматы (1,9 млн. человек в начале 2020 г.) [5].

На сегодняшний день в городе Алматы задействованы 4 экстренные диспетчерские службы: станция скорой медицинской помощи г. Алматы (103), Центр оперативного управления Департамента полиции г. Алматы (102), Департамент по чрезвычайным ситуациям г. Алматы (101, 112).

В течение года в среднем всеми экстренными диспетчерскими службами принимаются более 2,7 млн. звонков, в среднем порядка 230 тыс. звонков в месяц, более 7,7 тыс. – в сутки.

В таблице 1 представлены детальные среднестатистические данные по входящим звонкам всех экстренных служб.

Учитывая среднюю нагрузку на существующие контакт-центры, необходимо при выборе телекоммуникационной инфраструктуры учитывать среднюю нагрузку на одного оператора в Единой дежурно-диспетчерской службе, а также выбрать оптимальную архитектуру ЦОВ.

Как было описано [1], предлагаемая информационная система «Единая дежурно-диспетчерская служба» легко и безболезненно интегрируется с централизованной архитектурой построения ЦОВ описания.

Применение децентрализованной архитектуры не рекомендуется, так как суть объединения операторского состава теряется, что структурно не позволит перейти к Европейской модели 112 [2].

Облачная архитектура не применима по причине Единых требований информационной безопасности РК, закона о связи РК, а также Единого технического регламента Министерства внутренних дел РК.

**Таблица 1** – Среднестатистические данные по входящим звонкам экстренных служб г. Алматы.

№	Наименование экстренной службы	Среднее количество звонков за год	Среднее количество звонков за месяц	Среднее количество звонков в сутки
1	Станция скорой медицинской помощи г. Алматы (короткий номер «103»)	1 млн.	83 тыс.	2,8 тыс.
2	Департамент полиции г. Алматы (короткий номер «102»)	850 тыс.	71 тыс.	2,4 тыс.
3	Департамент по чрезвычайным ситуациям г. Алматы (короткий номер «112»)	700 тыс.	58 тыс.	2 тыс.
4	Департамент по чрезвычайным ситуациям г. Алматы (короткий номер «101»)	203 тыс.	17 тыс.	560
	<b>ИТОГО</b>	<b>2,753 млн.</b>	<b>229 тыс.</b>	<b>7,77 тыс.</b>

В этой связи, для бесперебойного обеспечения ЦОВ Единой дежурно-диспетчерской службы предлагается использование централизованной архитектуры с применением основных функциональных возможностей информационной системы [1].

**Заключение.** В статье представлены виды построения центра обработки вызовов для Единой дежурно-диспетчерской службы. Для формирования оптимального решения выборки ЦОВ необходимо учитывать факт экстренного реагирования.

Изучив все основные аспекты существующей инфраструктуры экстренных служб для построения Единой дежурно-диспетчерской службы, считаем целесообразным использовать схему централизованной архитектуры с технологическими условиями аппаратного и канального резервирования.

Во-первых, централизованная схема по всем достоинствам построения более гибко подходит под существующую инфраструктуру и обеспечит безболезненный переход на Единую модель экстренной службы «112» [2].

Во-вторых, данный подход обеспечит экономически оптимальные затраты.

Для исключения фактов обеспечения необходимого уровня надежности предлагается резервирование в формате 1+1 как на аппаратном, так и на канальном уровне. Учитывая современные технологии на базе Data Centre, а также инфраструктурного обеспечения волоконно-оптических линий связи, можно организовать необходимый уровень отказоустойчивости (24/7/365) Единой дежурно-диспетчерской службы без особых затруднений.

Вместе с тем, предлагаемая информационная система «Единая дежурно-диспетчерская служба» легко интегрируется с предлагаемой архитектурой [5].

## ЛИТЕРАТУРА

- 1 Бектемысова Г.У., Уатбаев М.М. Разработка единой дежурно-диспетчерской службы. Научный журнал: Вестник КазННТУ.
- 2 Бектемысова Г.У., Уатбаев М.М. Модели построения единой дежурно-диспетчерской экстренной службы. Научный журнал: Вестник КБТУ
- 3 С.А. Качанов «Основные положения по созданию системы обеспечения вызова экстренных оперативных служб по единому номеру 112» <ftp://ftp.infor-media.ru/210612/Kachanov.pdf>.
- 4 Концепция построения и развития аппаратно-программного комплекса «Безопасный город» <http://www.pravo.gov.ru/> 11.12.2014
- 5 Что мешает внедрению «Службы 112» // ИКС, 2013, ноябрь, с. 15.

## REFERENCES

- 1 Bektemysova G.U., Uatbaev M.M. Razrabotka edinoj dezhurno-dispatcherskoj sluzhby. Nauchnyj zhurnal: Vestnik KazNITU.
- 2 Bektemysova G.U., Uatbaev M.M. Modeli postroeniya edinoj dezhurno-dispatcherskoj ekstretnnoj sluzhby. Nauchnyj zhurnal: Vestnik KBTU
- 3 S.A. Kachanov «Osnovnye polozheniya po sozdaniyu sistemy obespecheniya vyzova ekstretnnyh operativnyh sluzhby po edinomu nomeru 112» <ftp://ftp.infor-media.ru/210612/Kachanov.pdf>.
- 4 Konceptsiya postroeniya i razvitiya apparatno-programmnogo kompleksa «Bezopasnyj gorod» <http://www.pravo.gov.ru/> 11.12.2014
- 5 Chto meshaet vnedreniyu «Sluzhby 112» // IKS, 2013, noyabr', s. 15.



**Г. У. БЕКТЕМЫСОВА, М. М. УАТБАЕВ, Ш. А ЕРДЕСОВА**

*Халықаралық ақпараттық технологиялар университеті, Алматы қаласы  
Әл-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университеті, Алматы қаласы*

### **ШҰҒЫЛ ҚЫЗМЕТТЕР ҮШІН БІРЫҢҒАЙ ҚОҢЫРАУ ОРТАЛЫҒЫ ҚҰРЫЛЫСЫНЫҢ АРХИТЕКТУРАСЫН АНЫҚТАУ**

Бұл мақалада шұғыл қызметтер үшін бірыңғай қоңырау шалу орталығын құру архитектурасының қазіргі қолданыстағы түрлеріне талдау жасалады, сондай-ақ “Бірыңғай кезеңшілік-диспетчерлік қызмет” үшін архитектураның қажетті форматы ұсынылады.

Сонымен қатар, мақалада шұғыл қызметтер үшін Бірыңғай қоңырау өңдеу орталығын құру архитектурасының қазіргі қолданыстағы түрлерінің негізгі артықшылықтары мен кемшіліктері егжей – тегжейлі көрсетілген, бұл қысқа мерзімде және тиімді іске асырудың оңтайлы нұсқасын Бірыңғай кезеңшілік-диспетчерлік қызмет үшін ұсынылатын архитектураны таңдауға мүмкіндік береді.

**Түйін сөздер:** *дата орталығы, бірыңғай диспетчерлік қызмет құрылысының архитектурасы, апатты жою, автоматтандырылған диспетчерлік қызмет, ақпараттық жүйе, бірыңғай кезеңшілік диспетчерлік қызмет, колл-орталығы.*

**G. U. BEKTEMYSOVA, M. M. UATBAYEV, SH. A ERDESOVA**

*International Information Technology University, Almaty  
Al-Farabi Kazakh National University, Almaty*

### **DEFINING THE ARCHITECTURE FOR BUILDING A UNIFIED CALL CENTER FOR EMERGENCY SERVICES**

*This article analyzes the existing types of architectures for building a single call center for emergency services, and also proposes the necessary architecture format for the Unified Duty Dispatch Service.*

*At the same time, the article details the main advantages and disadvantages of the types of architectures for building a single call center for emergency services, which will allow you to choose the best option for short-term and effective implementation - the proposed architecture for the Unified Dispatch Service.*

**Key words:** *data center; architecture for the construction of a single dispatch service, emergency response, automated dispatch service, information system, single duty dispatch service, call center.*

УДК 654

<https://doi.org/10.47533/2020.1606-146X.213>

**Т. Т. ВЕЛЯМОВ, А. А. АЙЖАНОВА\*, Л. К. ДЕМЕУБАЕВА**

*Казахстанский инженерно-технологический университет, кафедра инженерия компьютерных, автоматизированных и телекоммуникационных систем, Алматы, Казахстан  
e-mail: fea\_vel@mail.ru, aizhanova62@mail.ru, laurita\_is@mail.ru*

### **ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНАЯ ИНФОРМАЦИОННАЯ СИСТЕМА ОБЕСПЕЧЕНИЯ УСТОЙЧИВОСТИ ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ ТЕХНОЛОГИЧЕСКОГО ОБОРУДОВАНИЯ ПРИ СЛУЧАЙНЫХ ОТКАЗАХ С МИНИМАЛЬНЫМИ ИЗДЕРЖКАМИ**

*Для обеспечения устойчивой работы технологического оборудования инфокоммуникационной компании предлагается рассмотреть стратегию управления издержками на содержание оборудования при вероятностных отказах. Проведен анализ в условиях неопределенности появления отказов на примере функционирования сети одной из ведущих инфокоммуникационной компании Казахстана. На основе этого создана оптимизационно-расчетная модель, входными параметрами которой являются вероятности отказов базового оборудования инфокоммуникационной компании, а выходными параметрами – значение оптимального времени замены оборудования и целевой функции. Выбор целевой функции сводится к минимизации времени на привлечение и хранение комплектующих оборудования. Задача управления отказами формулируется как непрерывная стохастическая задача оптимизации.*

*Данная статья посвящена разработке уникальной математической модели, решающей задачу управления отказами. Разработанная программная реализация задачи управления запасами оборудования при случайном отказе показывает расчеты предлагаемой математической модели, минимизирует издержки на содержание оборудования и наиболее соответствует условиям функционирования инфокоммуникационной компаний с учетом современных особенностей экономических колебаний на финансовом рынке и стремительного развития технологий ИТ.*

**Ключевые слова:** интеллектуальная система, устойчивость, случайные отказы, оптимизация, задачи управления, принятие решений.

**Введение.** Мы живем в глобальном мире, где технологии, особенно информационные и коммуникационные, имеют стремительное развитие. Как следствие, такими же темпами растет потребность в запасных и комплектующих деталях для обеспечения устойчивой работы базового оборудования. Решения задач по оптимизации управления технологическим процессом встречаются во многих работах отечественных и зарубежных авторов [1-5].

Приняв во внимание тот факт, что средняя наработка на отказ современного оборудования и его отдельных частей и узлов может исчисляться годами, современные методы определения оптимального времени периодичности технического обслуживания, ремонта или замены в основном основаны на сборе и обработке информации о надежности промышленных объектов, при их испытаниях в лабораториях или на

\* E-mail корреспондирующего автора: aizhanova62@mail.ru



специальных полигонах, а также путем длительных эксплуатационных испытаний. Такой подход требует значительного времени и становится дорогостоящими. Помимо этого, необходимо учитывать, что продолжительность ремонтного цикла может быть разным даже в рамках одной модели оборудования, так как срок службы элементов различных устройств различен. Также стохастический процесс износа и разницы между сроками службы оборудования вносит дополнительные условия, которые не учитываются системой [6-8].

Таким образом, для устойчивого функционирования оборудования компании и непрерывности технологического процесса необходимо ставить и решать задачи управления запасами для того, чтобы гарантировать бесперебойность электропитания, отслеживать производство оборудования у поставщиков (снятие с производства определенных моделей, выход обновлений и т.п.), учитывать временные особенности транспортировки от поставщика до потребителя, а также спрос и предложение.

Исходя из этого, классическую классификацию задач управления запасами по наличию того или иного признака характеризуют следующим образом:

- в зависимости от периодичности и характера пополнения запасов, когда при закупе оборудования закупаются сразу все комплектующие, в противном случае докупаются по мере выхода из строя и далее пополняются до оптимального уровня;

- в зависимости от характера отказа, когда предугадать, какой запас комплектующих необходимо осуществить – невозможно, так как задача сбора статистики сбоев оборудования за определенный период времени является сложной при принятии решений. Если оборудование современное и инновационное, то для сбора подобной статистики потребуется время;

- в зависимости от количества типов ресурсов, когда для устранения неполадок в оборудовании требуется полная или частичная его замена;

- по виду целевой функций, когда от эффективности работы инфокоммуникационного оборудования зависит прибыль компании.

В общем случае задачи управления запасами сводятся к задачам нелинейного программирования, единых методов и решения которых нет [9].

Также необходимо учитывать, что современные оптимизационные модели управления предлагают определить оптимальный уровень запасов и комплектующих в основном путем определение наработки на отказ, среднего времени восстановления и других показателей надежности оборудования, что требует длительного периода статистических исследований, который может превысит время эксплуатации самого оборудования, особенно когда имеет место моральное устарение технологического оборудования, что присуще оборудованию, эксплуатируемого в инфокоммуникационных компаниях [10-12]. С учетом этого, предлагаемая методика является уникальной, так как определяет уровень запаса комплектующего оборудования в условиях неопределенности отказа с минимизацией суммарных затрат на приобретение и средних затрат из-за нехватки запчастей при поломке путем табулирования критериальной функции задачи управления запасами при случайном отказе. Предлагаемая в статье методика может применяться в любой отрасли хозяйственной деятельности, запасы следует рассматривать как тип инвестированного актива с надлежащим контролем рисков для компаний.

**Постановка задачи и выбор критерия оптимизации задачи управления запасами при случайном отказе оборудования.** Пусть для некоторого оборудования целесообразно иметь запасные части (для простоты одного наименования). Известно, что вероятность поломки  $n$  штук этих деталей равна  $P(n)$ . Стоимость одной детали равна  $S_1$ , убытки в случае поломки и отсутствия запчастей –  $S_2$ . Требуется определить оптимальное количество запасных деталей  $N$ , т.е. такое, чтобы суммарные затраты на приобретение и средние затраты из-за нехватки запчастей при поломке были минимальны.

Возможны два исключаящих друг друга случая:  $n \leq N$ , когда запас покрывает спрос, и  $n > N$ , когда имеется недостаток запчастей.

**Математическая модель задачи оптимизации технологического процесса управления запасами при случайном отказе оборудования.** Суммарные затраты на приобретение и средние затраты из-за нехватки запчастей при поломке рассчитываются как:

$$Z(N) = S_1 \sum_{n=0}^N (N - n)P(n) + S_2 \sum_{n=N+1}^{\infty} (n - N)P(n), \quad (1)$$

где  $n$  – запас деталей;  $P(n)$  – вероятность поломки  $n$  штук деталей;  $Z(N)$  – расходы на приобретение и пополнение запасов деталей при поломке;  $N$  – оптимальный уровень запаса деталей.

Чтобы определить оптимальный объем запасных деталей  $N$  для устойчивого функционирования инфокоммуникационной компании, необходимо минимизировать суммарные затраты на приобретение запасных частей при случайном отказе и средние затраты из-за нехватки запчастей при поломке.

Подсчитаем значение целевой функции  $Z$  для двух случаев  $(N + 1)$  и  $(N - 1)$ :

$$\begin{aligned} Z(N - 1) &= S_1 \sum_{n=0}^{N+1} (N + 1 - n)P(n) + S_2 \sum_{n=N+2}^{\infty} (n - N - 1)P(n) = \\ &= S_1 \sum_{n=0}^N (N + 1 - n)P(n) + S_2 (N + 1 - N - 1)P(N + 1) + \\ &+ S_2 \sum_{n=N+1}^{\infty} (n + N - 1)P(n) + S_2 (N + 1 - N - 1)P(N + 1) = \\ &= S_1 \sum_{n=0}^N (N - n)P(n) + S_1 \sum_{n=0}^N P(n) + S_2 \sum_{n=N+1}^{\infty} (n - N)P(n) - S_2 \sum_{n=N+1}^{\infty} P(n) + S_1 \sum_{n=0}^N P(n) + \\ &+ S_2 \sum_{n=N+1}^{\infty} P(n). \end{aligned} \quad (2)$$

Используя равенство  $\sum_{n=0}^{\infty} P(n) = 1$  записываем как:

$$\sum_{n=N+1}^{\infty} P(n) = 1 - \sum_{n=0}^N P(n). \quad (3)$$

Окончательно получаем:

$$Z(N+1) = Z(N) + S_1 \sum_{n=0}^N P(n) - S_2 \left[ 1 - \sum_{n=0}^N P(n) \right] = Y(N) + (S_1 + S_2) \sum_{n=0}^N P(n) - S_2. \quad (4)$$

Аналогично можно показать, что

$$Z(N-1) = Z(N) - (S_1 + S_2) \sum_{n=0}^N P(n) + S_2. \quad (5)$$

$Z(N)$  минимально, если  $Z(N-1) > Z(N) > Z(N+1)$ :

$$Z(N+1) - Z(N) = (S_1 + S_2) \sum_{n=0}^N P(n) - S_1 > 0; \quad (6)$$

$$Z(N-1) - Z(N) = -(S_1 + S_2) \sum_{n=0}^{N-1} P(n) + S_2 > 0; \quad (7)$$

$$\sum_{n=0}^{N-1} P(n) < \frac{S_2}{S_1 + S_2} < \sum_{n=0}^{\bar{N}} P(n). \quad (8)$$

Вычисляя левую и правую части последнего неравенства, можно без труда найти такое  $\bar{N}$ , при котором отношение  $S_2/(S_1 + S_2)$  окажется заключенным между ними. Это значение  $\bar{N}$  и является оптимальным.

Если отказ оборудования – непрерывная величина, то, заменяя распределение вероятностей  $P(n)$  плотностью распределения вероятностей  $f(n)$ , получим математическую модель в таком виде:

$$Z(N) = S_1 \int_0^N (N-n)f(n)dn + S_2 \int_{N+1}^{\infty} (n-N)f(n)dn. \quad (9)$$

И чтобы определить оптимальное значение необходимого запаса оборудования  $N_{opt}$ , необходимо вычислить производную:

$$\frac{dZ}{dN} = S_1 \int_0^N f(n)dn - S_2 \int_{N+1}^{\infty} f(n)dn. \quad (10)$$

Используя равенство  $\int_0^{\infty} f(n)dn = 1$ , получаем:

$$\int_{N+1}^{\infty} f(n)dn = 1 - \int_0^N f(n)dn \quad (11)$$

и окончательно получим выражение для производной:

$$\frac{dZ}{dN} = (S_1 + S_2) \int_0^N f(n)dn - S_2 \quad (12)$$

Приравнивая это выражение нулю, получаем выражение, по которому можно определить оптимальное количество необходимых запасных деталей:

$$S = \frac{S_2}{S_1 + S_2} = \int_0^N f(n)dn = P(n \leq \bar{N}). \quad (13)$$

**Моделирование интеллектуальной системы для расчета оптимального уровня запасов при случайном отказе.** На основе построенной математической

модели (13) разработана интеллектуальная система на базе языка программирования C++.

Для сбора и анализа статистических данных сбоев разработана имитационная модель телекоммуникационной сети (рисунок 1), которая состоит из следующих устройств:

- 1) маршрутизаторы Cisco 2811;
- 2) роутеры Cisco 2950-24;
- 3) персональные компьютеры;
- 4) сервера FTP, DHCP, HTTP;
- 5) IP-телефоны.

В имитационной модели сегмента сети (рисунок 1) были настроены основные узлы, назначены IP-адреса, настроен протокол маршрутизации EIGRP, в котором LAN1 передающая сторона, а LAN2 – принимающая сторона.

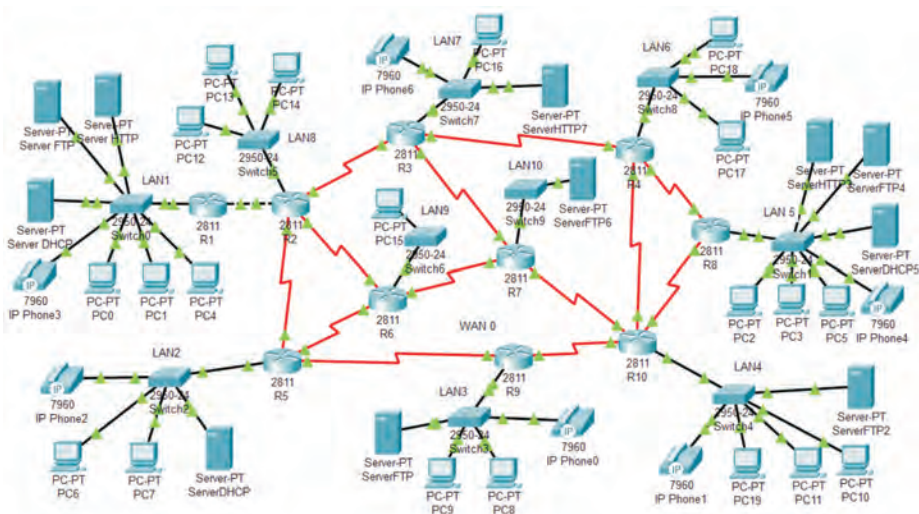


Рисунок 1 – Архитектура исследуемой сети

Для проверки доступности узлов был установлен 32-битный эхо-запрос от PC6 из области LAN2 с адресом 192.168.1.8 до FTP-сервера в области LAN1 с адресом 192.168.15.5 (рисунок 2).

```
PC>ping 192.168.15.5
Pinging 192.168.15.5 with 32 bytes of data:
Reply from 192.168.15.5: bytes=32 time=25ms TTL=123
Reply from 192.168.15.5: bytes=32 time=12ms TTL=123
Reply from 192.168.15.5: bytes=32 time=12ms TTL=123
Reply from 192.168.15.5: bytes=32 time=12ms TTL=123
Ping statistics for 192.168.15.5:
    Packets: Sent = 4, Received = 4, Lost = 0 (0% loss),
    Approximate round trip times in milli-seconds:
        Minimum = 12ms, Maximum = 25ms, Average = 15ms
```

Рисунок 2 – Результат проверки доступности узла связи

На рисунке 2 показано, что соединение было получено, и потеря передачи пакетов Ethernet составила «0%». Среднее время приема-передачи пакета составляет 15 мс. Это наилучший возможный результат команды ping, что указывает на низкую загрузку сети и отсутствие необходимости повторно отправлять ту же информацию.

В силу того, что сбор статистических данных выхода из строя телекоммуникационного оборудования это случайный процесс, который необходимо собирать годами и может зависеть от множества факторов, примем условно имитацию отказа оборудования разработанной телекоммуникационной сети за случайный отказ и произведем расчет оптимального количества запасов в условии минимизации затрат.

Вычисляя левую и правую части неравенства (13), можно без труда найти такое значение  $\bar{N}$ , при котором отношение  $\frac{S_2}{S_1 + S_2}$  окажется заключенным между ними. Это значение  $\bar{N}$  и является оптимальным количеством запасов комплектующего оборудования для поддержания функционирования телекоммуникационной сети. Наглядно это можно представить так, что при построении функции распределения отказов, опираясь на статистические данные исследуемой телекоммуникационной сети, используя положения, допущения и методы теории вероятности и математической статистики функция распределения имеет вид, представленный на рисунке 3. И проверяя гипотезу неравенства (13) по обе стороны, мы придем к единому решению, которое будет удовлетворять нашим требованиям по минимизации расходов. Это значение  $\bar{N}$  и будет являться оптимальным.

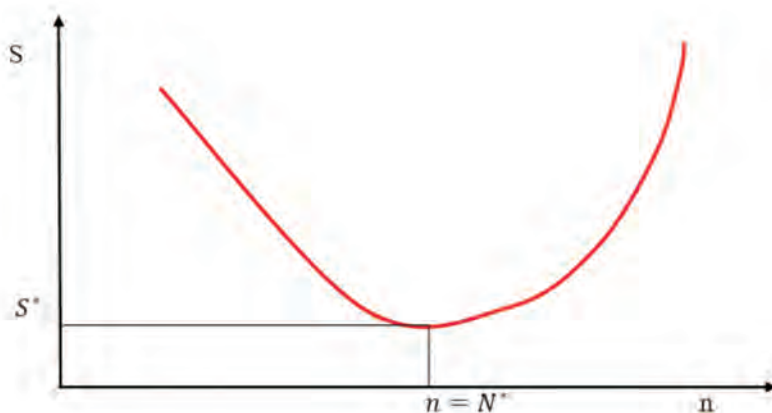


Рисунок 3 – Функция распределения запасов оборудования при случайном сбое

Опредив нижний критический уровень запаса комплектующих оборудования, получим минимальные издержки на управление запасами при случайном отказе оборудования.

Так как отказ является непрерывной величиной, то, заменяя распределение вероятностей  $P(n)$  плотностью распределения вероятностей  $f(n)$ , получим математическую модель в таком виде:

$$Z(N) = S_1 \int_0^N (N - n) f(n) dn + S_2 \int_{N+1}^{\infty} (n - N) f(n) dn. \quad (14)$$

И чтобы определить оптимальное значение  $N_{opt}$ , необходимо вычислить производную:

$$\frac{dZ}{dN} = S_1 \int_0^N f(n) dn - S_2 \int_{N+1}^{\infty} f(n) dn. \quad (15)$$

Используя равенство  $\int_0^{\infty} f(n) dn = 1$  получаем:

$$\int_{N+1}^{\infty} f(n) dn = 1 - \int_0^N f(n) dn \quad (16)$$

и окончательно – выражение для производной:

$$\frac{dZ}{dN} = (S_1 + S_2) \int_0^N f(n) dn - S_2 \quad (17)$$

Приравнявая это выражение (17) нулю, получаем:

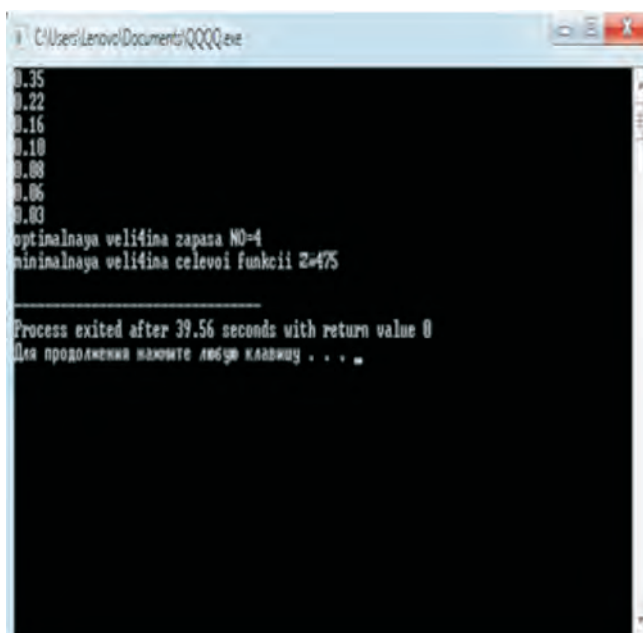
$$S = \frac{S_2}{S_1 + S_2} = \int_0^N f(n) dn = P(n \leq \bar{N}). \quad (18)$$

По выражению (18) можно определить оптимальное количество необходимых запасных деталей.

Приняв условие отключения оборудования за случайный отказ, для простоты эксперимента выберем один тип оборудования. Пусть таким оборудованием будет служить FTP-сервер с организованными на него семи вариантами воздействий для выхода из строя, включая DoS-атаки, отключение питания, аппаратный сбой, введение неправильных данных для соединения, повреждение кабельных линий, ошибки при настройке конфигурации сервера, неисправность одного из основных компонентов составляющих FTP-сервер (например, материнской платы, жестких дисков).

Исходя из собранных статистических данных, следует, что вероятность выхода из строя FTP-сервера  $P(n)$  в соответствии выбранных критериев выхода из строя соответственно равна: 0,35; 0,22; 0,16; 0,10; 0,08; 0,06; 0,03.

Пусть стоимость FTP-сервера будет равна  $S_1 = 200$  д.е., затраты в случае выхода из строя сервера  $S_2 = 500$  д.е., максимальное число исследуемых типов выхода из строя оборудования  $N_{max} = 7$ . Результаты работы программы на основе математической модели расчета оптимального количества запасов приведена на рисунке 4.



```
C:\Users\Lenovo\Documents\QQQQ.exe
0.35
0.22
0.16
0.10
0.08
0.06
0.03
оптимальная величина запаса N0=4
минимальная величина целевой функции Z=475

-----
Process exited after 39.56 seconds with return value 0
Для продолжения нажмите любую клавишу . . .
```

*Рисунок 4* – Результаты работы программы

Результаты расчета: оптимальная величина запаса  $N_0 = 4$ , что говорит о том, что на первые 4 типа сбоев необходимо обратить внимание при эксплуатации телекоммуникационной сети.

Минимальная величина целевой функции, суммарные затраты на приобретение и средние затраты из-за нехватки запчастей при поломке составят  $Z = 475$  д.е.

**Заключение.** В работе предложена интеллектуальная информационная система расчета запасов инфоркоммуникационного оборудования при случайном отказе из-за выхода из строя оборудования по выбранным критериям на основе математической модели управления запасами, не имеющая аналогов в настоящее время. Показано, что в общем случае задачи управления запасами оборудования сводятся к задачам нелинейного программирования, общих методов, решения которых нет. Проведены статистические исследования отказов и представлены результаты вероятности сбоев разного типа для разработанной телекоммуникационной сети. На основе данных исследований с использованием математической модели построена эмпирическая функция распределения. Разработана программа определения оптимального уровня запасов при случайном отказе и суммарных затрат на приобретение оборудования и средних затрат из-за нехватки запчастей при поломке. Входными параметрами задачи является вероятность выхода из строя оборудования, а выходными параметрами являются оптимальный уровень запаса и минимальное значение целевой функции, оценивающий уровень издержек компании на приобретения и хранения запасных частей к оборудованию при их поломке. Результаты полученных разработок в рамках статьи могут быть использованы при управлении запасами комплектующих в реально функ-



ционирующих инфокоммуникационных компаниях и позволяют минимизировать издержки, соответственно, повысить рентабельность компании и оптимизировать работу.

### ЛИТЕРАТУРА

1 Rusin A.Yu., Baryshev Ya.V. Improving Equipment Reliability and System Maintenance and Repair Efficiency. *Civil Engineering Journal*. Vol. 5, No. 8, August, 2019, pp.1799-1811. DOI: 10.28991/cej-2019-03091372

2 Kizim A.V. The Developing of the Maintenance and Repair Body of Knowledge to Increasing Equipment Maintenance and Repair Organization Efficiency. *Information Resources Management Journal* 29, no. 4 (October 2016), pp. 49–64. doi:10.4018/irmj.2016100104.

3 А.А. Истомина, В.Я. Бадеников, А.Л. Истомин. Оптимизация задачи управления запасами при случайном спросе. *Известия Самарского научного центра Российской академии наук*, том 19, №1(2), 2017. С.406-409

4 Fonseca P., Mota E. A survey on fault management in software-defined networks. *IEEE Communications Surveys Tutorials*, 2017. doi: 10.1109/COMST.2017.2719862

5 Jackson I., Tolujevs J., Kegenbekov Zh. Review of inventory control models: a classification based on methods of obtaining optimal control parameters. *Transport and Telecommunication*, 2020, volume 21, no. 3, 191–202, Latvia. DOI 10.2478/ttj-2020-0015

6 Leszek K., Migawa K. Semi-Markov System Model for Minimal Repair Maintenance. *Ekspolatacja i Niezawodnosc - Maintenance and Reliability*. Vol.21, no. 2 (March 22, 2019), pp.256–260. doi:10.17531/ein.2019.2.9.

7 Chin-Chih Ch. Optimum Preventive Maintenance Policies for Systems Subject to Random Working Times, Replacement, and Minimal Repair. *Computers & Industrial Engineering* 67 (January 2014), pp. 185–194. doi:10.1016/j.cie.2013.11.011.

8 Hoang Ph. Reliability of Systems with Multiple Failure Modes. *Handbook of Reliability Engineering* (2006), pp. 19–36. doi:10.1007/1-85233-841-5\_2.

9 Евдокимов Д.А. Модели управления запасами. Реализация модели Уилсона без ограничений в среде пакета Mathcad // *Материалы XI Международной студенческой научной конференции «Студенческий научный форум»*. Россия, 2019. С.1-12.

10 Кошевой О. С. Разработка управленческих решений: учеб.пособие. – Пенза: «Изд-во ПГУ», 2005. 64 с

11 Кузнецова, Н. В. Методы принятия управленческих решений: учебное пособие/ Н.В.Кузнецова – Москва : НИЦ ИНФРА-М, 2015. – 222 с. (Высшее образование: Бакалавриат) ISBN 978-5-16-010495-9. – Текст : электронный. – URL: <https://znanium.com/catalog/product/491686> (дата обращения: 30.01.2022). – Режим доступа: по подписке.

12 Вентцель, Е.С. Исследование операций: задачи, принципы, методология: Учебное пособие / Е.С. Вентцель. – М.: КноРус, 2013. – 192 с.

13 Foerster K., Schmid S., and Vissicchio S. Survey of consistent software-defined network updates. *IEEE Communications Surveys Tutorials*, vol. 21, pp. 1435–1461, Doi: 10.1109/COMST.2018.2876749

### REFERENCES

1 Rusin A.Yu., Baryshev Ya.V. Improving Equipment Reliability and System Maintenance and Repair Efficiency. *Civil Engineering Journal*. Vol. 5, No. 8, August, 2019, pp.1799-1811. DOI: 10.28991/cej-2019-03091372



2 Kizim A.V. The Developing of the Maintenance and Repair Body of Knowledge to Increasing Equipment Maintenance and Repair Organization Efficiency. Information Resources Management Journal 29, no. 4 (October 2016), pp. 49–64. doi:10.4018/irmj.2016100104.

3 Istomin A.A., Badenikov V.Ya., Istomin A.L. Optimization of the inventory management problem for random demand. Proceedings of the Samara Scientific Center of the Russian Academy of Sciences, Vol. 19, No. 1 (2), 2017. pp. 406-409.

4 Fonseca P., Mota E. A survey on fault management in software-defined networks. IEEE Communications Surveys Tutorials, 2017. doi: 10.1109/COMST.2017.2719862

5 Jackson I., Tolujevs J., Kegenbekov Zh. Review of inventory control models: a classification based on methods of obtaining optimal control parameters. Transport and Telecommunication, 2020, volume 21, no. 3, 191–202, Latvia. DOI 10.2478/ttj-2020-0015

6 Leszek K., Migawa K. Semi-Markov System Model for Minimal Repair Maintenance. Eksploatacja i Niezawodność - Maintenance and Reliability. Vol.21, no. 2 (March 22, 2019), pp.256–260. doi:10.17531/ein.2019.2.9.

7 Chin-Chih Ch. Optimum Preventive Maintenance Policies for Systems Subject to Random Working Times, Replacement, and Minimal Repair. Computers & Industrial Engineering 67 (January 2014), pp. 185–194. doi:10.1016/j.cie.2013.11.011.

8 Hoang Ph. Reliability of Systems with Multiple Failure Modes. Handbook of Reliability Engineering (2006), pp. 19–36. doi:10.1007/1-85233-841-5\_2.

9 Evdokimov D.A. Inventory management models. Implementation of the Wilson model without limits in the environment of the mathcad package // Proceedings of the XI International Student Scientific Conference Student Scientific Forum. Russia, 2019. pp.1-12.

10 Koshevoy O. S. Development of managerial decisions: textbook. -Penza.: Publishing House of PGU, 2005. 64 p.

11 Kuznetsova, N.V. Management decision-making methods: study guide / N.V. Kuznetsova - Moscow: SIC INFRA-M, 2015. - 222 p.

12 Wentzel, E.S. Operations Research: Tasks, Principles, Methodology: Textbook / E.S. Wentzel. - M.: KnoRus, 2013. - 192 p.

13 Foerster K., Schmid S., and Vissicchio S. Survey of consistent software-defined network updates. IEEE Communications Surveys Tutorials, vol. 21, pp. 1435–1461, Doi: 10.1109/COMST.2018.2876749

***Т. Т. ВЕЛЯМОВ, А. А АЙЖАНОВА, Л. К. ДЕМЕУБАЕВА***

*Қазақстан инженерлік-технологиялық университеті, компьютерлік автоматтандырылған және телекоммуникациялық жүйелер инженерия кафедрасы, Алматы, Қазақстан*

## **МИНИМАЛДЫ ШЫҒЫНДАРМЕН КЕЗДЕЙСОҚ ІСТЕН ШЫҚҚАН КЕЗДЕ ТЕХНОЛОГИЯЛЫҚ ЖАБДЫҚТЫҢ ЖҰМЫС ІСТЕУІНІҢ ТҰРАҚТЫЛЫҒЫН ҚАМТАМАСЫЗ ЕТУДІҢ ИНТЕЛЛЕКТУАЛДЫ АҚПАРАТТЫҚ ЖҮЙЕСІ**

*Инфокоммуникациялық компанияның технологиялық жабдығының тұрақты жұмысын қамтамасыз ету үшін ықтимал ақаулар кезінде жабдыққа қызмет көрсету шығындарын басқару стратегиясын қарастыру ұсынылады. Қазақстандағы жетекші инфокоммуникациялық*

компаниялардың бірінің желісінің жұмыс істеу мысалында ақаулардың пайда болуының белгісіздігі жағдайында талдау жүргізілді. Осының негізінде оңтайландыру-есептеу моделі құрылды, оның кіріс параметрлері инфокоммуникациялық кәсіпорынның негізгі жабдығының істен шығу ықтималдығы, ал шығыс параметрлері жабдықты ауыстырудың оңтайлы уақытының мәні және мақсаттық функция болып табылады. Мақсаттық функцияны таңдау жабдық құрамдастарын тарту және сақтау уақытын азайтуға дейін қысқарады. Сәтсіздіктерді басқару мәселесі үздіксіз стохастикалық оңтайландыру мәселесі ретінде тұжырымдалған.

Бұл мақала сәтсіздіктерді басқару мәселесін шешетін бірегей математикалық модельді әзірлеуге арналған. Кездейсоқ істен шыққан жағдайда жабдықтарды түгендеуді басқару тапсырмасын әзірлеген бағдарламалық қамтамасыз ету ұсынылып отырған математикалық модельдің есептеулерін көрсетеді, жабдықты ұстауға кететін шығындарды азайтады және қазіргі заманғы талаптарды ескере отырып, инфокоммуникациялық компанияның жұмыс істеу шарттарына көбіне сәйкес келеді. қаржы нарығындағы экономикалық ауытқулардың ерекшеліктері және IT-технологиялардың қарқынды дамуы.

**Түйін сөздер:** интеллектуалды жүйе, тұрақтылық, кездейсоқ істен шығулар, оңтайландыру, бақылау тапсырмалары, шешім қабылдау.

**T. T. VELYAMOV, A. A. AIZHANOVA, L. K. DEMEUBAYEVA**

*Kazakhstan University of Engineering and Technology, Department of Engineering of Computer, Automated and Telecommunication Systems, Almaty, Kazakhstan.*

## **INTELLIGENT INFORMATION SYSTEM FOR PROVIDING THE STABILITY OF THE FUNCTIONING OF TECHNOLOGICAL EQUIPMENT IN THE EVENT OF RANDOM FAILURES WITH MINIMUM COSTS**

*To ensure the stable operation of the technological equipment of an infocommunication company, it is proposed to consider a strategy for managing the costs of maintaining equipment in case of probable failures. An analysis was carried out under the conditions of uncertainty of the appearance of failures on the example of the functioning of the network of one of the leading infocommunication companies in Kazakhstan. Based on this, an optimization-computational model was created, the input parameters of which are the failure probabilities of the basic equipment of an infocommunication company, and the output parameters are the value of the optimal equipment replacement time and the objective function. The choice of the objective function is reduced to minimizing the time for attracting and storing equipment components. The problem of failure management is formulated as a continuous stochastic optimization problem.*

*This article is devoted to the development of a unique mathematical model that solves the problem of failure management. The developed software implementation of the task of managing inventory of equipment in case of random failure shows the calculations of the proposed mathematical model, minimizes the costs of maintaining equipment and most corresponds to the conditions for the functioning of an infocommunication company, taking into account modern features of economic fluctuations in the financial market and the rapid development of IT technologies.*

**Keywords:** intelligent system, stability, random failures, optimization, control tasks, decision making techniques.

**Г. Т. ДЖУСУПБЕКОВА<sup>1</sup>, Ә. Ж. САПАРБАЕВ<sup>2</sup>, А. Т. МАКУЛОВА<sup>3\*</sup>,  
Ж. Д. ИЗТАЕВ<sup>1</sup>, Г. К. ОРДАБАЕВА<sup>2</sup>**

<sup>1</sup>М.Әуезов атындағы Оңтүстік Қазақстан университеті, Шымкент қ., Қазақстан

<sup>2</sup>Әл-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университеті, Алматы қ., Қазақстан

<sup>3</sup>Нархоз университеті, Алматы қ., Қазақстан

## **БҰЛТТЫ ҚЫЗМЕТТЕРДІ ОҢТАЙЛАНДЫРУ ЖАҒДАЙЫНЫҢ ӨЗЕКТІЛІГІ ЖӘНЕ ДАМУ БОЛАШАҒЫ**

Қазіргі уақытта бұлтты жүйелер адам өміріндегі көп функциялы көмекиілер болып табылады. Бұлтты жүйелер мен ірі деректер орталықтарының даму тенденциялары ақпараттық технологиялардың жаңа дәуіріне жақында көшуді көрсетеді. Ақпарат одан да қол жетімді болады, оны іздеу және өңдеу одан да тез және ыңғайлы болады.

Түрлі бұлттық жүйелерді, олардың артықшылықтары мен кемшіліктерін салыстыру ІТ-компаниялардың өз өнімдерін жетілдіруге және бәсекеге қабілетті болуға ұмтылысын айқын көрсетті.

Осылайша, жоғарыда айтылғандарға сүйене отырып, бұлтты жүйелер мен бұлтты есептеулерді Ақпараттық технологиялар мен есептеу ғылымдарының одан әрі дамуына күшті серпін беретін жаңа тәсіл ретінде қарастыру керек деп қорытынды жасауға болады.

Мақалада қолданушыға бұлтты қызметтердің ресурстарының құрамы мен қауіпсіздік деңгейін заманауи бұлтты ресурстар көмегімен мониторингтау арқылы оңтайландыру қарастырылған.

Қолданылу аясы ретінде Интернет желісін қажет ететін мекеменің, ІТ-компаниялардың өз өнімдерін жетілдіруге және ұсынылатын бұлтты қызметтерінің қауіпсіздік деңгейін оңтайландыру, осалдықтарды білу және оған шаралар қолдану жағдайларын алуға болады.

Цифрлық Қазақстанның Интернет желісі арқылы бұлтты қызметтерді жетік пайдалану негізгі мақсаты, сондықтанда, жасалынған оңтайландыру жұмысының көмегі әрбір қолданушыға қажет болатынына сенімдіміз.

**Түйін сөздер:** бұлтты қызметтер, бұлтты қызметтердің ресурстарының құрамы, оңтайландыру, SaaS, PaaS, IaaS.

**Кіріспе.** Бұлтты есептеу әр адамның өмірімен қатысты. Ол интернет арқылы қызмет ретінде қосымшалар мен сақтау орындарын ақысыз ұсынады. Біздің көпшілігіміз күн сайын бұлтты есептеу қызметтерін қолданамыз.

Бұлтты қызметтер – бұл жаңа операциялық модель және есептеу ресурстарының жалпы пулдарын басқаруға арналған технологиялар жиынтығы. Бұл бірлескен жұмысты, икемділікті, масштабтауды және қол жетімділікті жақсартуға мүмкіндік беретін және оңтайландырылған және тиімді есептеулер арқылы шығындарды азайтуға мүмкіндік беретін революциялық технология. Бұлтты модель компоненттерді тез ұйымдастыруға, дайындауға, енгізуге және пайдаланудан шығаруға, сондай-ақ ұқсас утилитаны сұраныс бойынша тарату және тұтыну моделін қамтамасыз ету үшін кеңейтуге немесе азайтуға болатын әлемді болжайды [1].

Бұлтты есептеулерді анықтау үшін стандарт ретінде National Institute of Standards and Technology (NIST) моделі қолданылады. NIST бұлтты есептеулерде бес негізгі

\* E-mail корреспондирующего автора: [aiymzhan.makulova@narхоз.kz](mailto:aiymzhan.makulova@narхоз.kz)

сипаттаманы, үш бұлтты қызмет моделін және төрт бұлтты орналастыру моделін сипаттайды (1-сурет).



1-сурет – Бұлтты қызмет модельдері

Бұлтты есептеудің негізгі сипаттамаларына есептеу қызмет түрі ие болмаса, ол бұлтты есептеу қызметі ретінде қарастырылмайды [2].

Ресурстарды біріктіру ең іргелі сипат болып табылады. Ол жеткізуші ресурстарды абстракциялайды, пулларға жинайды және олардың бөліктерін әртүрлі тұтынушылар арасында бөледі (әдетте саясат негізінде).

Әкімшілік саясатқа тәуелсіздік – тұтынушылар сұраныс бойынша бұлт ресурстарын ұсынады. Демек, тұтынушы өз ресурстарын әкімші – адамға жүгінбестен басқарады.

Желіге кең қол жеткізу – барлық ресурстардың тікелей физикалық қол жетімділіктің қажеттілігінсіз желі арқылы қол жетімді екенін білдіреді және желі міндетті түрде қызметтің бөлігі болуы шарт емес.

Жылдам серпімділік тұтынушыларға бұлттан пайдаланатын ресурстарды кеңейтуге немесе азайтуға мүмкіндік береді (ресурстарды бөлу және рұқсаттарды алу). Бұл оларға ресурстарды тұтынуды сұраныспен дәлірек сәйкестендіруге мүмкіндік береді (мысалы, сұраныс өскен сайын виртуалды серверлерді қосу, ал сұраныс төмендеген кезде оларды өшіру).

Бұлтты қызметтердің әртүрлі негізгі санаттарын сипаттайтын үш қызмет моделі анықталған:

- ✓ Бағдарламалық жасақтама қызмет ретінде (Software as a service, *SaaS*);
- ✓ Платформа қызметі ретінде (Platform as a Service, *PaaS*);
- ✓ Инфрақұрылым қызметі ретінде (Infrastructure as a Service, *IaaS*).

Бағдарламалық жасақтама қызметі ретінде (*SaaS*) – бұл провайдер басқаратын және өзі орналастыратын толық бағдарламалық қызмет. Тұтынушылар оған веб-шолғыш немесе мобильді қосымшасы арқылы қол жеткізе алады [3].

Платформа қызметі ретінде (*PaaS*) – бұл дерекқорлар, қосымшалар платформалары, файлдарды сақтау, бірлесіп жұмыс істеу, жеке қосымшаларды өңдеу (мысалы, машиналық оқыту, үлкен деректерді өңдеу немесе қолданбалы бағдарламалау интерфейстерінің толық *SaaS* қосымшасының функцияларына тікелей қол жетімді ету) сияқты даму платформаларын немесе қосымшаларды абстракциялайды. Негізгі айырмашылық – серверлерді, желілерді немесе басқа инфрақұрылымды басқара алмау.

Инфрақұрылым қызметі ретінде (*IaaS*) – ол компьютер, желі немесе сақтау сияқты негізгі есептеу инфрақұрылымының ресурстар пулына қол жетімділігін ұсынады.

Бұлтты орналастырудың негізгі моделі қызмет көрсету модельдерінің барлық спектрінде қолданылады (1 - кесте):

- ✓ ашық бұлтты инфрақұрылым - көпшілікке немесе ірі салалық топқа қол жетімді;
- ✓ жеке бұлтты инфрақұрылым - тек бір ұйым үшін жұмыс істейді. Оны үшінші тарапта басқара алады және ұйым аумағында, одан тыс жерлерде де орналасуы мүмкін;
- ✓ қауымдастық бұлтты инфрақұрылым - бірнеше ұйымдар үшін ортақ және мәселелері ұқсас белгілі бір қауымдастықты қолдайды;
- ✓ гибриді бұлтты инфрақұрылым - екі немесе одан да көп бұлттардың жиынтығынан тұрады, бірақ деректер мен қосымшалардың тасымалдануын қамтамасыз ететін стандартталған немесе патенттелген технологиямен байланысты. Гибрид, әдетте, бұлтты қызмет провайдеріне тікелей қосылған бұлтты емес деректер орталығын сипаттау үшін қолданылады.

*1 кесте* – Бұлтты орналастырудың негізгі моделі

	Тиесілі инфрақұрылым	Инфрақұрылым локациясы	Қол жетімділік және тұтынушылық
Ашық	Үшінші тарап жеткізушісі	Ұйымнан тыс	Сенімсіз
Жабық және қауымдастық	Үшінші тарап жеткізушісі, ұйым	Ұйымда және одан тыс	Сенімді
Гибрид	Үшінші тарап жеткізушісі, ұйым	Ұйымда және одан тыс	Сенімді және сенімсіз

Жалпы алғанда, осы процестердің ауқымы болашақта заңнамалық реттеудің негізіне айналуы мүмкін проблемаларды шешу жолдарын іздеу мақсатында оларды одан әрі түсінуді қажет етеді, өйткені мұндай ақпараттық-коммуникациялық технологияларды пайдалану әлеуеті өте үлкен және оның қоғамдағы рөлін күшейтуді талап етеді.

**Әдістер, материалдар және нәтижелер.** Физикалық нысандар мен инфрақұрылымдық жабдықтар *IaaS* негізін құрайды. Бұлтты есептеулермен бұл ресурстар абстракцияланады және біріктіріледі, бірақ ең негізгі деңгейде құрылыс үшін әрқашан физикалық жабдықтар, желілер мен қоймалар қажет. Абстракция көбінесе виртуализация арқылы ресурстарды физикалық шектеулерден босатады, бұл оларды пуллдарға біріктіруге мүмкіндік береді. Келесі негізгі байланыс және жеткізу құралдарының



оркестрі осы дерексіз ресурстарды бір-бірімен байланыстырады, олардан пулл жасайды және тұтынушыларға жеткізуді автоматтандырады.

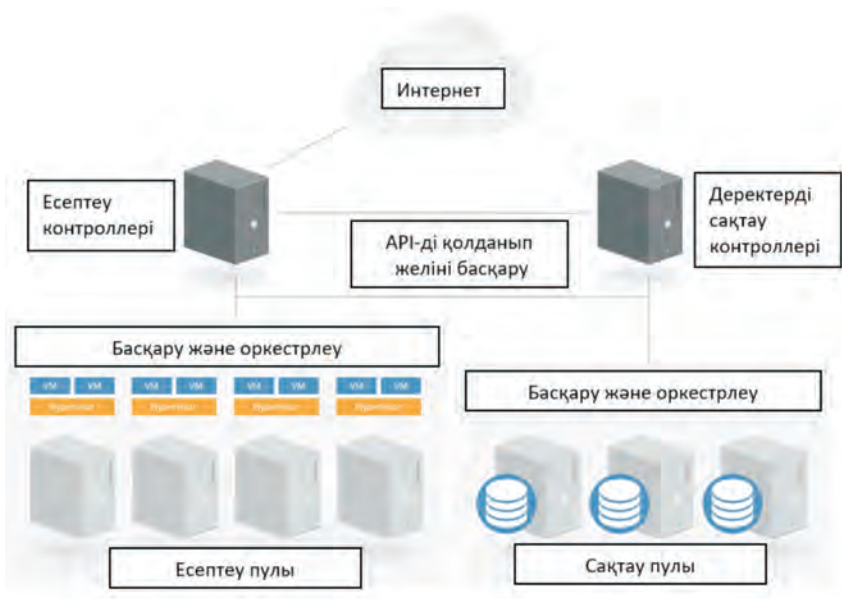
Мұның бәрі қолданбалы бағдарламалау интерфейстерін қолдану арқылы жеңілдетіледі. Application programming interface (API) интерфейстері бұлттағы компоненттер үшін негізгі байланыс әдісі болып табылады және олардың кейбіреулері бұлтты қолданушыға олардың ресурстары мен конфигурацияларын басқару үшін қол жетімді. Қазіргі уақытта бұлтты API-дің көпшілігі HyperText Transfer Protocol (HTTP) протоколы арқылы жұмыс істейтін Representational State Transfer (REST) қолданады. Ал бұл оны интернет қызметтері үшін өте қолайлы етеді [4].

Көп жағдайда API интерфейстері қашықтан қол жетімді және веб-пайдаланушы интерфейсіне біріктірілген. Бұл комбинация бұлтты басқару жазықтығы болып табылады, өйткені тұтынушылар оны виртуалды машиналарды іске қосу немесе виртуалды желілерді орнату сияқты бұлтты ресурстарды басқару және конфигурациялау үшін пайдаланады. Қауіпсіздік тұрғысынан бұл физикалық инфрақұрылымды қорғаудың ең үлкен айырмашылығы және бұлтты қауіпсіздік бағдарламасын жасау кезінде басты басымдылық болып табылады. Егер шабуылдаушы сіздің басқару деңгейіңізге енсе, онда ол сіздің барлық бұлтты орналастыруыңызға қашықтан қол жеткізе алады.

Осылайша, *IaaS* ресурстарды қашықтан басқару және тұтынушыларға жеткізу үшін келесі деңгейлерден тұрады:

- объектіден;
- аппараттық құралдан;
- абстракция деңгейінен;
- оркестр деңгейінен (негізгі қосылу және жеткізу).

*IaaS* есептеу платформасының жеңілдетілген архитектуралық мысалы 2 -суретте келтірілген:



2-сурет – *IaaS* архитектурасы

Физикалық серверлер сериясы екі компонентпен жұмыс істейді:

- гипервизор (виртуализация үшін);
- басқару (оркестр) бағдарламалық жасақтамасы.

Тұтынушы белгілі бір көлемдегі ақпараттың данасын виртуалды серверден сұрайды, ал бұлт контроллері қай сервердің өткізу қабілеті жеткілікті екенін анықтайды және сұралған өлшем данасын бөледі.

Содан кейін контроллер сақтау қоймасынан сақтауды сұрайтын виртуалды қатты дискіні жасайды, ол қойманы сақтау пулынан бөледі және оны тиісті хост серверіне және желі данасына қосады (сақтау трафигі үшін арнайы желі). Желі, соның ішінде виртуалды желі интерфейстері мен мекен-жайлары да қажетті виртуалды желіге бөлініп, қосылады.

Үшінші қадамда контроллер сервер кескінінің көшірмесін виртуалды машинаға жіберіп жүктейді және конфигурациялайды. Бұл дұрыс конфигурацияланған виртуалды желі мен сақтау қоймасы бар виртуалды машинада жұмыс жасайтын деректерді құрайды. Бүкіл процесс аяқталғаннан кейін метадеректер мен қосылу туралы ақпаратты бұлт контроллері жібереді. Сонан соң, ақпарат тұтынушыға қол жетімді болады.

*PaaS* қосымшаларды келесі мүмкіндіктермен интеграцияның қосымша қабатын қосады:

- әзірлеу орталары;
- аралық бағдарламалық жасақтама мүмкіндіктері;
- мәліметтер базасы;
- хабар алмасу және кезек ұйымдастыру.

Бұл бұлтты қызметтер әзірлеушілерге платформада бағдарламалау тілдері мен стек қолдайтын технологияларды қолдана отырып қосымшалар жасауға мүмкіндік береді.

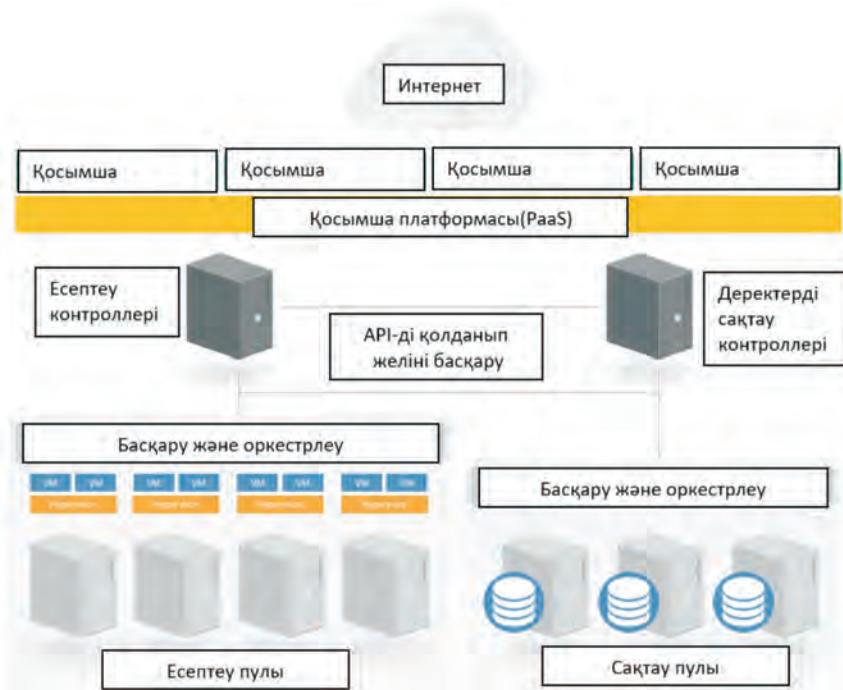
Нақты әлемде жиі кездесетін және модельде суреттелген нұсқалардың бірі – *IaaS* платформасын құру. Интеграция және аралық бағдарламалық жасақтама деңгейі *IaaS* негізінде жасалады, содан кейін біріктірілу, ұйымдастырылу жұмыстары өткізіліп, *PaaS* ретінде API қолданатын тұтынушыларға беріледі.

*PaaS*-та бұлтты қолданушы негізгі инфрақұрылымды емес, платформаны ғана көреді. Біздің мысалда мәліметтер базасы кеңейтіледі (немесе қысқарады) және қолданылуына байланысты клиент үшін жеке серверлерді, желілерді, түзетулерді және т. б. басқару қажет емес.

*PaaS*-қа тағы бір мысал – қосымшаларды орналастыру платформасы. Бұл әзірлеушілер өз ресурстарын басқарусыз, бағдарлама кодын жүктей және іске қоса алатын орын. *PaaS*-та кез-келген тілде кез-келген қосымшаны іске қосуға арналған қызметтер бар. Олар әзірлеушілерді серверлерді орнатудан және құрудан босатады, қосымшаны жаңартып отырады немесе кластерлеу және жүктемені теңдестіру сияқты қиындықтарды шешеді [5-8].

3-сурет *IaaS* архитектурасының жоғарғы жағында жұмыс істейтін қолданбалы платформаны (*PaaS*) көрсетеді. Интернет арқылы байланыс орнататын есептеу және сақтау пулдарына қосымша көмегімен қол жеткізу үшін алдымен, қосымша арқылы API-ді қолданып, есептеу және деректерді сақтау контроллерінде негізгі логиканы

орындай отырып, сұраныстар оскестрлерге жіберіледі. Оскестрлер өз кезегінде әр сұранысты бірнеше серверлерге саны бойынша бөліп тастайды. Осылайша серверлер есептеу және сақтау пулдарымен байланысады.



3-сурет – PaaS архитектурасы

*SaaS* бұлт қызметтері – кез-келген бағдарламалық платформаның барлық архитектуралық қиындықтары бар толыққанды мультипликациялық қосымшалар. Көптеген *SaaS* жеткізушілері икемділіктің, тұрақтылықтың және экономикалық артықшылықтардың жоғарылауына байланысты *IaaS*, *PaaS*-қа сүйенеді [9-11].

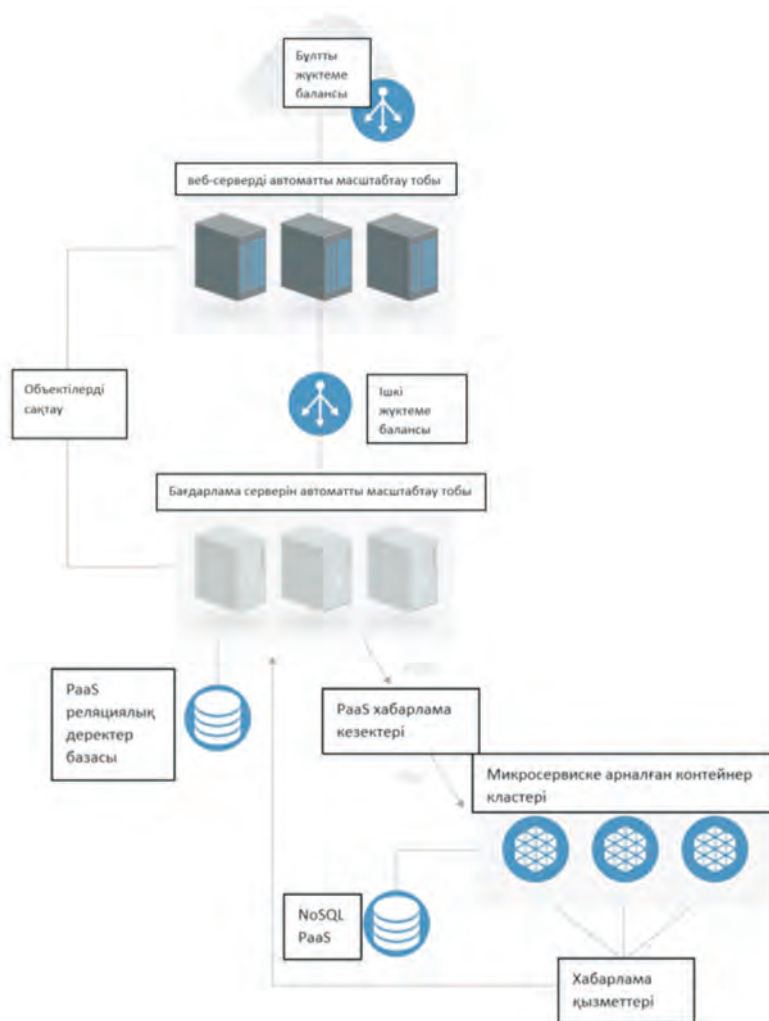
Сонымен, барлық *SaaS* қолданбалы, логикалық деңгейді және API деректер қоймасынан тұрады. Содан кейін веб-шолғыштарды, мобильді қосымшаларды және API-ге жалпыға қол жетімділікті қамтитын бір немесе бірнеше көрініс деңгейлері функцияларын қамтиды (4-сурет).

Бұлтты қызметтердің мысалдары болып табылатын қосымша немесе бағдарлама түрлері (5-сурет).

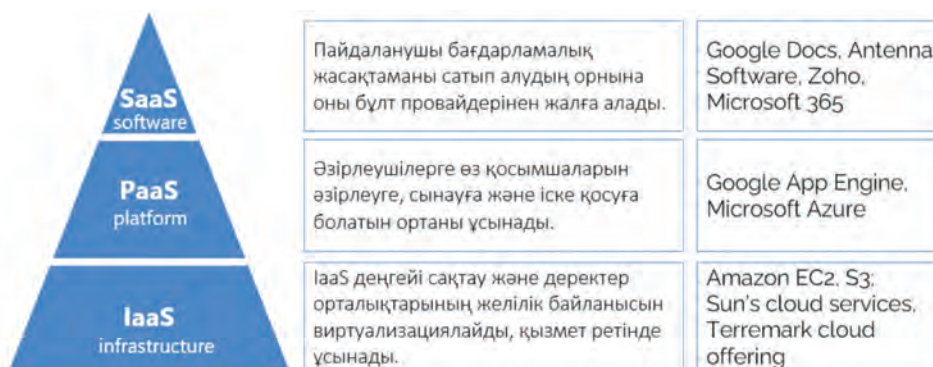
Қазіргі уақытта әлемде үш алпауыт басқарады – AWS, Azure, Google Cloud. Бұл компаниялар бүкіл әлем бойынша нарықтың үлкен үлесін алады әрі технологиялық көшбасшылар болып табылады және бұлтты *IaaS* қызметтерінің даму тенденцияларын белгілейді.

*SaaS*-тың жалпы қызметтеріне Dropbox, Salesforce, Cisco WebEx кіреді. *PaaS* қызметтеріне Google App Engine, Apache Stratos және OpenShift кіреді. Кейбір танымал бұлтты провайдерлер қызметтері, мысалы, Amazon Web Services (AWS), Cisco Metaprod және Microsoft Azure қолданушылар үшін бірнеше икемді шешімдер ұсынады.





4-сурет – Жалпыланған SaaS нақты платформасының архитектурасы



5-сурет – Бұлтты қызметтер

Бұлтты есептеу қызметтерінің ыңғайлылығы мен төмен құны біздің күнделікті өмірімізді өзгерткеніне күмән жоқ. Дегенмен, бұлтты есептеулермен байланысты қауіпсіздік мәселелері бізді күн сайын болып жатқан киберкылмыстарға осал етеді. Хакерлер бұлттарға заңды рұқсатсыз қол жеткізу немесе белгілі бір мақсаттарға жету үшін бұлтты қызметтердің жұмысын бұзу үшін әртүрлі әдістерді қолданады. Деректердің нақты орналасқан жері анықталғаннан кейін, хакерлердің қылмыстық әрекеттер үшін жеке құпия ақпараттары қол жетімді болады.

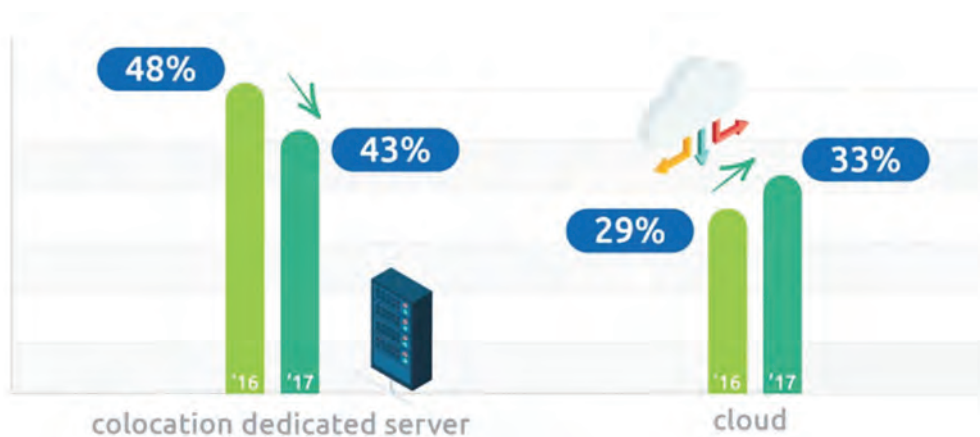
Өз зерттеуінде [12] ізденушілер бағаны қалыптастыру бағдарламалық жасақтама саласындағы бизнес стратегиясы мен тактикасының маңызды элементі ретінде қарастырған. Баға туралы негізделген шешімдер қабылдау әртүрлі мүдделі тараптардың қатысуын және деректерді жан-жақты талдауды талап етеді. Сонымен қатар, *SaaS* бағалары туралы толық білім жиынтығы және *SaaS* жеткізушілеріне бағаны әзірлеу мен енгізуге көмектесетін дәлелденген шешімдер жоқ. Ғалымдар зерттеу үшін “АҚ” және “СҰР” әдебиеттерді зерттейтін *multivocal literature review (MLR)* әдісін қолданды. 387 библиографиялық пункттен тұратын әдебиеттер көлемі ресми хаттаманы пайдалана отырып жиналған. Олардың 57 - сі әдебиеттің ақ мақалалары, ал 330-ы сұр түсті. Әдебиеттерді одан әрі көрсету, жалпылау және есеп беру арқылы бірнеше өлшемдер бойынша жіктеу үшін мазмұнды талдаудың көп сатылы процесі жүзеге асырылған. Нәтижеде бағаға байланысты тұжырымдамалардың таксономиясы құрылған. Онда *SaaS* бағасының аспектілері, әсер етуші факторлар және *SaaS* жеткізушілері кездесетін мәселелер жіктелген. Қорытындыда зерттеушілер *SaaS* баға тәжірибесін түрлендірудің негізгі тақырыптары мен практикалық мәселелерін және осы салада қосымша зерттеулер жүргізу үшін ұсыныстар жинақтаған. Нәтижеде *MLR SaaS* бағалары туралы зерттеулер мен тәжірибелердің нақты көрінісін қалыптастырды және *SaaS* бағасының әртүрлі аспектілері мен әсер ету факторлары анықталды.

Ізденушілер [13] бағдарламалық жасақтамалы анықталған желі (Software Defined Networking, SDN) жұмыс жасап тұрған виртуалды машиналардың трафигіне қойылатын талаптарды динамикалық түрде жаңарта отырып, бұлтты қызметтерді таратуды басқару үшін ресурстарды басқаруды жоспарлаудың жаңа мүмкіндіктерін ұсынды. Бұлтты деректер орталығында инфрақұрылымды басқару үшін SDN қосу ресурстарды бөлуді жеңілдету арқылы бұлтты есептеу мүмкіндіктерін кеңейтеді. Жүргізілген сауалнамада ғалымдар SDN негізіндегі бұлтты есептеулерде ресурстарды бөлуді талқылаған және зерттеген. Бұл зерттеу бұлтты есептеулер мен SDN домендерін қамтитын ресурстарды бөлу тетіктерін жақсартуға арналған. Сондықтан ғалымдар көптеген зерттеушілер қолданатын ресурстарды бөлу механизмдерін талдай отырып; оларды өлшенген параметрлер мен ұсынылған проблемалар негізінде жіктеді және бағалады. Бұл сауалнама сонымен қатар, зерттеушілерге *IaaS* ресурстарын бөлуге қатысты бұлтты есептеу стратегиялары туралы қосымша ақпарат алуға мүмкіндік береді.

Бұлтты қызмет ресурстар технологиясын қолданушылар арасынан тек Қазақстанды бөліп қарастырайық. 2021 жылдың қараша айында жүргізілген зерттеу жұмыстары бойынша, нарық сарапшыларының болжамдары 2022 жылға қарай кәсіпорындардың 70% - дан астамы өз қызметінде бұлтты технологияларды белсенді пайдаланатынын көрсетеді. Алайда, бұлтты технологияларды енгізу деректер

қауіпсіздігі, ақауларға төзімділік және қызметтің үздіксіздігі, басқа ақпараттық жүйелермен және ресурстармен интеграция, сондай-ақ заңнамамен байланысты мамандар мен компания басшылығының алаңдаушылығына кедергі келтіреді. Қазақстан Республикасындағы мемлекеттік және жеке компаниялардың бұлтты технологияларды пайдалану мүмкіндіктері туралы кәсіпқойлардың пікірін білу үшін Жүйелік талдау және бағдарламалық қамтамасыздандыру (Systemanalyse und Programmentwicklung, SAP GbR) зерттеу жүргізіп, өз қызметінің түрі бойынша заманауи технологиялармен тікелей байланысты және оларды енгізу туралы шешім қабылдауға қатысатын 1500-ден астам кәсіпқойлар мен басшылардан сауалнама жүргізді.

Тұтастай алғанда, бұлтты технологиялар Қазақстанда бұрыннан белсенді дамып келеді деп айтуға болады, бірақ дәл соңғы 2-3 жылда мұндай даму қарқыны жеделдеді. Бұл, ең алдымен, бұлтты технологиялардың айтарлықтай жақсаруымен, сондай-ақ қолданыстағы технологиялық шешімдерді масштабтау мүмкіндіктерінің төмендеуімен байланысты. Бұлтта орналастырылған қызметтерді енгізу ақпараттық технологиялар саласындағы мамандар мен компания басшылығының саналы таңдауына айналуға (6-сурет).



**6-сурет** – Қазақстандағы бұлтты технологиялар өсу әлеуеті

Сауалнамаға барлығы 1666 респондент қатысты. Сауалнама қаңтар-ақпан айларында Қазақстанның интернет пайдаланушылары арасында жүргізілді. Сұралғандардың негізгі бөлігін – 54,6% жеке компаниялар, 28,3% мемлекеттік кәсіпорындар мен мемлекет қатысатын компаниялар, 11,3% мемлекеттік ұйымдар мен түрлі ведомстволар, ал 5,7% мемлекеттік білім беру мекемелері құрайды. Оның ішінде сұралғандардың 23,3% жоғары басшылыққа жататынын, 27,9% бөлімше басшылары болып табылатынын, 48,7% мамандар болып жұмыс істейтінін көрсетті.

Зерттеуге қатысушылардан бұлтты технологиялардың ұйым ішінде қаншалықты кең қолданылатындығын, бұлтты технологияның жалпы қажеттілігін, олардың компанияларында бұлтты технологияны қолдануды тежейтін факторлар бар ма, бұлтты технологияны қолданумен байланысты негізгі артықшылықтар қандай деп санайды секілді сұрақтарға жауап алынды.

Сонымен қатар, зерттеу авторлары SAP мысалында бұлтты технологияларды қолданудың артықшылықтарын көрсетті, атап айтқанда компания тапсырыс берушілердің деректерін қорғаудың көп деңгейлі жүйесін және осындай мәліметтермен жұмыс жасауды қолданады.

Бұлтты технологиялар айтарлықтай кең таралған, алайда оларды Қазақстанда көптеген компаниялар белсенді пайдаланатынына қарамастан, қолданудың жекелеген салалары мен осы технологияларды дамыту үшін мүмкіндіктер жеткілікті жақсы зерттелмеген, сондықтан әлеуетті пайдаланушылардың айтарлықтай саны оларды әлі де пайдаланбайды деп түйіндеуге болады. Сондай-ақ, сауалнамаға қатысушылар заңнамадағы мәселелердің жеткіліксіз пысықталғанына назар аударды, бұл Қазақстан Республикасындағы көптеген компаниялар мен мекемелерге қазіргі заманғы бұлтты сервистердің әлеуетін толық көлемде ашуға мүмкіндік бермейді. Атап айтқанда, респонденттер тежеуші факторлар болмаған жағдайда бұлтты технологияларды неғұрлым белсенді пайдалануға дайын екендіктерін атап өтті.

**Қорытынды.** Біз күн сайын байқамасақ-та бұлтты қызметтерді қолданып жұмыс істейміз. Интернет желісі арқылы жұмыс істейтін мәтіндік және графикалық редакторлар, тапсырмаларды жоспарлаушылар және кооперативтік бағдарламалар осылай жұмыс істейді. Бұл тақырыпшада бұлтты қызметтер қалай жұмыс істейді және олар неге соншалықты танымал сияқты сұрақтарды зерттеп, талдап жаздым.

Бұлтты қызметтер тек файлдармен шектелмейді, сонымен бірге барлық IT инфрақұрылыммен жұмыс жасауға болады. Бұлт арқылы компаниялар электрондық почтаны, кеңсе бағдарламаларын, виртуалды машиналарды пайдаланады. Демек, жұмыскердің жұмыс міндеттерін кеңседе ғана емес, әлемнің кез келген нүктесінен шешуге мүмкіндік беруі бұлтты қызметтердің күнделікті қолданыста екеніне айқын дәлел.

Бұлт арқылы жұмыс істейтін пайдаланушы үшін деректер мен бағдарламалар серверлерде, яғни арнайы компьютерлерде сақталады. Ал серверлер деректерді қорғау және үздіксіз жұмыс істеу үшін қажетті инфрақұрылымда – деректерді өңдеу орталықтарында (ДӨО) орналасқан.

Жалпы деректерді беру жылдамдығы бірнеше факторларға тәуелді:

- ДӨО геолокациясы;
- желілік құрылым;
- ресурстың жылдамдығы.

*ДӨО геолокациясы.* Егер пайдаланушыға деректердің үлкен көлемін беру немесе жылдам жауап беретін қосымшаларда жұмыс істеу қажет болса, онда сервердің орналасуы маңызды болады. Пайдаланушыға неғұрлым жақын болса, деректер соғұрлым тезірек және аз шығынмен оған жетеді. Қашықтықтағы мәтіндік деректерді беру кезінде де жылдамдыққа әсер етеді – сондықтан көптеген деректерді өңдеу орталықтары бар қызметтер, алдымен пайдаланушының локализациясын анықтайды, содан кейін оны ең жақын орталыққа тастайды.

*Желілік құрылым.* Жалпы деректер кабельдер, маршрутизаторлар және басқа жабдықтар арқылы беріледі. Егер деректердің тұтастығы бұзылса болса, онда берілу жылдамдығы төмендейді. Мысалы, егер кабель үзілуі, яғни физикалық жағдайға байланысты, немесе деректер жүретін маршруттың шамадан тыс жүктелуі. Осын-

дай жағдайларға жол бермеудің алдын алу мақсатында деректерді беру үшін арналар қайталанып отырады – егер олардың бірінде сәтсіздік болса, онда ақпарат пайдаланушыға екінші жағынан жетеді.

*Ресурстың жылдамдығы.* Егер қызмет тым көп пайдаланушыларға ие болса, онда ол пайдаланушылардың сұрауларына ұзақ уақыт жауап бере алады. Барлығы сервердің қуаттылығына байланысты. Көптеген сұраныстарға жауап қайтару үшін қызметтер деректерді қайта бөлуді және қосымша бағыттарды қолданады.

Деректер орталығының сәтсіздіктерден қаншалықты жақсы қорғалғанын түсіну үшін олар «ақауларға төзімділік» терминін қолданады. ДӨО үшін олардың сенімділік деңгейің бағалайтын халықаралық стандарттардың қатаң жүйесі әзірленген. Қорғау деңгейі деректер орталығының қаншалықты автономды болатындығын анықтайды – ол техникалық қызмет көрсетілсе де, желілер мен салқындату жүйелері сақталып жатқан кезде де жұмыс істей береді. Жоғары деңгейдегі ДӨО 99,99% деректерге қолжетімділікті қамтамасыз етеді. Жылына 365 күн немесе 31536000 секунд бар, демек ДӨО жылына 3154 секунд немесе 52 минут жұмыс істемеуі мүмкін.

Деректерді қорғау үшін әртүрлі бағдарламалық шаралар қолданылады. Мысалы, файлдардың сақтық көшірмесін үнемі жасау. Көшірмелер басқа серверде орналастырылады, бұл олардың қауіпсіздігін қамтамасыз етеді және жоғалған деректерді қалпына келтіру үшін пайдалануға мүмкіндік береді.

Соңғы жылдары интернет арқылы серверлермен қауіпсіз қосылудың стандартты тәсілі HTTPS хаттамасын пайдалану болып табылады, мұндағы ‘S’ – “Secure”, яғни «қорғалған» дегенді білдіреді. HTTPS арқылы берілетін барлық трафик браузер деңгейінде шифрланады. Деректер ұсталса да, оларды шешу өте қиын болады.

Мақалада келтірілген «бұлттарды» пайдаланудың әлемдік тәжірибесі қазіргі уақытта бұлтты сервистер отандық және шетелдік мемлекеттік органдардың практикалық қызметінде белсенді пайдаланылатынын, бизнес-қоғамдастық және жеке тұлғалар пайдаланатынын көрсетті.

Мақалада бұлттардағы қауіпсіздік осалдығын үш тұрғыдан қарастырылды (бұлтты есептеу ресурстарын теріс пайдалану, деректердің ағуы және бұлт қауіпсіздігіне шабуылдар) және осы осалдықтарды ескере отырып оңтайландыру шешімі ұсынылды. Болашақта бұлт қауіпсіздігінің қауіп-қатерлерін және бұлт қауіпсіздігінің бұзылуына қарсы шараларды зерттеуге күш салуды жалғастырамыз.

## ӘДЕБИЕТ

1 On cloud security attacks: A taxonomy and intrusion detection and prevention as a service. Iqbal S, Kiah MLM, Dhaghghi B, Hussain M, Khan S, Khan MK, et al. 2019, p.26-37.

2 Оценка информационной безопасности в облачных вычислениях на основе байесовского подхода Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. Зикратов И.А. и Одегов С.В. 2018г. с.121-126.

3 Guidelines on security and Privacy in Public Cloud Computing. NIST Special Publication. Jansen W. Grance T. Gaithersburg: NIST, 2021. p.144-152.

4 «An integrated methodology for Big data classification and security for improving cloud systems data mobility» Hababeh I, Gharaibeh A, Nofal S, Khalil I. IEEE Access. 2018 Dec 28; 7:9153-63. p.169-171.



- 5 «Облачные архитектуры: разработка устойчивых и экономичных облачных приложений» Аврора Камаль, Том Лашевский, Эрик Фар. Питер, 2022. ISBN 978-5-4461-1588-4. с.26.
- 6 Cloud Security and Privacy: An Enterprise Perspective on Risks and Compliance (Theory in Practice) 1st Edition. Tim Marther. ISBN-13: 978-0596802769, 2019, p. 56.
- 7 The Docker Book: Containerization is the new virtualization Kindle Edition by James Turnbull, James Turnbull; 18092nd edition (July 12, 2014), p.332.
- 8 «On the Effectiveness of XML Schema Validation for Countering XML Signature Wrapping Attacks» M. Jensen, C. Meyer, J. Somorovsky, and J. Schwenk. September 2017.
- 9 «Security Issues in Cloud Computing and Countermeasures» D. Jamil and H. Zaki, International Journal of Engineering Science and Technology, Vol. 3. April 2016.
- 10 AdnaanArbaaz Ahmed, Dr. M.I. ThariqHussan, advanced Research in Computer Engineering and Technology Volume 7, Issue 4, April 2018.
- 11 Journal of Network and Computer Applications. 2016. Available from: <https://dx.doi.org/10.1016/j.jnca.2016.08.016> (23.05.2022).
- 12 Andrey Saltan, Kari Smolander, Bridging the state-of-the-art and the state-of-the-practice of SaaS pricing: A multivocal literature review, Information and Software Technology, Volume 133, 2021, 106510, ISSN 0950-5849, <https://doi.org/10.1016/j.infsof.2021.106510>. (<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S095058492100001X>, 11.06.2022)
- 13 Arwa Mohamed, Mosab Hamdan, Suleman Khan, Ahmed Abdelaziz, Sharief F. Babiker, Muhammad Imran, M.N. Marsono, Software-defined networks for resource allocation in cloud computing: A survey, Computer Networks, Volume 195, 2021, 108151, ISSN 1389-1286, <https://doi.org/10.1016/j.comnet.2021.108151>. (<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1389128621002152>, 11.06.2022)

## REFERENCES

- 1 On cloud security attacks: A taxonomy and intrusion detection and prevention as a service. Iqbal S, Kiah MLM, Dhaghighi B, Hussain M, Khan S, Khan MK, et al. 2019, p.26-37.
- 2 Ocenka informacionnoj bezopasnosti v oblachnyh vychisleniyah na osnove bajesovskogo podhoda Nauchno-tehnicheskij vestnik informacionnyh tekhnologij, mekhaniki i optiki. Zikratov I.A. i Odegov C.B. 2018g. c.121-126.
- 3 Guidelines on security and Privace in Public Cloud Computing. NIST Special Publication. Jansen W. Grance T. Gaithersburg: NIST, 2021. p.144-152.
- 4 «An integrated methodology for Big data classification and security for improving cloud systems data mobility» Hababeh I, Gharaibeh A, Nofal S, Khalil I. IEEE Access. 2018 Dec 28; 7:9153-63. p.169-171.
- 5 «Oblachnye arhitektury: razrabotka ustojchivyh i ekonomichnyh oblachnyh prilozhenij» Avrora Kamal', Tom Lashchevskij, Erik Far. Piter, 2022. ISBN 978-5-4461-1588-4. c.26.
- 6 Cloud Security and Privacy: An Enterprise Perspective on Risks and Compliance (Theory in Practice) 1st Edition. Tim Marther. ISBN-13: 978-0596802769, 2019, p. 56.
- 7 The Docker Book: Containerization is the new virtualization Kindle Edition by James Turnbull, James Turnbull; 18092nd edition (July 12, 2014), p.332.
- 8 «On the Effectiveness of XML Schema Validation for Countering XML Signature Wrapping Attacks» M. Jensen, C. Meyer, J. Somorovsky, and J. Schwenk. September 2017.
- 9 «Security Issues in Cloud Computing and Countermeasures» D. Jamil and H. Zaki, International Journal of Engineering Science and Technology, Vol. 3. April 2016.
- 10 AdnaanArbaaz Ahmed, Dr. M.I. ThariqHussan, advanced Research in Computer Engineering and Technology Volume 7, Issue 4, April 2018.

11 Journal of Network and Computer Applications. 2016. Available from: <https://dx.doi.org/10.1016/j.jnca.2016.08.016> (23.05.2022).

12 Andrey Saltan, Kari Smolander, Bridging the state-of-the-art and the state-of-the-practice of SaaS pricing: A multivocal literature review, Information and Software Technology, Volume 133, 2021, 106510, ISSN 0950-5849, <https://doi.org/10.1016/j.infsof.2021.106510>. (<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S095058492100001X>, 11.06.2022)

13 Arwa Mohamed, Mosab Hamdan, Suleman Khan, Ahmed Abdelaziz, Sharief F. Babiker, Muhammad Imran, M.N. Marsono, Software-defined networks for resource allocation in cloud computing: A survey, Computer Networks, Volume 195, 2021, 108151, ISSN 1389-1286, <https://doi.org/10.1016/j.comnet.2021.108151>.

(<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1389128621002152>, 11.06.2022)

**Г. Т. ДЖУСУПБЕКОВА<sup>1</sup>, А. Д. САПАРБАЕВ<sup>2</sup>, А. Т. МАКУЛОВА<sup>3</sup>,  
Ж. Д. ИЗТАЕВ<sup>1</sup>, Г. К. ОРДАБАЕВА<sup>2</sup>**

<sup>1</sup>Южно-Казахстанский университет им.М.Ауезова, г. Шымкент

<sup>2</sup>Казахский национальный университет имени аль-Фараби, г.Алматы

<sup>3</sup>Университет Нархоз, г.Алматы

## **АКТУАЛЬНОСТЬ И ПЕРСПЕКТИВЫ РАЗВИТИЯ СИТУАЦИИ ОПТИМИЗАЦИИ ОБЛАЧНЫХ СЕРВИСОВ**

*В настоящее время облачные системы являются многофункциональными помощниками в жизни человека. Тенденции развития облачных систем и крупных дата-центров свидетельствуют о скором переходе в новую эру информационных технологий. Информация станет еще доступнее, а ее поиск и обработка станет еще быстрее и удобнее.*

*Сравнение различных облачных систем, их преимуществ и недостатков наглядно продемонстрировало стремление IT-компаний совершенствовать свою продукцию и быть конкурентоспособными.*

*Таким образом, исходя из вышеизложенного, можно сделать вывод, что облачные системы и облачные вычисления следует рассматривать как новый подход, дающий мощный толчок для дальнейшего развития информационных технологий и вычислительных наук.*

*В статье рассматривается оптимизация пользовательского состава и уровня безопасности ресурсов облачных сервисов путем мониторинга с помощью современных облачных ресурсов.*

*В качестве сферы применения можно использовать возможности организации, IT-компаний, нуждающихся в сети Интернет, для совершенствования своих продуктов и оптимизации уровня безопасности предоставляемых облачных сервисов, знания уязвимостей и принятия мер к ним.*

*Поскольку Цифровой Казахстан ставит перед собой цель в совершенстве использовать облачные сервисы через сеть Интернет, поэтому мы уверены, что помощь в проделанной оптимизационной работе будет необходима каждому пользователю.*

*Ключевые слова: облачные сервисы, состав ресурсов облачных сервисов, оптимизация, SaaS, PaaS, IaaS.*

**G. T. DZHUSUPBEKOVA<sup>1</sup>, A. D. SAPARBAYEV<sup>2</sup>, A. T. MAKULOVA<sup>3</sup>,  
ZH. D. IZTAYEV<sup>1</sup>, G. K. ORDABAEVA<sup>2</sup>**

<sup>1</sup>South Kazakhstan University named after M. Auezov, Shymkent

<sup>2</sup>Al-Farabi Kazakh National University, Almaty

<sup>3</sup>Narxoz University, Almaty

## **RELEVANCE AND PROSPECTS FOR THE DEVELOPMENT OF THE SITUATION OF OPTIMIZATION OF CLOUD SERVICES**

*Currently, cloud systems are multifunctional assistants in human life. Trends in the development of cloud systems and large data centers indicate an imminent transition to a new era of information technology. Information will become even more accessible, and its search and processing will become even faster and more convenient.*

*The comparison of various cloud systems, their advantages and disadvantages clearly demonstrated the desire of IT companies to improve their products and be competitive.*

*Thus, based on the above, it can be concluded that cloud systems and cloud computing should be considered as a new approach that provides a powerful impetus for the further development of information technology and computing sciences.*

*The article discusses the optimization of the user composition and security level of cloud services resources by monitoring using modern cloud resources.*

*As a field of application, you can use the capabilities of an organization, IT companies that need the Internet, to improve their products and optimize the security level of the provided cloud services, knowledge of vulnerabilities and take action on them.*

*Since Digital Kazakhstan sets itself the goal of perfectly using cloud services via the Internet, we are confident that every user will need help in the optimization work done.*

**Keywords:** cloud services, resource composition of cloud services, optimization, SaaS, PaaS, IaaS.



**G. Z. ZIYATBEKOVA<sup>1,2</sup>\*, L. S. KOPBOSYN<sup>2</sup>, A. K. SAMBETBAYEVA<sup>2</sup>,  
ZH. DUISENBEKKYZY<sup>2</sup>, E. B. MURATOV<sup>2</sup>, A. D. BURGEGULOV<sup>2</sup>**

<sup>1</sup>*RSE Institute of Information and Computational Technologies MSHE RK CS,  
Almaty, Kazakhstan,*

<sup>2</sup>*Al-Farabi Kazakh National University, Almaty, Kazakhstan*

## **PREDICTING ABIOTIC FACTORS TO DEVELOP A SMART OFFICE SYSTEM**

*The article deals with the prediction of abiotic factors for the Smart Office system. Scientific research in the field of forecasting is given. This article discusses the technology for installing an energy-saving system and its operating principles. Methods of building and managing smart systems are used. Also describes the increase in comfort, thanks to the Smart Office technology. User-friendly interface is used. Affects functions such as: optimization of lighting, heating, protection and control of the house remotely, using mobile devices and special key fobs. Mainly considered the system of automation of business structures depending on the scale. All currently available methods were suggested, which are key factors in the optimization of all business processes. And also considered options for modeling and system development, taking into account all the current problems of automation of smart systems. The importance of the scientific topic affects the high potential for the development of smart home systems and the lack of uniform standards for devices included in these systems. The hardware-software complex under development can be used both in ordinary homes, offices and production facilities. The system is scalable, allowing it to be used for almost any purpose. The article deals with the creation of an autonomous microprocessor-based climate data transmission system. In this paper, we developed a microprocessor-based climate measurement system designed to measure relative humidity and air temperature. The measuring system of climatic parameters is designed to collect measuring information, its further processing, storage and display in a form convenient for the operator's perception.*

**Keywords:** *smart office, smart systems, smart switch, automated home, controller, microprocessor system, temperature and humidity sensor, Raspberry microcomputer, Arduino UNO platform.*

**Introduction.** “Smart office” – control system in the office, apartment or building. Automated system integrated into engineering tools with intelligent multimedia complex and information systems to create an effective and efficient workflow of the company and specialists. This is relevant to companies in different fields, making optimal use of all resources and achieving modern comfort in everyday work. It includes sensors, control elements and actuators. Technology is advancing so rapidly these days that it consequently affects the office environment and operations. That's why the Smart Office is becoming popular in terms of energy-saving systems and automation. So, let's delve into this modern system and understand why office and business owners should apply such automation processes to their business [1-2].

The main task of the system is to ensure comfort, safety, and energy savings. The relevance of the topic of research due to the high potential for the development of smart home systems and the lack of uniform standards for devices included in these systems.

---

\* E-mail корреспондирующего автора: [ziyatbekova@mail.ru](mailto:ziyatbekova@mail.ru)

**Experimental.** The hardware-software complex under development can be used both in ordinary homes, offices and production facilities. The system is scalable, allowing it to be used for almost any purpose.

**Results and Discussion.** One of the effective methods of forecasting is the method of group accounting of arguments (MGAA). The MGAA is based on the principle of multi-row selection of self-organization models, and the MGAA algorithms reproduce the scheme of mass selection. The MGAA algorithms synthesize and select the terms of the generalized Kolmogorov-Gabor polynomial in a special way. This synthesis and selection is performed with increasing complexity, and one cannot predict in advance what the final form of the generalized polynomial will be. First, we usually consider simple pairwise combinations of initial features, from which the equations of decisive functions are composed, as a rule, no higher than the second order. Each equation is analyzed as an independent solving function, and the values of the parameters of the composed equations are found one way or another by the training production. Then some of the best functions are selected from the resulting set of solvers. Verification of the quality of individual solving functions is carried out on the control sample. The selected partial solver functions are further considered as intermediate variables serving as initial arguments for a similar synthesis of new solver functions, etc. The process of such hierarchical synthesis continues until an extremum of the quality criterion of the solver function is reached, which in practice manifests itself in the deterioration of this quality in attempts to further increase the order of the polynomial terms relative to the initial features [3].

MGAA algorithms based on the principles of self-organization allow to synthesize different filters: smoothing or predicting, algebraic or differential, linear or by full power polynomial. The accuracy of the latter is the highest, usually the error on the verification sequence is on the order of 1% [4].

Due to the development of neural networks and the expansion of their applications, they have found wide application in predicting various dynamic processes [5-7].

The above approaches are included in the software of many statistical data processing packages have been developed in the form of application software packages or procedure libraries [8].

**Overview of control sensors.** Temperature and humidity sensors can be used to automate control of these parameters. The following is an overview of the types of sensors [9].

Any type of temperature sensors that are used for automatic control work based on the principle of converting the measured temperature value into an electrical physical quantity. This principle is related to some of the advantages of electrical measurements: 1) the reception and transmission of electrical quantities over distances is easily accomplished at high speed; 2) universality of electrical quantities (any physical quantities can be converted to electrical quantities and vice versa); 3) their precise conversion into a digital code, which allows to achieve high accuracy, sensitivity and speed of measuring instruments [10-12].

Temperature sensors can be used wherever parameters that characterize the system under study depend in some way on temperature factors. Due to the development of microelectronics and nanoelectronics, the following types of temperature sensors exist: thermocouples and thermistors, as well as thermoresistive sensors, which have a linear dependence of the output signal, along with these and semiconductor sensors, which have a digital output.

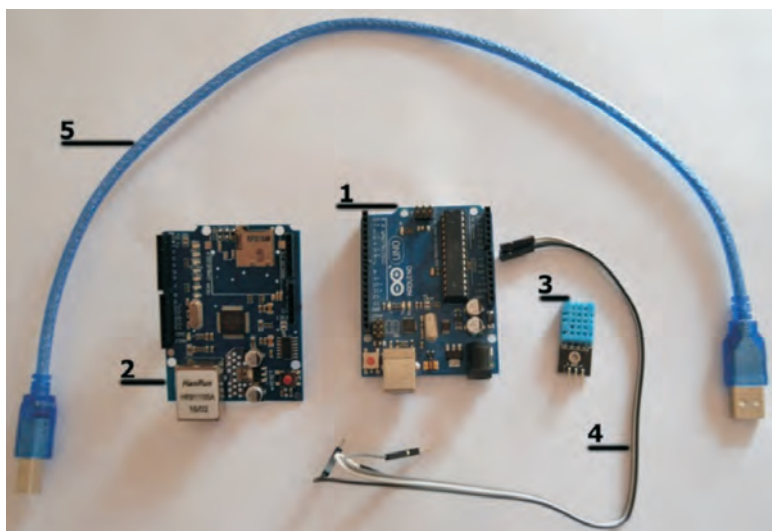
**Autonomous microprocessor data transmission system.** Modern opportunities for the development of various sensors [13] and the cheapening of microprocessors have also opened a wide opportunity for the introduction of hardware and software for monitoring climatic parameters. In particular, it has found wide application in applied tasks of relatively cheap Arduino controller, which has a large base of developed sensors and means of their communication with the computer on [14-18].

To create an autonomous microprocessor-based climate data transmission system, we used a Raspberry Pi 3 B+ single-board microcomputer. Power is provided by a solar panel.

The system includes a set of necessary sensors and software. The measurement modules are connected to the computer via a USB adapter. The software presents the measurement results in tabular and graphical form, and allows you to view and print the accumulated database archive of measurements for any period of time. It is possible to view data from sensors both on other computers in the local network and via the Internet.

Figure 1 shows the elements of the block for obtaining climate data and transferring them to the Raspberry microcomputer. The specified block is implemented on the basis of the Arduino controller, the characteristics of which are given in Table 1.1.

Arduino UNO is a device based on the ATmega328 microcontroller. It includes everything you need for easy microcontroller operation: 14 digital I/Os (6 of which can be used as PWM outputs), 6 analog inputs, a 16 MHz crystal pickup, a USB connector, a power connector, an on-chip programming socket (ICSP) and a reset button. To start using the device, simply power it up with an AC/DC adapter or a battery, or connect it to a computer via a USB cable.



**Figure 1** – Temperature and humidity sensor: 1– Arduino UNO; 2 –Ethernet Shield W5100; 3 – DHT11 Temperature and humidity sensor; 4 - 3 wires to connect the DHT11 sensor to the Arduino; 5 - USB cable for Arduino

**Table 1.1** – Characteristics of Arduino UNO

Microcontroller	ATmega328
Operating voltage	5В
Supply voltage (recommended)	7-12В
Supply voltage (limit)	6-20В
Digital inputs/outputs	14 (of which 6 can be used as PWM outputs)
Analog inputs	6
Максимальный ток одного вывода	40 мА
Maximum output current output 3.3V	50 мА
Flash memory	32 KB (ATmega328), of which 0.5 KB are used by the loader
SRAM	2 KB (ATmega328)
EEPROM	1 KB (ATmega328)
Clock frequency	16 MHz

The Ethernet Shield is an expansion card that is installed on top of the Arduino itself. It allows you to act as a network device and communicate over a wired network with similar devices, with ordinary computers, printers, services on the Internet and other network resources. This is the latest version of the board: Ethernet Shield Rev3, it is fully compatible with Arduino Mega 2560, unlike its predecessor and a number of unofficial clones.

The board is based on the Wiznet W5100 chip, which supports both TCP and UDP protocols. Up to four connections can be open at the same time.

The board has a standard 8P8C ethernet port for networking with twisted-pair patch cord and a set of pins for connecting to the Arduino. The Ethernet Shield and Arduino use pins 4 and 10 through 13 to communicate with each other, so their use for other purposes in the presence of the expansion card is not possible. All other pins are connected directly to the base board, so they are essentially «extensions».

The «Ethernet» library from the standard distribution is used to program the network communication. In addition, sample programs are also built into the Arduino IDE.

The board has a slot for a micro-SD flash card, which can be used to store resources distributed over the network. The sdfatlib library can be used to interact with the SD card.

The following indicators are built into the board:

- PWR lights up when power is applied;
- LINK lights up if the network is available. Flashing when receiving and transmitting data;
- FULLD is lit when a duplex connection is established. That is, simultaneous reception and transmission is possible;
- 100M illuminates if the connection is at 100 Mbps (not 10 Mbps);
- RX blinks when receiving data;
- TX blinks when transmitting data;
- COLL flashes when there is a collision in the network. That is, when in half-duplex mode two devices try to transmit a packet at the same time;

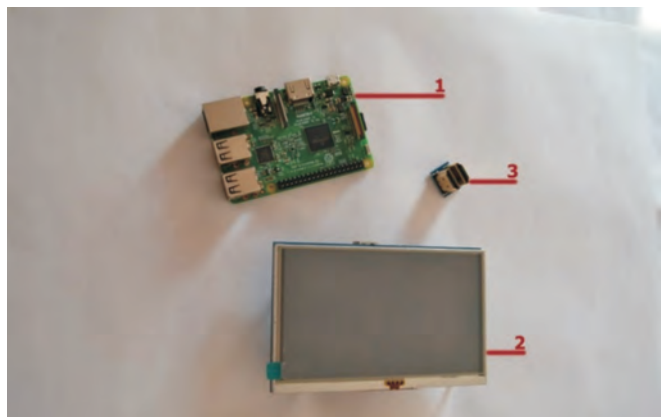
there is also a reset button connected to the base board so that when pressed it resets both devices.

The sensor consists of two parts - a capacitive **temperature sensor** and a hygrometer. The first is used to measure temperature, the second to measure air **humidity**. The chip inside can perform analog-to-digital conversions and produce a digital signal which is read out by a microcontroller.

OH DHT11 is a small sensor in a small plastic case. At the sensor output there is a digital signal, and two parameters at once and temperature and humidity. The point of communicating with an Arduino controller is:

- The microcontroller asks for a reading and changes the signal from 0 to 1.
- The sensor sees the request and responds by changing the bit signal from 0 to 1.
- Then the sensor gives out a data packet of 5 bytes (40 bits), whereby in the first two bytes temperature, in the third and fourth humidity. The fifth byte is a checksum to exclude measurement errors.

Figure 2 shows a view of the RaspberryPi microcomputer and the display.



**Figure 2** – Raspberry Pi: 1 – Raspberry Pi 3 B+; 2 – 5inch HDMI LCD; 3 – HDMI Connector

The Raspberry Pi is a single-board computer the size of a bank card, which means that the different parts of the computer, which are usually on separate boards, are presented here on one. The Raspberry Pi runs mostly on operating systems based on the Linux kernel. It is also possible to install Windows 10 IOT.

5inch HDMI LCD is a five-inch LCD display with a resistive touch panel designed for use with the Raspberry Pi minicomputer. The display module has 800x480 resolution and connects directly to the Raspberry Pi with the included compact HDMI connector. The exception is the very first Raspberry Pi model B, which cannot be connected with a compact HDMI connector and requires a standard HDMI cable.

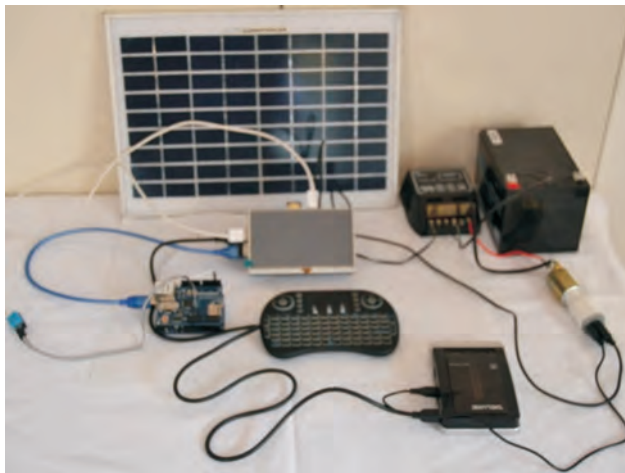
The 5inch HDMI LCD display module is connected to the Raspberry Pi expansion slot, and the I/O pins are not used for image transfer. However, the SPI interface is required to communicate with the touch panel controller and the corresponding I/O pins are used. Battery-powered solutions have the ability to control backlighting to reduce power consumption.

Figure 3 shows the components of the autonomous power supply unit.



**Figure 3** – Standalone power supply unit: 1 – rechargeable battery (MHB); 2 – solar panel; 3 – charge controller for the solar panel; 4 – car charger providing 5V current

On the basis of the above-mentioned blocks an autonomous microprocessor data transmission system is assembled (Figure 4).



**Figure 4** – Autonomous microprocessor data transmission system

The computing center of the system is the Arduino UNO platform, and the Ethernet Shield is used to communicate with the network. Using the Raspberry Pi, the sketch is sent to the Arduino UNO, which sends temperature and humidity data to the web browser via the Ethernet Shield. The Raspberry Pi uses a rechargeable battery for autonomous power, which is charged via solar energy. In addition, the figure shows a USB hub with external power supply and a wireless mini keyboard. Figure 5 shows the connection diagram of the sensor, their characteristics are shown in the table.



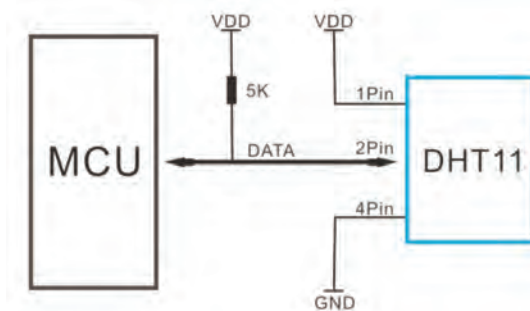


Figure 5 – Diagram for connecting the sensor to the Arduino

Table 1.2 – Characteristics of the elements of the Arduino connection scheme

MCU	Microcontroller or single board computer	Arduino / Raspberry Pi etc.
DHT11	Temperature and humidity sensor	Pins 1Pin, 2Pin and 4Pin are involved in the circuit, one of the sensor pins - 3rd pin 3Pin - is not connected to anything.
DATA	Data bus network	If the length of the connecting cable from the sensor to the microcontroller does not exceed 20 meters, then it is recommended to pull this bus to the power supply with a 5.1 kOhm resistor; if more than 20 meters - then another suitable rating (smaller).
VDD	Sensor power supply	Voltages from ~3.0 to ~5.5 volts DC are acceptable; if a ~3.3 volt supply is used, it is advisable to use a supply wire no longer than 20 cm.

Figure 6 shows the operation of the stand-alone microprocessor data transmission system.



Figure 6 – Receiving temperature and humidity data on the screen

For Arduino operation with DHT11 and DHT22 sensors there is a ready-made library (DHT).

The sketch for receiving data from the temperature and humidity sensor DHT11 and outputting the received data to the serial port is given in listing 1.

Listing 1.

```
#include "DHT.h"
#define DHTPIN 2 // номер пина, к которому подсоединен датчик
// Иницируем датчик
DHT dht(DHTPIN, DHT11);
void setup()
{
  Serial.begin(9600);
  dht.begin();
  Serial.println("DHTxx test!");
}
void loop()
{
  delay(2000);
  // Задержка 2 секунды между измерениями
  float h = dht.readHumidity();
  //Считываем влажность
  float t = dht.readTemperature();
  // Считываем температуру
  if (isnan(t) || isnan(h)) {
    Serial.println("Failed to read from DHT");
  } else {
    Serial.print("Humidity: ");
    Serial.print(h);
    Serial.print(" %\t");
    Serial.print("Temperature: ");
    Serial.print(t);
    Serial.println(" *C");
  }
}
```

Then the specified sketch is loaded into the Arduino board and the port monitor opens to view the received data (Figure 7).

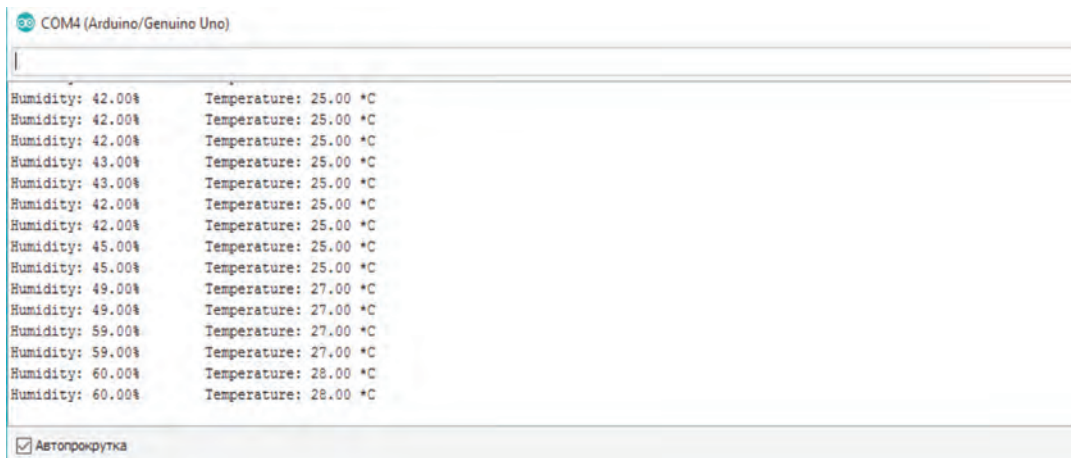


Figure 7 – Port monitoring in Arduino

The Ethernet Shield connects the Arduino to the server using the Internet or a Wi-Fi router. Currently using a Wi-Fi router to transmit information from the sensors. The sketch for receiving data from the temperature and humidity sensor DHT11 and displaying the received data in a web browser is given in listing 2.

Listing 2.

```
#include <DHT.h>

#define DHTPIN 3
#define DHTTYPE DHT11
DHT dht(DHTPIN, DHTTYPE);

#include <SPI.h>
#include <Ethernet.h>

byte mac[] = { 0xDE, 0xAD, 0xBE, 0xEF, 0xFE, 0xED };
IPAddress ip(192,168,0,20);

EthernetServer server(80);

void setup()
{
  dht.begin();

  Serial.begin(9600);
  Serial.println("DHT11 test!");

  Ethernet.begin(mac, ip);
  server.begin();
  Serial.print("server is at ");
  Serial.println(Ethernet.localIP());
}

void loop()
{
  int t = dht.readTemperature(); // reading the sensor on pin 3
  int h = dht.readHumidity();

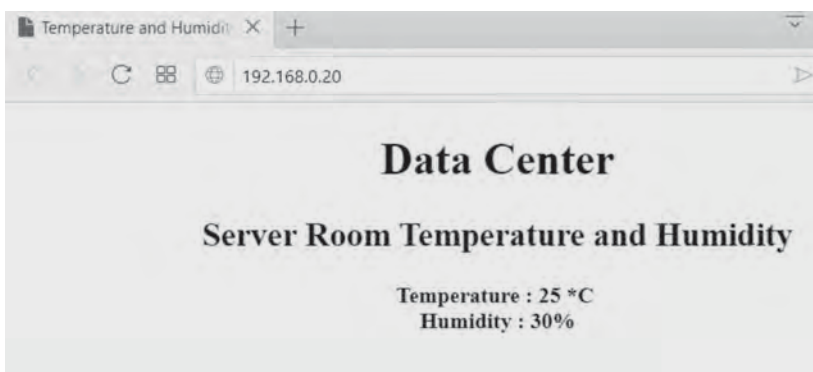
  EthernetClient client = server.available();
  if (client) {
    Serial.println("newclient"); // The http request ends with an empty string
    boolean currentLineIsBlank = true;
    while (client.connected()) {
      if (client.available()) {
        char c = client.read();
```

```
Serial.write(c);
// if you have reached the end of the line (received a newline character),
// and the line is empty, the http-request is over,
// then you can send a reply
if (c == '\n' && currentLineIsBlank) {
// send a standard http response header
client.println("HTTP/1.1 200 OK");
client.println("Content-Type: text/html");
client.println("Connection: close");
client.println();
client.println("<!DOCTYPE HTML>");
client.println("<html>");
// add a meta refresh tag so that the browser refreshes every 5 seconds:
client.println("<meta http-equiv='refresh' content='5'>");
client.println("<title>");
client.print("Temperature and Humidity");
client.println("</title>");
// DHT11 temperature and humidity results output
client.println("<center>");
client.println("<h1>");
client.print("Data Center");
client.println("</h1>");
client.println("<h2>");
client.print("Server Room Temperature and Humidity");
client.println("</h2>");
client.println("<h4>");
client.print("Temperature : ");
client.print(t);
client.print("<sup>0</sup>");
client.print("C");
client.println("<br />");
client.print("Humidity : ");
client.print(h);
client.print("%");
client.println("</h4>");
client.println("</center>");

client.println("</html>");
break;
}
if (c == '\n') {
currentLineIsBlank = true;
}
else if (c != '\r') {
```

```
currentLineIsBlank = false;
}
}
} // allow time for the web browser to retrieve data
delay(1);
// close the connection:
client.stop();
Serial.println("client disconnected");
}
}
```

The data from the temperature and humidity sensor can be viewed on the web browser of the computer (figure 8) and any device connected to the internet network to which the Arduino is connected by writing 192.168.0.20 in the browser line.



*Figure 8* – Displaying temperature and humidity data on the RaspberryPi web browser

**Conclusions.** This paper analyzes the capabilities of a prototype “smart office” system. Partial use of resources is convenient for reducing the cost of office maintenance. Smart Office can even be controlled via smartphone, as long as the device is connected to the local network. In this paper, an autonomous microcomputer system for climate data transfer is developed, a general characteristic and the task of abiotic factors forecasting is given. A program was developed for the regression model to predict the value of the output parameter in real time, by eliminating the recalculation of data from the beginning of the count and the lack of the need to turn the matrices. Based on the solution of the model problem, the effectiveness of the developed program is shown. The results of this work are the basis for the research and implementation of a comprehensive solution to the problem of expert evaluation of climate data.

#### ЛИТЕРАТУРА

1 Г.З. Зиятбекова, А.Т. Мазакова, А.Д. Бургегулов, Е.Б. Муратов. Разработка энергосберегающей системы «Умный офис» и его принципы работы // Вестник КазУТБ. – Астана, 2022. – № 1(14). – С. 13-18.

- 2 Е.А. Тесля. «Умный дом» своими руками. Строим интеллектуальную цифровую систему в своей квартире / Тесля Е.А. – СПб., 2008. – 224 с. (in Russ)
- 3 К. Эсбенсен. Анализ многомерных данных. – Черноголовка: ИПХФ РАН, 2005. – 140 с. (in Russ)
- 4 В.И. Иваненко, В.А. Лабковский. Проблема неопределенности в задачах принятия решений. – Киев: Наукова Думка, 1990. – 132 с. (in Russ)
- 5 Т. Рашид. Создаем нейронную сеть. – СПб.: ООО «Альфа-книга», 2018. – 272 с. (in Russ)
- 6 Р. Каллан. Нейронные сети. Краткий справочник – М.: ООО «И.Д.Вильямс», 2017. – 288 с. (in Russ)
- 7 С.В. Аксенов, В.Б. Новосельцев. Организация и использование нейронных сетей (методы и технологии). – Томск: Изд-во НТЛ, 2006. – 128 с. (in Russ)
- 8 Бизнес-моделирование и анализ данных. Решение актуальных задач с помощью Microsoft Excel. – СПб.: Питер Пресс, 2018. – 864 с. (in Russ)
- 9 К.Е. Климентьев. Системы реального времени. – Самара: Самар.гос. аэрокосм. ун-т, 2008. – 45 с. (in Russ)
- 10 А.Ф. Котюк. Датчики в современных измерениях. – М.: «Радио и связь», 2006. – 96 с. (in Russ)
- 11 Дж. Фрайден. Современные датчики. – М.: «Техносфера», 2005. – 592 с. (in Russ)
- 12 А.Ф. Алейников, В.А. Гридчин, М.П. Цапенко. Датчики (перспективные направления развития). – Новосибирск: НГТУ, 2001. – 176 с. (in Russ)
- 13 Ч. Платт. Электроника: логические микросхемы, усилители и датчики для начинающих. – СПб.: БХВ-Петербург, 2015. – 448 с. (in Eng)
- 14 Т. Карвинен, К. Карвинен, В. Валтокар. Делаем сенсоры: проекты сенсорных устройств на базе Arduino и Raspberry Pi. – М.: ООО «И.Д.Вильямс», 2017. – 432 с. (in Russ)
- 15 В.А. Петин. Arduino и Raspberry Pi в проектах Internet of Things. – СПб.: БХВ-Петербург, 2017. – 320 с. (in Russ)
- 16 В.А. Петин. Проекты с использованием контроллера Arduino. - СПб.: БХВ-Петербург, 2016. – 464 с. (in Russ)
- 17 Т. Иго. Arduino. Датчики и сети для связи устройств. – СПб.: БХВ-Петербург, 2015. – 544 с. (in Eng)
- 18 Дж. Бокселл. Изучаем Arduino. 65 проектов своими руками. – СПб.: Питер, 2017. – 400 с. (in Eng)

## REFERENCES

- 1 G.Z. Ziyatbekova, A.T. Mazakova, A.D. Burgegulov, E.B. Muratov. Razrabotka energosberegayushchej sistemy «Umnyj ofis» i ego principy raboty // Vestnik KazUTB. – Astana, 2022. – № 1(14). – S. 13-18. 52 Vestnik Nacional'noj inzhenernoj akademii Respubliki Kazahstan. 2022. № 1 (87)
- 2 Е.А. Тесля. «Umnyj dom» svoimi rukami. Stroim intellektual'nyu cifrovuyu sistemu v svoej kvartire / Teslya E.A. – SPb., 2008. – 224 s. (in Russ)
- 3 K. Esbensen. Analiz mnogomernyh dannyh. – Chernogolovka: IPHF RAN, 2005. – 140 s. (in Russ)
- 4 V.I. Ivanenko, V.A. Labkovskij. Problema neopredelennosti v zadachah prinyatiya reshenij. – Kiev: Naukova Dumka, 1990. – 132 s. (in Russ)
- 5 T. Rashid. Sozdaem nejronnyu set'. – SPb.: ООО «Al'fa-kniga», 2018. – 272 s. (in Russ)
- 6 R. Kallan. Nejronnye seti. Kratkij spravochnik – M.: ООО «I.D.Vil'yams», 2017. – 288 s. (in Russ)



- 7 S.V. Aksenov, V.B. Novosel'cev. Organizaciya i ispol'zovanie nejronnyh setej (metody i tekhnologii). – Tomsk: Izd-vo NTL, 2006. – 128 s. (in Russ)
- 8 Biznes-modelirovanie i analiz dannyh. Reshenie aktual'nyh zadach s pomoshch'yu Microsoft Excel. – SPb.: Piter Press, 2018. – 864 s. (in Russ)
- 9 K.E. Kliment'ev. Sistemy real'nogo vremeni. – Samara: Samar.gos. aerokosm. un-t, 2008. – 45 s. (in Russ)
- 10 A.F. Kotyuk. Datchiki v sovremennyh izmereniyah. – M.: «Radio i svyaz'», 2006. – 96 s. (in Russ)
- 11 Dzh. Frajden. Sovremennye datchiki. – M.: «Tekhnosfera», 2005. – 592 s. (in Russ)
- 12 A.F. Alejnikov, V.A. Gridchin, M.P. Capenko. Datchiki (perspektivnye napravleniya razvitiya). – Novosibirsk: NGTU, 2001. – 176 s. (in Russ)
- 13 CH. Platt. Elektronika: logicheskie mikroskhem, usiliteli i datchiki dlya nachinayushchih. – SPb.: BHV-Peterburg, 2015. – 448 s. (in Eng)
- 14 T. Karvinen, K. Karvinen, V. Valtokari. Delaem sensory: proekty sensoryh ustrojstv na baze Arduino i Raspberry Pi. – M.: OOO «I.D.Vil'yams», 2017. – 432 s. (in Russ)
- 15 V.A. Petin. Arduino i Raspberry Pi v proektah Internet of Things. – SPb.: BHV-Peterburg, 2017. – 320 s. (in Russ)
- 16 V.A. Petin. Proekty s ispol'zovaniem kontrollera Arduino. – SPb.: BHV-Peterburg, 2016. – 464 s. (in Russ)
- 17 T. Igo. Arduino. Datchiki i seti dlya svyazi ustrojstv. – SPb.: BHV-Peterburg, 2015. – 544 s. (in Eng)
- 18 Dzh. Boksell. Izuchaem Arduino. 65 proektov svoimi rukami. – SPb.: Piter, 2017. – 400 s. (in Eng)

**Г. З. ЗИЯТБЕКОВА<sup>1,2</sup>, Л. С. КОПБОСЫН<sup>2</sup>, А. К. САМБЕТБАЕВА<sup>2</sup>,  
Ж. ДҮЙСЕНБЕКҚЫЗЫ<sup>2</sup>, Е. Б. МУРАТОВ<sup>2</sup>, А. Д. БУРГЕГУЛОВ<sup>2</sup>**

<sup>1</sup>Қазақстан Республикасы ғылым және жоғары білім министрлігі Ақпараттық және есептеуіш технологиялар институты, Алматы, Қазақстан  
<sup>2</sup>Әл-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университеті, Алматы, Қазақстан

### **«АҚЫЛДЫ КЕҢСЕ» ЖҮЙЕСІН ДАМУҒА ҮШІН АБИОТИКАЛЫҚ ФАКТОРЛАРДЫ БОЛЖАУ**

Мақала «Ақылды кеңсе» жүйесі үшін абиотикалық факторларды болжауға арналған. Мұнда болжау саласындағы ғылыми зерттеулер де келтірілген. Бұл мақалада энергия үнемдеу жүйесін орнату технологиясы және оның жұмыс істеу принциптері қарастырылады. Жұмыста smart жүйелерді құру және басқару әдістері қолданылды. Сондай-ақ, «Ақылды кеңсе» технологиясының арқасында жайлылықтың артуы сипатталған әрі пайдаланушыға ыңғайлы интерфейс қолданылды. Осы жүйеде келесі функциялардың қолданылатынын атап айтуға болады: жарықтандыруды оңтайландыру, жылыту, үйді қашиқтан қорғау және басқару, мобильді құрылғылар мен арнайы кілттердің көмегімен басқару. Негізінен ауқымына байланысты бизнес-құрылымдарды автоматтандыру жүйесі қарастырылады. Бұл жұмыста қазіргі уақыттағы барлық бизнес-процестерді оңтайландырудың негізгі факторлары болып табылатын барлық қол жетімді әдістер ұсынылды. Сондай-ақ, ақылды жүйелерді автоматтандырудың барлық өзекті мәселелерін ескере отырып, жүйені модельдеу және әзірлеу нұсқалары да қарастырылған. Ғылыми тақырыптың маңыздылығы ақылды үй жүйелерін дамытудың жоғары әлеуетіне және

осы жүйелерге енгізілген құрылғылардың бірыңғай стандарттарының болмауына әсер етеді. Әзірленіп жатқан бағдарламалық-аппараттық кешенді қарапайым үйлерде, кеңселерде де, өндірісте де қолдануға болады. Қарастырылып отырған жүйе масштабталады, бұл оны кез-келген мақсатта пайдалануға мүмкіндік береді. Мақалада климаттық деректерді берудің автономды микропроцессорлық жүйесін құру басты назарда қарастырылады. Бұл жұмыста салыстырмалы ылғалдылық пен ауа температурасын өлшеуге арналған климаттық параметрлерді өлшеудің микропроцессорлық жүйесі жасалды. Климаттық параметрлерді өлшеу жүйесі өлшеу ақпаратын жинауға, оны әрі қарай өңдеуге, сақтауға және оператордың қабылдауына ыңғайлы түрде көрсетуге арналған.

**Түйін сөздер:** ақылды кеңсе, смарт жүйелер, смарт қосқыш, автоматтандырылған тұрғын үй, контроллер, микропроцессорлық жүйе, температура мен ылғалдылық сенсоры, Raspberry микрокомпьютері, Arduino UNO платформасы.

**Г. З. ЗИЯТБЕКОВА<sup>1,2</sup>, Л. С. КОПБОСЫН<sup>2</sup>, А. К. САМБЕТБАЕВА<sup>2</sup>,  
Ж. ДҮЙСЕНБЕКҚЫЗЫ<sup>2</sup>, Е. Б. МУРАТОВ<sup>2</sup>, А. Д. БУРГЕГУЛОВ<sup>2</sup>**

<sup>1</sup>Институт информационных и вычислительных технологий КН МНВО РК,  
Алматы, Казахстан

<sup>2</sup>Казахский национальный университет имени аль-Фараби, Алматы, Казахстан

## **ПРОГНОЗИРОВАНИЕ АБИОТИЧЕСКИХ ФАКТОРОВ ДЛЯ РАЗРАБОТКИ СИСТЕМЫ «УМНЫЙ ОФИС»**

Статья посвящена прогнозированию абиотических факторов для системы «Умный офис». Приведены научные исследования в области прогнозирования. В данной статье рассматривается технология установки энергосберегающей системы и его принципы работы. Используются методы построения и управления смарт-систем. Также описывается повышение комфортности, благодаря технологии «Умный офис». Использован удобный интерфейс для пользователя. Запрашиваются такие функции, как оптимизация освещенности, отопления, защита и управление домом дистанционно, при помощи мобильных устройств и специальных брелков. Главным образом, рассматривается система автоматизации бизнес-структур в зависимости от масштаба. Были предложены все доступные методы на данный момент, которые являются ключевыми факторами в оптимизации всех бизнес-процессов. А также рассмотрены варианты моделирования и разработки системы, учитывая все актуальные проблемы автоматизации умных систем. Важность научной темы влияет на высокий потенциал развития систем умного дома и на отсутствие единых стандартов устройств, включенных в эти системы. Разрабатываемый программно-аппаратный комплекс может быть применён как в обычных домах, офисах, так и на производстве. Система является масштабируемой, что позволяет использовать её практически для любых целей. В статье рассматривается создание автономной микропроцессорной системы передачи климатических данных. В данной работе разработана микропроцессорная система измерения климатических параметров, предназначенная для измерения относительной влажности и температуры воздуха. Система измерения климатических параметров предназначена для сбора измерительной информации, дальнейшей ее обработки, хранения и отображения в форме удобной для восприятия оператором.

**Ключевые слова:** умный офис, смарт-системы, интеллектуальный выключатель, автоматизированное жилище, контроллер, микропроцессорная система, датчик температуры и влажности, микрокомпьютер Raspberry, платформа Arduino UNO.

**Е. Г. КЛЮЕВА**

*Карагандинский технический университет,  
Караганда, Казахстан  
E-mail: e.klyueva@kstu.kz*

## **РАЗРАБОТКА ПРИЛОЖЕНИЯ ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ОПТИМАЛЬНОЙ ФОРМЫ РАЗБИЕНИЯ ЭЛЕМЕНТОВ МАТРИЦ БОЛЬШОЙ РАЗМЕРНОСТИ ДЛЯ УМНОЖЕНИЯ НА ТРЕХ ГЕТЕРОГЕННЫХ ПРОЦЕССОРАХ**

*В статье представлены результаты разработки web-приложения для определения оптимальной формы разбиения элементов больших матриц между тремя абстрактными гетерогенными процессорами при их перемножении. Также представлены пять классов алгоритмов параллельного умножения матриц: последовательная коммуникация с барьером (Serial Communication with Barrier; SCB), параллельная коммуникация с барьером (Parallel Communication with Barrier; PCB), последовательная коммуникация с перекрытием (Serial Communication with Bulk Overlap; SCO), параллельная коммуникация с перекрытием (Parallel Communication with Bulk Overlap; PCO), параллельное перекрытие с чередованием (Parallel Interleaving Overlap; PIO). Для определения коммуникационной сложности рассматриваемых алгоритмов была использована модель Хокни. В исследовании используются шесть непрямоугольных форм разбиения элементов (Square Corner, Rectangle Corner, Square Rectangle, Block Rectangle, L-Rectangle, Traditional 1D Rectangular), выявленных в исследовании Эшли Дэ Флюмьер [1] в ходе применения технологии «push» для перераспределения элементов матрицы между процессорами. Для определения оптимальности формы при определенных технических условиях используются математические модели, описанные в работах [2, 3]. Для реализации web-приложения были выбраны языки программирования Python и JavaScript, менеджер пакетов pip и технология Ajax. Решение проблемы оптимального разбиения элементов матрицы между процессорами позволит эффективно распределять вычислительные ресурсы для решения прикладных задач в различных научных областях, использующих умножение матриц большой размерности.*

**Ключевые слова:** модель Хокни, умножение матриц, параллельное программирование, разбиение данных, гетерогенные вычислительные системы, web-приложение.

**Введение.** Современные научные и прикладные области исследований решают задачи, использующие большие массивы данных. Для эффективности вычислений используются параллельные вычислительные системы различной сложности и комплектации. С начала 1990-х годов существует необходимость формирования сравнительной характеристики метрик суперкомпьютеров. Для реализации данной задачи был создан список Top500 [4], представляющий собой проект для описания и сравнения 500 наиболее мощных и общественно значимых вычислительных систем в мире. Список обновляется каждые шесть месяцев, что позволяет ему содержать актуальный перечень самых быстрых суперкомпьютеров. Анализ списка за последние несколько лет показывает все нарастающую тенденцию использования в вычислительных структурах гетерогенных компонентов, в числе которых многоядерные и графические процессоры (GPU).

Матричные операции линейной алгебры находят широкое применение в разнообразных научных исследованиях, в том числе в области параллельного программирования.

вания и высокопроизводительных вычислений. Умножение матриц является одной из наиболее важных операций над матрицами. Оно широко используется в таких областях, как теория сетей, решение линейных систем уравнений, преобразование систем координат, моделирование популяций и многих других.

Разбиение данных является важным аспектом для решения задач линейной алгебры. Оно заключается в определении способа распределения элементов матрицы между доступными вычислительными элементами. Разбиение данных позволяет оптимизировать такие показатели, как время выполнения задачи и энергоэффективность.

**Методы и материалы исследования.** Целью разбиения данных является оптимальное распределение вычислительной нагрузки между доступными процессорами для умножения матриц.

Рассматриваются гетерогенные вычислительные системы, в которых гетерогенность или неоднородность в вычислениях проявляется тремя способами:

- различные значения вычислительной мощности систем;
- различные значения пропускной способности систем;
- комбинация обоих факторов.

В рамках данной работы были сделаны следующие допущения:

– изучаются большие квадратные матрицы размером  $N$  элементов, где матрицы  $A$  и  $B$  являются исходными, а матрица  $C$  – результирующей;

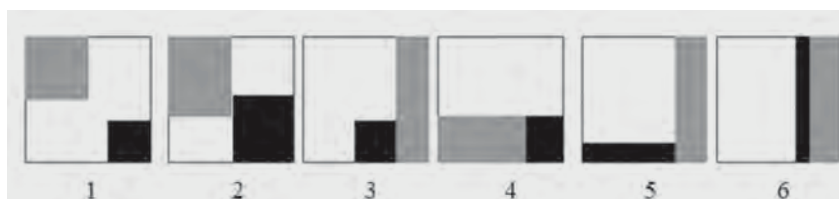
– для выполнения умножения применяются три абстрактных процессора  $P$ ,  $R$  и  $S$  с различными вычислительными мощностями, определенными отношением  $P_r : R_r : S_r$ , где  $P$  – самый мощный процессор, а  $S_r = 1$ . Общая вычислительная мощность системы равна  $T = P_r + R_r + S_r$ . Каждый абстрактный процессор может быть представлен при проведении эксперимента группой процессоров или кластеров, т.к. в данном случае прогнозируемая производительность соответствует экспериментальной [5, 6];

– распределение элементов между процессорами осуществляется в соответствии с их мощностями;

– процессоры соединены полносвязной топологией, где  $\beta_1$  – латентность среды передачи между процессорами  $P$  и  $S$ ,  $\beta_2$  – между процессорами  $P$  и  $R$ ,  $\beta_3$  – между процессорами  $S$  и  $R$  соответственно;

– в исследовании анализируются шесть потенциальных форм разбиения элементов, представленных на рисунке 1: (Square Corner (SC), Rectangle Corner (RC), Square Rectangle (SR), Block Rectangle (BR), L-Rectangle (LR), Traditional 1D Rectangular (TR)) [1];

– математические модели коммуникационной трудоемкости рассматриваемых алгоритмов построены на основе модели Хокни.



**Рисунок 1** – Формы-кандидаты:

- 1) Square Corner; 2) Rectangle Corner; 3) Square Rectangle;
- 4) Block Rectangle; 5) L-Rectangle; 6) Traditional 1D Rectangular

При перемножении матриц на нескольких процессорах могут быть использованы алгоритмы следующих классов:

- последовательная коммуникация с барьером (Serial Communication with Barrier, SCB);
- параллельная коммуникация с барьером (Parallel Communication with Barrier, PCB);
- последовательная коммуникация с перекрытием (Serial Communication with Bulk Overlap, SCO);
- параллельная коммуникация с перекрытием (Parallel Communication with Bulk Overlap, PCO);
- параллельное перекрытие с чередованием (Parallel Interleaving Overlap, PIO) [1].

Оптимальность форм-кандидатов оценивалась для каждого из пяти классов алгоритмов.

Первые два алгоритма SCB и PCB базируются на идее массовой коммуникации с барьером, при которой все данные отправляются процессорами до начала вычислений (рисунок 2).

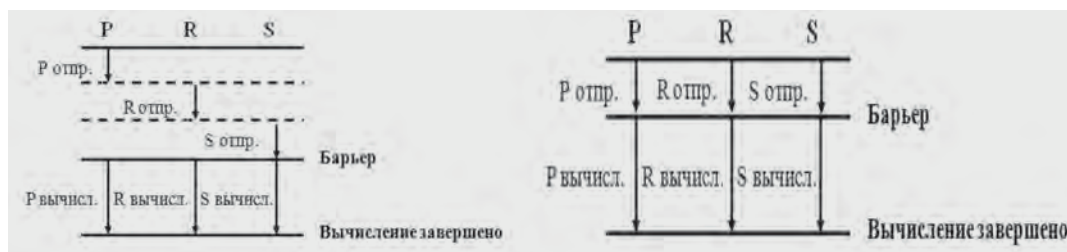


Рисунок 2 – Алгоритмы SCB и PCB

Алгоритмы SCO и PCO предусматривают одновременное выполнение коммуникации и вычислений с целью минимизации затрачиваемого времени (рисунок 3). Алгоритм PIO предполагает, что на каждом шаге часть данных отправляется соответствующим процессором всем остальным вычислительной системы процессорам, которым требуются текущие элементы, в то время как параллельно происходит вычисление результирующей матрицы с использованием данных, которые уже были отправлены. Рассмотренные алгоритмы подробно описаны в работе [1].

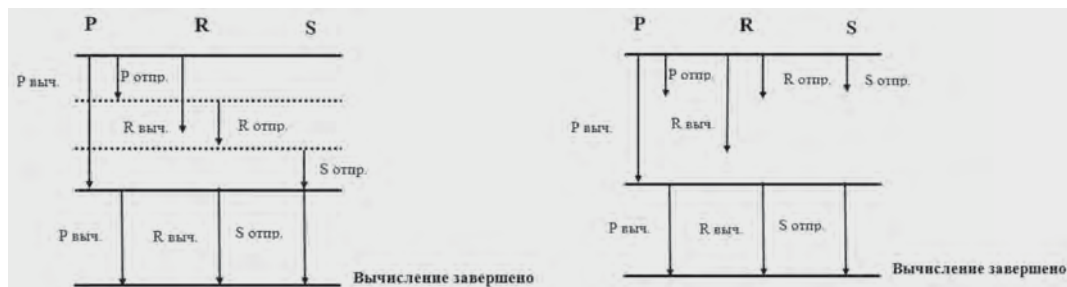


Рисунок 3 – Алгоритмы SCO и PCO

Для определения оптимальности форм для каждого из алгоритмов параллельного умножения матриц при разработке web-приложения были использованы математические модели, описанные в работах [2, 3].



Для реализации web-приложения были приняты следующие решения:

- в качестве языка программирования для написания web-приложения был выбран язык Python;
- в качестве фреймворка использован фреймворк Django, обладающий высокой функциональностью и большим набором готовых решений, способствующих упрощению процесса написания кода;
- для установки фреймворка Django и необходимых библиотек Python был использован менеджер пакетов pip;
- шаблоны, необходимые для отображения страниц web-приложения, представляют собой html-страницы с использованием стилей языка программирования и разметки CSS;
- для разработки функциональности web-приложения на стороне клиента был выбран язык программирования JavaScript;
- для загрузки данных на странице без ее обновления была выбрана технология Ajax;
- для осуществления контроля версий была выбрана система Git.

**Результаты и их обсуждение.** Функциональность разработанного приложения включает в себя:

- расчет времени вычисления параллельного умножения матриц большой размерности на основе математических моделей для алгоритмов SCB, PCB, SCO, PCO, PIO в соответствии с введенными исходными параметрами вычислительной системы;
- отображение интерактивных графиков времени выполнения для каждого алгоритма по формам разбиения элементов матрицы SC, BR, SR, LR и RC.

Структура разработанного web-приложения приведена на UML-диаграмме классов, изображенной на рисунке 4.

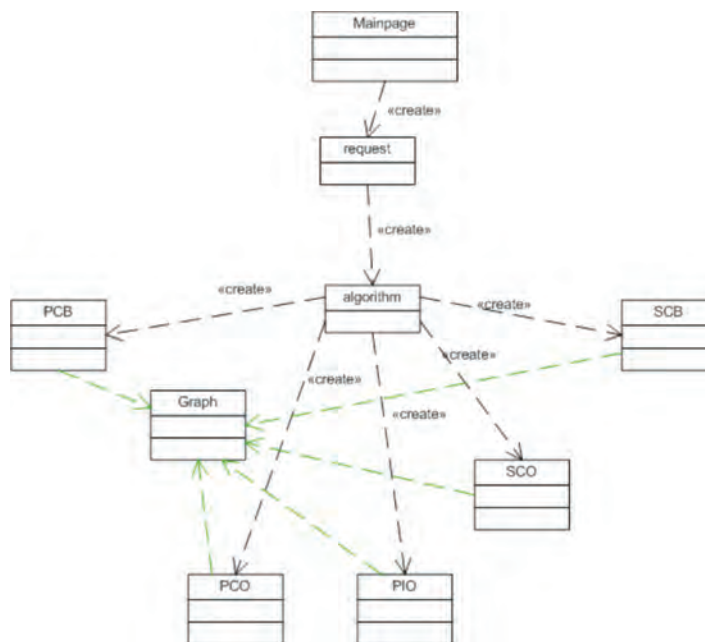


Рисунок 4 – UML-диаграмма классов web-приложения «Heterogeneous Computing»



Web-приложение представляет собой одностраничный сайт. Для отображения графиков применяется функция Ajax, которая подгружает данные на веб-странице.

Пользователю предоставляется возможность ввода следующих переменных:

- P – вычислительная мощность процессора P;
- R – вычислительная мощность процессора R;
- $\beta_1$  – отношение пропускных способностей между процессорами  $\beta_1/\beta_3$ ;
- $\beta_2$  – отношение пропускных способностей между процессорами  $\beta_2/\beta_3$ ;
- $S_p$  – количество операций, выполняемых процессором P в секунду;
- N – размерность матрицы.

Начальный вид главной страницы web-приложения показан на рисунке 5. Кнопки SCB, PCB, PCO, SCO, PIO предназначены для получения расчетов по соответствующему алгоритму.

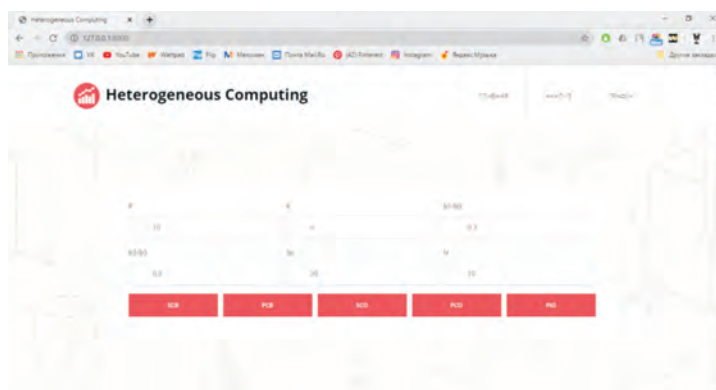


Рисунок 5 – Вид главной страницы web-приложения

Ниже начинается новый блок web-страницы, он является динамичным и изменяется в соответствии с введенными пользователем параметрами благодаря функции Ajax. Заголовок блока представляет собой название выбранного алгоритма. В левой части экрана отображается график и слайдеры для изменения значений параметров P и R. Таким образом, изменяя положение слайдера, можно наглядно увидеть зависимость расположения плоскостей на графике от значений P и R. В правой части экрана приведены расчеты для текущего алгоритма и каждой из пяти форм разбиения. Внизу приведена оптимальная форма разбиения для данного алгоритма и показано ее схематическое изображение.

Соответствующий алгоритмам SCB, PCB, SCO, PCO, PIO анализ для исходных параметров  $P = 10$ ,  $R = 4$ ,  $\beta_1/\beta_3 = 0,3$ ,  $\beta_2/\beta_3 = 0,9$  приведен на рисунках 6 – 8.

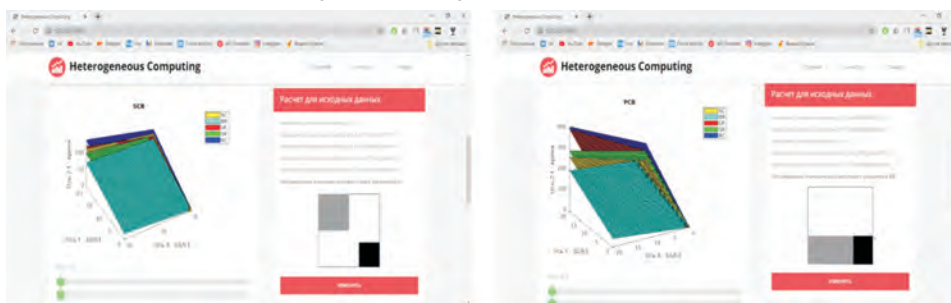


Рисунок 6 – Анализ для алгоритмов SCB и PCB



Рисунок 7 – Анализ для алгоритма SCO и PCO

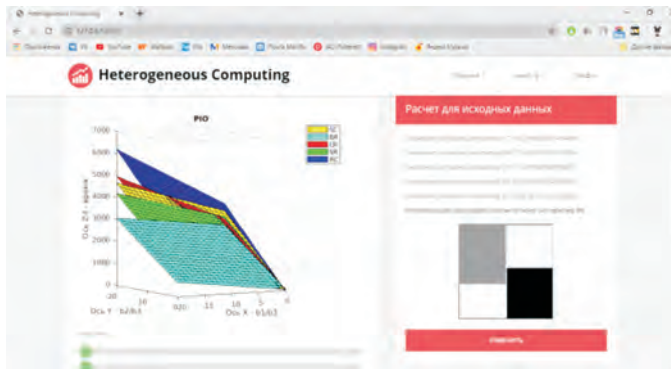


Рисунок 8 – Анализ для алгоритма PIO

В следующем блоке размещен трехмерный график для каждого из классов алгоритмов. Он является динамическим и позволяет рассмотреть плоскости с разных ракурсов, сохранить результаты в формате png, просмотреть соответствующие значения параметров. Данный блок показан на рисунке 9.

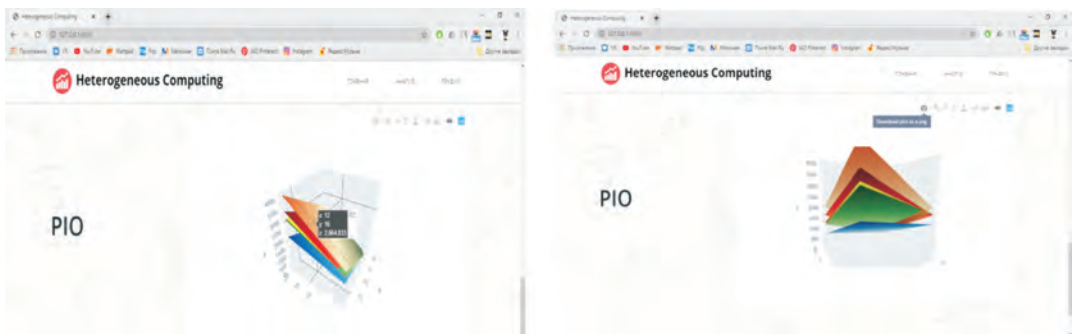


Рисунок 9 – Трехмерный график для алгоритма PIO

В ходе исследования при помощи разработанного web-приложения был проведен анализ различных входных значений. Полученные данные подтвердили выводы, сделанные в работе [3]. Формы разбиения BR, LR, SC и SR являются оптимальными

для алгоритма последовательной коммуникации с барьером (SCB). Форма разбиения элементов LR оптимальна при  $\beta_1/\beta_3 < 1$ , если мощности процессоров P и R приблизительно равны и значительно больше, чем у процессора S. Форма разбиения SR оптимальна при малых значениях соотношений  $\beta_1/\beta_3$ ,  $\beta_2/\beta_3$  и мощностях процессоров P и R, значительно больших чем у S. Формы BR и SC оптимальны в остальных случаях, при этом выбор зависит от конкретных значений исходных параметров.

Для алгоритма параллельной коммуникации с барьером (PCB) также оптимальными могут являться только формы BR, LR, SC и SR. LR оптимальна только при коэффициентах  $\beta_1/\beta_3 = 0,1$ ,  $\beta_2/\beta_3 < 1$  и примерно равных мощностях процессоров P и R, значительно больших S. SR оптимальна при соотношении  $\beta_1/\beta_3 \leq 2$  и мощностях процессоров P и R больших, чем у процессора S. В других случаях оптимальными формами выступают BR и SC.

Алгоритм последовательной коммуникации с наложением (SCO) дает наилучшие показатели времени выполнения для форм BR, LR, SC и SR. Формы SR и SC оптимальны при значительно большей мощности процессора P по сравнению с процессорами R и S. Для формы SR это утверждение верно только при  $\beta_1/\beta_3 \geq 2$ . Форма LR может являться оптимальной при  $\beta_1/\beta_3 < 1$  и мощности процессора P приблизительно равной процессору R, но значительно превышающей мощность процессора S. Форма BR оптимальна при всех остальных исходных условиях.

Для алгоритма параллельной коммуникации с наложением (PCO) оптимальными также являются формы BR, LR, SC и SR. Форма LR оптимальна только при  $\beta_1/\beta_3 < 0,6$ ,  $\beta_2/\beta_3 \leq 1$  и приблизительно равных вычислительных мощностях процессоров P и R. При значениях коэффициента  $\beta_1/\beta_3 \leq 2$  и мощностях процессоров P и R значительно больших, чем у процессора S, оптимальна форма SR. Форма SC оптимальна при мощности процессора P, которая значительно превышает мощность процессоров R и S и значения  $\beta_1/\beta_3$ ,  $\beta_2/\beta_3 \geq 1$ . Форма BR оптимальна для других случаев.

Следовательно, как и при использовании трехпроцессорных систем с одинаковой пропускной способностью между процессорами [1], традиционные прямоугольные формы разбиения и формы разбиения «прямоугольный угол» (SC) являются оптимальными для любого набора параметров.

Наиболее оптимальной формой разбиения данных между тремя гетерогенными процессорами, объединенными полносвязной топологией, всегда будет являться одна из следующих форм: Square Rectangle, Square Corner, Block Rectangle. Кроме того, Square Corner является оптимальной формой для гетерогенных систем с одним быстрым процессором и двумя медленными; Square Rectangle – для гетерогенных систем с двумя быстрыми процессорами и одним относительно медленным; Block Rectangle – для гетерогенных систем с быстрым, средним и медленным процессором, а также для однородных систем. Форма L-Rectangle может являться оптимальной при мощности процессоров P и R значительно больших, чем у процессора S, и приблизительно равных друг другу при  $\beta_1/\beta_3 < 1$  для алгоритма SCB и  $\beta_1/\beta_3 = 0,1$  для алгоритма PCB. Таким образом, для решения задачи в данном случае достаточно двух процессоров.

**Заключение.** Web-приложение, разработанное в рамках проведенного исследования, является применимым в широком диапазоне областей знаний, таких как тео-

рия сетей, моделирование физических систем, искусственный интеллект и машинное обучение, транспортные системы.

На основе данных о текущих параметрах вычислительной системы может быть выбран класс алгоритма и оптимальная форма разбиения элементов матрицы между тремя гетерогенными процессорами, объединенными полностью связной топологией, которые позволят добиться наилучших показателей времени выполнения алгоритма.

## ЛИТЕРАТУРА

1 DeFlumere, A. // Optimal Partitioning for Parallel Matrix Computation on a Small Number of Abstract Heterogeneous Processors, – 2014. – С. 30-37.

2 Ключева Е.Г., Адамов А.А., Оспанова А.Е., Сницарь Л.Р., Кулбаева Л.Н. Исследование оптимальной формы разбиения данных для умножения матриц на трех гетерогенных процессорах с полностью связной топологией и различными пропускными способностями // Современные наукоемкие технологии. – 2019. – № 2 – С. 83-88.

3 Determination of the optimal shape of matrix elements partitioning on three abstract heterogeneous processors / Y. G. Klyuyeva, V. V. Yavorskij, Adamov [и др.]. – Текст : непосредственный // Cogent Engineering . – 2020. – № 7:1. – С. 1-13.

4 June 2021. – Текст : электронный // Top500 The List : [сайт]. – URL: <https://www.top500.org/> (дата обращения: 30.08.2021).

5 DeFlumere A. Optimal Partitioning for Parallel Matrix Computation on a Small Number of Abstract Heterogeneous Processors. PhD thesis, University College Dublin. 2014. – С. 161.

6 Zhong Z., Rychkov V., Lastovetsky A. Data partitioning on heterogeneous multicore platforms. Cluster Computing (CLUSTER), 2011 IEEE International Conference, IEEE. 2011. – С. 580–584.

## REFERENCES

1 DeFlumere, A. // Optimal Partitioning for Parallel Matrix Computation on a Small Number of Abstract Heterogeneous Processors, – 2014. – S. 30-37.

2 Klyueva E.G., Adamov A.A., Ospanova A.E., Snicar' L.R., Kulbaeva L.N. Issledovanie optimal'noj formy razbieniya dannyh dlya umnozheniya matric na trekh geterogennyh processorah s polnosvyaznoj topologiej i razlichnymi propusknymi sposobnostyami // Sovremennyye naukoemkie tekhnologii. – 2019. – № 2 – S. 83-88.

3 Determination of the optimal shape of matrix elements partitioning on three abstract heterogeneous processors / Y. G. Klyuyeva, V. V. Yavorskij, Adamov [i dr.]. – Текст : neposredstvennyj // Cogent Engineering . – 2020. – № 7:1. — S. 1-13.

4 June 2021. – Текст : elektronnyj // Top500 The List : [sajt]. – URL: <https://www.top500.org/> (data obrashcheniya: 30.08.2021).

5 DeFlumere A. Optimal Partitioning for Parallel Matrix Computation on a Small Number of Abstract Heterogeneous Processors. PhD thesis, University College Dublin. 2014. – S. 161.

6 Zhong Z., Rychkov V., Lastovetsky A. Data partitioning on heterogeneous multicore platforms. Cluster Computing (CLUSTER), 2011 IEEE International Conference, IEEE. 2011. – S. 580–584.

**Е. Г. КЛЮЕВА**

*Қарағанды техникалық университеті,  
Қарағанды, Қазақстан*

### **ҮШ ГЕТЕРОГЕНДІ ПРОЦЕССОРҒА АРТТЫРУ ҮШІН ҮЛКЕН ӨЛШЕМДІ МАТРИЦА ЭЛЕМЕНТТЕРІН БӨЛУДІҢ ОҢТАЙЛЫ ФОРМАСЫН ТАБУҒА АРНАЛҒАН ҚОСЫМШАНЫ ӘЗІРЛЕУ**

Мақалада матрица элементтерінің үш дерексіз гетерогенді процессорлары арасында оларды көбейту үшін бөлудің оңтайлы формасын анықтауға веб-қосымшаны әзірлеу нәтижелері келтірілген. Мақалада матрицаны параллель көбейту алгоритмдерінің бес класы берілген: тосқауылмен тізбектей байланыс (*Serial Communication with Barrier, SCB*), тосқауылмен параллель байланыс (*Parallel Communication with Barrier, PCB*), қабаттасумен тізбектей байланыс (*Serial Communication with Bulk Overlap, SCO*), қабаттасумен параллель байланыс (*Parallel Communication with Bulk Overlap, PCO*), кезектесумен параллельді қабаттасу (*Parallel Interleaving Overlap, PIO*). Қарастырылып отырған алгоритмдердің коммуникациялық күрделілігін анықтау үшін Хокни моделі қолданылды. Зерттеуде Эшли де Флюмиердің матрица элементтерін процессорлар арасында қайта бөлу үшін «push» технологиясын қолдану барысында анықталған алты тікбұрышты емес элементтерді бөлу формаларын (*Square Corner, Rectangle Corner, Square Rectangle, Block Rectangle, L-Rectangle, Traditional 1D Rectangular*) қолданады [1]. Белгілі бір техникалық жағдайларда форманың оңтайлылығын анықтау үшін жұмыстарда сипатталған математикалық модельдер қолданылады [2, 3]. Веб-қосымшаны жүзеге асыру үшін Python және JavaScript бағдарламалау тілдері, PIP пакет менеджері және Ajax технологиясы таңдалды. Процессорлар арасындағы матрица элементтерін оңтайлы бөлу мәселесін шешу үлкен өлшемді матрицаларды көбейтуді қолдана отырып, әртүрлі ғылыми салаларда қолданбалы есептерді шешу үшін есептеу ресурстарын тиімді бөлуге мүмкіндік береді.

**Түйін сөздер:** *Хокни моделі, матрицаларды көбейту, параллель бағдарламалау, деректерді бөлу, гетерогенді параллель жүйелер, веб-қосымша.*

**YE. G. KLYUYEVA**

*Karaganda Technical University,  
Karaganda, Kazakhstan*

### **DEVELOPMENT OF THE APPLICATION FOR DETERMINATION OF THE OPTIMAL PARTITIONING FORM OF LARGE-DIMENSIONAL MATRIX'S ELEMENTS FOR MULTIPLICATION ON THREE HETEROGENEOUS PROCESSORS**

The article presents the results of the development of a web application for finding the optimal form of splitting matrix elements between three abstract heterogeneous processors when performing the operation of their multiplication. The paper considers five classes of parallel matrix multiplication algorithms: serial communication with a barrier, parallel communication with a barrier, serial communication with overlapping, parallel communication with overlapping, parallel overlapping with alternation. The Hockney model is used to estimate the communication complexity of the algorithms. The work uses six non-rectangular candidate partitioning shapes identified by Ashley DeFlumere in her work [1] as a result of applying the «push» technology of redistribution of matrix elements between the processors: Square

*Corner, Rectangle Corner, Square Rectangle, Block Rectangle, L-Rectangle, Traditional 1D Rectangular. Determination of the optimality of the form is made on the basis of mathematical models presented in the works [2,3]. The programming languages Python and JavaScript, the Django framework, the pip package manager, and Ajax technology were used to develop a web application. Solving the problem of determining the optimal matrix shape will allow for efficient planning of computing power resources for various scientific fields using parallel matrix multiplication.*

**Keywords:** *Hockney model, matrix multiplication, parallel computing, data partitioning, heterogeneous parallel systems, web-application.*



*А. А. МУХАНБЕТ\**, *М. Т. НАКИБАЕВА*, *Б. С. ДАРИБАЕВ*

*Казахский национальный университет имени аль-Фараби, Алматы, Казахстан*

*e-mail: mukhanbetaksultan0414@gmail.com, m.nakibaeva@gmail.com,*

*beimbet.daribayev@gmail.com*

## **РАЗРАБОТКА КВАНТОВОГО КАЛЬКУЛЯТОРА НА ПЛАТФОРМЕ IBM QUANTUM EXPERIENCE И ЕГО ПРИЛОЖЕНИЯ ДЛЯ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ДЕСЯТИЧНОЙ СИСТЕМЫ СЧИСЛЕНИЯ В ДВОИЧНУЮ**

*В этой статье демонстрируется квантовый калькулятор, экспериментально моделируя и выполняя основные арифметические операции, а именно – сложение, вычитание, умножение, деление на реальных квантовых устройствах с использованием платформы IBM Quantum Experience (IBM QE). Рассмотрены два алгоритма сложения, классическая версия, с помощью вентиль Тоффоли, и с использованием квантового преобразования Фурье (QFT). В частности, суммирование с QFT экономит память и время. Задача работы состоит в том, чтобы построить квантовую схему, выполняющую арифметические операции между двоичным представлением двух целых чисел. Затем мы предлагаем квантовый алгоритм для преобразования десятичного числа в двоичное. Этот метод также допускает массовое распараллеливание во время его выполнения. Функции сложения, вычитания, умножения и деления на основе QFT улучшены с некоторыми изменениями. Предлагаемые операции сравниваются с ближайшими операциями квантовой арифметики. Следовательно, мы можем реализовать практический квантовый калькулятор, выполняя операции на реальном квантовом компьютере. Схемы определены как разновидность квантового сумматора с использованием квантового преобразование Фурье, реализована в Qiskit и продемонстрирована на одном-двух экземплярах.*

***Ключевые слова:** квантовый компьютер, квантовые операции, квантовое преобразование Фурье, арифметические операции, qiskit.*

**Введение.** В последние годы наблюдается огромный прогресс в области квантовых вычислений. IBM через свою платформу IBM Q Experience предоставила доступ к реальным квантовым компьютерам и симулятору, который является отличным ресурсом в области экспериментов. С использованием этой платформы был проведен ряд экспериментов: тестирование существующих квантовых алгоритмов [1,2], моделирование модели Изинга [3], изучение динамики, далекой от равновесия [4], наблюдение парадокса Клейна [5], измерение топологической фазы [6], моделирование квантового туннелирования [7], квантовый искусственный интеллект [8], квантовое машинное обучение [9], разработка новых алгоритмов для сложных задач, решение квантовых игр, проектирование квантовых устройств [10], телепортация квантовых состояний и врат, распознавание квантовых состояний, квантовая информация, квантовая коррекция ошибок, и это лишь некоторые из них.

Калькулятор в первую очередь включает в себя четыре основных арифметических операции: сложение, вычитание, умножение и деление. Для реализации вышеуказанных операций были разработаны квантовые алгоритмы. Однако их реализация на квантовом компьютере или на квантовом симуляторе до настоящего времени не была

---

\* E-mail корреспондирующего автора: mukhanbetaksultan0414@gmail.com

выполнена. Здесь мы приводим краткий обзор существующих алгоритмов и имитируем схемы сложения, вычитания и умножения на симуляторе классической топологии IBM. Хотя классические компьютеры могут эффективно выполнять арифметические операции, необходимость в квантовом алгоритме возникает потому, что они необходимы для других алгоритмов, например, алгоритм Шора требует модульных арифметических операций [30].

**2. Создание калькулятора.** Прежде всего, реализуем операцию сложения так же, как это реализовано на классическом компьютере (конструкция полного сумматора) и с помощью вентиля Тоффоли. Далее мы обрисуем недостатки этих подходов и проанализируем преимущества использования вместо них квантового преобразования Фурье (QFT).

Затем мы продолжим отчет, реализуя, исходя из соображений, написанных о QFT, все другие операции, такие как вычитание, умножение и деление. Каждая операция будет протестирована как на автономном симуляторе Qiskit, так и на онлайн-симуляторе, предоставленном IBM.

**2.1 Сложение.** Мы начнем с перевода суммы двух чисел в квантовую схему. На самом деле существует много способов решить эту проблему, и мы покажем два из них. Первый называется «суммой Тоффоли», поскольку в нем используются вентили Тоффоли и CNOT. Это более простая схема, поскольку она имитирует хорошо известную классическую схему суммирования (сумматор с половинным сумматором и сумматор с переносом импульса).

Второй подход заключается в использовании квантового преобразования Фурье (QFT), которое преобразует между двумя базисами, вычислительным ( $Z$ ) базисом и базисом Фурье. Используя этот метод, мы подсчитываем различные вращения вокруг оси  $Z$ .

Прежде чем углубляться в сам код, важно понять основные принципы.

Сложение Тоффоли основано на классических схемах двоичной суммы: половинном сумматоре и сумматоре с переносом импульса (RCA).

Давайте сначала взглянем на схему полусумматора, которая показана на рисунке 1.

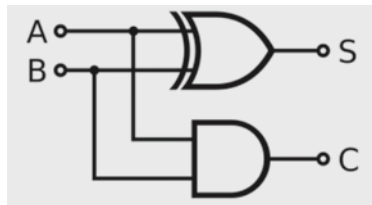


Рисунок 1 – Классическая схема полусумматора

Схема полусумматора выполняет суммирование двух входных битов  $A$  и  $B$  (где они могут быть 0 или 1), выводя сложение на выходе  $S$ .

Кроме того, он вычисляет бит переноса в выводе  $C$ . Бит переноса равен единице, когда  $A$  и  $B$  равны единице.

Однако схема не учитывает возможный бит переноса. Эта проблема решается в схеме полного сумматора.

Схема полусумматора состоит из элемента И и элемента XOR. Два входных сигнала передаются как на логический элемент XOR, который будет отвечать за вычисление частичной суммы, так и на логический элемент AND, который будет отвечать за вычисление переноса. Таблица истинности полусумматора показана на таблице 1.

**Таблица 1** – Таблица истинности полусумматора

ВВОД		ВЫВОД	
A	B	Сумма (S)	Перенос (Cout)
0	0	0	0
0	1	1	0
1	0	1	0
1	1	0	1

Из таблицы мы можем сделать вывод, что функция добавления может быть описана уравнениями (1)-(2):

$$S = A_i \otimes B_i \tag{1}$$

$$C_{out} = A_i \cdot B_i \tag{2}$$

Как упоминалось ранее, половинный сумматор не учитывает возможный переносной бит, что делает схему пригодной только для добавления двух одиночных битов. Чтобы рассмотреть бит переноса, мы должны построить схему, которая принимает 3 входа: A, B и Cin, где первые два – это биты для добавления, а последний – бит переноса, вычисленный предыдущей операцией. Эта схема называется полным сумматором.

Логическими выражениями для полного сумматора являются следующие:

$$S = (A_i \otimes B_i) \otimes Cin_i \tag{3}$$

$$C_{out} = (A_i \cdot B_i) + ((A_i \otimes B_i) \cdot Cin_i) \tag{4}$$

При добавлении битов мы используем больше одной пары. Для этого мы можем использовать сумматор с переносом пульсаций(RCA), т.е. множество полных сумматоров в каскаде.

**2.1.2 Добавление с квантовым преобразованием Фурье.** Прежде чем мы начнем обсуждать реализацию сложения с использованием квантового преобразования Фурье (QFT), мы представим математическую формулу и то, как можно реализовать схему, которая выполняет эту операцию. Как упоминалось ранее, QFT представляет собой квантовую реализацию дискретного преобразования Фурье по амплитудам волновой функции и преобразует вычислительный базис в базис Фурье. Давайте посмотрим пример с одним кубитом: мы знаем, что с одним кубитом у нас есть состояния ноль ( $|0\rangle$ ) и состояние один ( $|1\rangle$ ), так что есть два основных состояния. Для

двух кубитов у нас есть  $\{|00\rangle, |01\rangle, |10\rangle, |11\rangle\}$ , т.е.  $2^2$  возможных базовых состояний. Обобщая этот процесс, мы будем иметь с  $n$  кубитами  $2^n$  возможных состояний. Итак, для простоты давайте рассмотрим  $N = 2^n$  и  $|\tilde{x}\rangle = \text{QFT}|x\rangle$ , где  $\tilde{x}$  – упомянутый ранее базис Фурье, а  $x$  – наша вычислительная основа. Итак, у нас есть формула QFT:

$$\text{QFT}|x\rangle = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{y=0}^{N-1} e^{\frac{2\pi ixy}{N}} |y\rangle \quad (5)$$

в случае одного кубита мы имеем:

$$\begin{aligned} \text{QFT}|x\rangle &= \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{y=0}^{N-1} e^{\frac{2\pi ixy}{N}} |y\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \sum_{y=0}^{2-1} e^{\frac{2\pi ixy}{2}} |y\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \left[ e^{\frac{2\pi ix0}{2}} |0\rangle + e^{\frac{2\pi ix1}{2}} |1\rangle \right] \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}} [|0\rangle + e^{i\pi x} |1\rangle] = \frac{1}{\sqrt{2}} [|0\rangle + |1\rangle] = |+\rangle, \text{ когда } x = 0 \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}} [|0\rangle - |1\rangle] = |-\rangle, \text{ когда } x = 1 \end{aligned} \quad (6)$$

Теперь, если мы рассмотрим это состояние одного кубита  $|\psi\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle$  и рассчитаем QFT, как это делалось ранее, эта операция будет в точности результатом применения оператора Адамара (H) к кубиту:

$$H = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \quad (7)$$

QFT можем переписать, как:

$$\text{QFT}_N |x\rangle = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{y=0}^{N-1} \omega_N^{xy} |y\rangle = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{y=0}^{N-1} e^{2\pi ixy/2^n} |y\rangle, \text{ где } \omega_N^{xy} = e^{\frac{2\pi ixy}{2^n}} \text{ и } N = 2^n \quad (8)$$

перепишав в дробной двоичной записи  $y = y_1 \dots y_n$ ,  $\frac{y}{2^n} = \sum_{k=1}^n y_k / 2^k$ , получим:

$$\frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{y=0}^{N-1} e^{2\pi i \left( \sum_{k=1}^n y_k / 2^k \right) x} |y_1 \dots y_n\rangle = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{y=0}^{N-1} \prod_{k=1}^n e^{2\pi i y_k x / 2^k} |y_1 \dots y_n\rangle \quad (9)$$

после перестановки суммы и произведений и расширения

$$\begin{aligned} &\frac{1}{\sqrt{N}} \otimes_{k=1}^n \left( |0\rangle + e^{\frac{2\pi ix}{2^k}} |1\rangle \right) \sum_{y=0}^{N-1} = \sum_{y_1=0}^1 \sum_{y_2=0}^1 \dots \sum_{y_n=0}^1 \\ &= \frac{1}{\sqrt{N}} \left( |0\rangle + e^{\frac{2\pi ix}{2^1}} |1\rangle \right) \otimes \left( |0\rangle + e^{\frac{2\pi ix}{2^2}} |1\rangle \right) \otimes \dots \otimes \left( |0\rangle + e^{\frac{2\pi ix}{2^{n-1}}} |1\rangle \right) \end{aligned} \quad (10)$$

Для построения схемы QFT нам нужны следующие вентили:

- вентиль Адамара: вентиль Адамара применяется к конкретному кубиту  $x_k$ , поэтому  $x_k$  равно нулю или единице имеет два возможных результата, которые можно выразить в качестве  $H|x_k\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|0\rangle + e^{\frac{2\pi ix_k}{2}} |1\rangle) / \sqrt{2}$ .

• двухкубитное управляемое вращение  $CROT_k = \begin{bmatrix} I & 0 \\ 0 & UROT_k \end{bmatrix}$ , где  $UROT_k =$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \exp\left(\frac{2\pi i}{2^k}\right) \end{bmatrix}.$$

С учетом этих двух вентилях показана схема, реализующая 4-кубитную QFT.

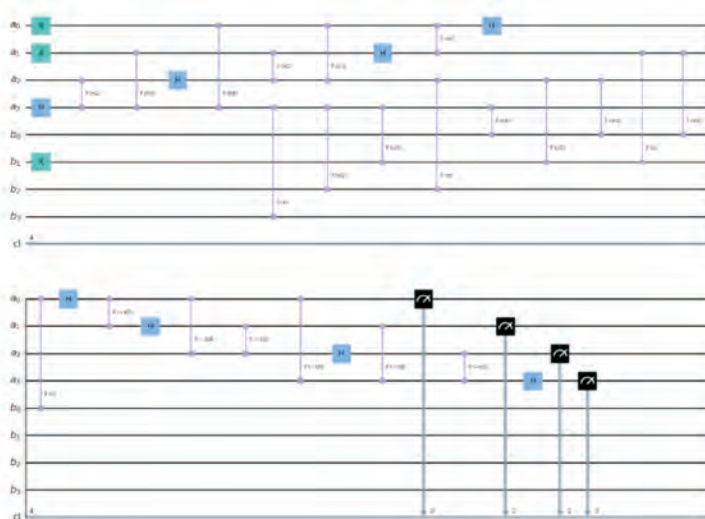


Рисунок 2 – Схема, реализующая 4-кубитную QFT

**2.2 Вычитание квантового преобразования Фурье.** Если мы подумаем о том, как происходит вычитание между двоичными числами, то в классических вычислениях мы знаем, что мы можем получить результат, используя «одно дополнение» сложения, т.е. инверсируем отрицательное число и добавим единицу, затем находим сумму полученного результата и первым исходным числом и, наконец, удаляем первую цифру суммы. Если у нас нет лишней цифры, мы пытаемся вычесть большее число из меньшего.

То есть, если мы приведем простой пример, у нас будет:

$$1101_2 - 0111_2 = 1101_2 + 1000_2 = 1101_2 + (1000_2 + 0001_2) = 1101_2 + 1001_2 = 10110_2 = \cancel{1}0110_2 = 0110_2$$

И снова использование QFT позволяет нам пропустить множество шагов и сохранить кубиты.

Алгоритм, которому мы следуем для вычитания, по существу идентичен алгоритму, использованному для сложения, но вместо выполнения положительных вращений в функции, преобразует предыдущее кодированное состояние  $|F(\psi(\text{reg}_a))\rangle$  первого числа в  $|F(\psi(\text{reg}_a + \text{reg}_b))\rangle$ , мы выполняем отрицательные вращения.



Рисунок 3 – QFT: схема вычитания 4-кубитов

**2.3 Умножение квантового преобразования Фурье.** Даже в десятичной системе счисления произведение между  $a$  и  $b$  может быть получено путем добавления первого множителя,  $a$ , столько раз, сколько указывает  $b$ .

Поскольку это свойство не зависит от системы счисления, мы используем его для умножения чисел в двоичном формате.

Давайте приведем пример, умножив  $6_{10} \cdot 3_{10}$ :

$$\begin{aligned} 6_{10} \cdot 3_{10} &= 0_{10} + 6_{10} = 6_{10} \\ &= 6_{10} + 6_{10} = 12_{10} \\ &= 12_{10} + 6_{10} = 18_{10} \end{aligned}$$

где  $18_{10}$  – это результат умножения.

Чтобы доказать, что это работает даже при использовании двоичных чисел, смотрите следующий пример:

$$\begin{aligned} 6_{10} \cdot 3_{10} &= 110_2 \cdot 011_2 \\ &= 0_2 + 110_2 = 110_2 \\ &= 110_2 + 110_2 = 1100_2 \\ &= 1100_2 + 110_2 = 10010_2 \end{aligned}$$

где  $10010_2$  – это  $18_{10}$  в десятичной системе счисления.

В начале умножения мы кодируем только  $a$  в кубитах, и поскольку значение  $b$  используется только для того, чтобы знать, сколько раз нам нужно повторить сложение  $a$ , мы решили не преобразовывать его в квантовый регистр, а сохранить как обычное целое число.



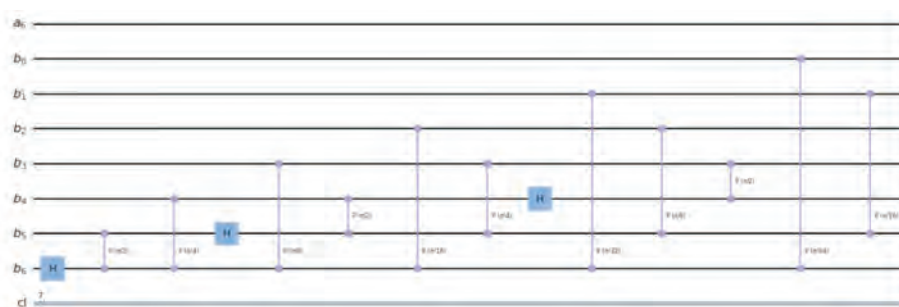


Рисунок 4 – Схема QFT умножения

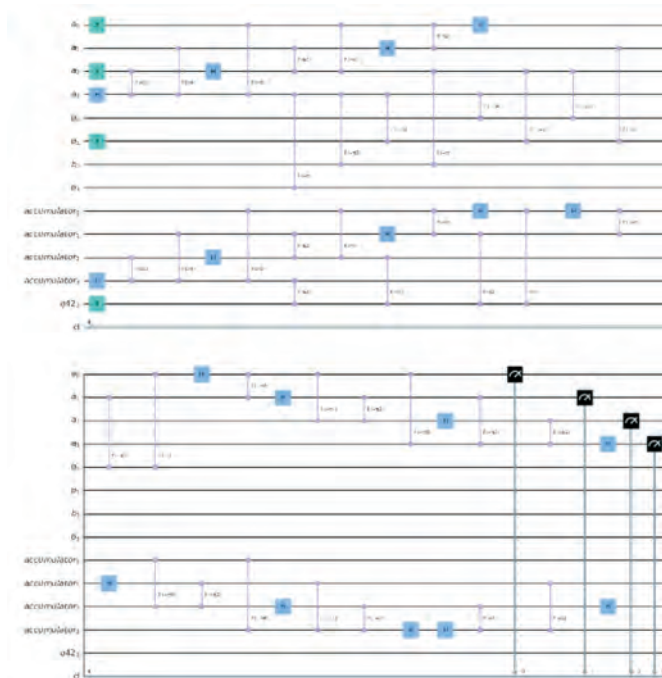
**2.4 QFT Деление.** Для реализации последней элементарной операции нам нужны два квантовых регистра для кодирования деления и делителя и дополнительный квантовый регистр для использования в качестве аккумулятора. Давайте посмотрим на процесс выполнения целочисленного деления в следующем примере. Предположим, мы хотим разделить число  $6_{10} = 110_2$  на  $2_{10} = 010_2$ , что мы собираемся сделать, это продолжать вычитать из делимого делитель до тех пор, пока вычитание, реализованное с помощью QFT, не приведет кубит в состояние, которое будет соответствовать числу (в двоичной системе счисления), большему, чем сам делимый. Например:

$$\begin{aligned}
 & accumulator = 0 \\
 6 - 2 &= 0110 - 0010 = 4 \text{ (0100) } accumulator + = 1 \\
 4 - 2 &= 0100 - 0010 = 2 \text{ (0010) } accumulator + = 1 \\
 2 - 2 &= 0010 - 0010 = 0 \text{ (0000) } accumulator + = 1 \\
 0 - 2 &= 1110 \quad accumulator + = 1
 \end{aligned}$$

На этом этапе мы выходим из цикла, и если мы проверим значение счетчика, оно будет равно 4, но мы вычли слишком много, поэтому мы вычитаем 1, чтобы получить 3, что является правильным результатом. Мы замечаем, что интуитивно то, что мы делаем – это итеративное вычитание до тех пор, пока вращения по оси Z в базе Фурье не приведут к неправильному результату, на самом деле, как мы можем видеть, если мы попытаемся вычесть 2 из 0, мы получим недостаточный поток, то есть с поворотом от  $0000_2$  мы переходим к  $1111_2$  и с другим поворотом приходим к  $1110_2$ .

Перед началом цикла while мы создаем кубит d и устанавливаем ему значение 1, которое будет использоваться в качестве константы для добавления в накопитель на каждой итерации. Более того, чтобы знать, когда выходить из цикла, мы проверяем первую наиболее значимую цифру результата вычитания между делением и делителем, потому что, если в начале первая цифра не была 1, она наверняка никогда не станет 1, поскольку мы выполняем вычитания. Чтобы быть уверенным в начале цикла, мы заставляем первую цифру быть равной 0. Отметим, что, учитывая принцип неопределенности Гейзенберга, мы не можем

знать значение состояния кубита, пока не измерим его. По этой причине, чтобы узнать значение вычитания между делимым и делителем, необходимо выполнять измерения на каждой итерации. Результаты измерения затем используются для извлечения первой наиболее значимой цифры, чтобы узнать, следует ли продолжать цикл.



**Рисунок 5** – Схема QFT деления

**3. Результаты.** После построения квантовой схемы был написан скрипт для проверки результатов. Сперва нужно выбрать операцию, которую мы хотим выполнить. Результат можно увидеть на 6 рисунке.

```

[92m#####-[0m
[92m##### Квантовый Настольный Калькулятор #####-[0m
[92m#####-[0m
[93m
Выберите один оператор [+ сложение, - вычитание, * умножение, / деление]: <-[0m*
    
```

**Рисунок 6** – Выбор арифметической операции

После выбора арифметической операции надо ввести первое и второе положительное целое число от 0 до 2047. Введенные числа преобразовываются в двоичную систему и выполняется арифметическая операция. Для вычисления используется qasm\_simulator. Результат умножения можно увидеть на 7 рисунке.

```

Выберите один оператор [+ сложение, - вычитание, * умножение, / деление]: +[0m*
+[93mВведите первое положительное целое число от 0 до 2047:
+[0m5
+[93mВведите второе положительное целое число от 0 до 2047:
+[0m4

+[96m#####
#####+[0m
+[1m+[96mВы хотите выполнить следующую операцию:+[0m
+[1m+[96m5 * 4 --> 000101 * 100 = ...+[0m
+[1m+[96mПодключение к локальному симулятору...+[0m
+[1m+[96mПодключить!+[0m
+[1m+[96mЗапуск эксперимента на 100 выстрелы...+[0m
+[1m+[92m
000101 * 100 = 0010100 with a probability of 100%+[0m
+[96m#####
#####+[0m

```

Рисунок 7 – Результат квантового умножения

В результате можно увидеть умножение двух чисел. Это  $101_2 * 100_2 = 10100_2$ . Если перевести это десятичную систему, то результат будет  $5_{10} * 4_{10} = 20_{10}$ .

```

Выберите один оператор [+ сложение, - вычитание, * умножение, / деление]: +[0m/
+[93mВведите первое положительное целое число от 0 до 2047:
+[0m30
+[93mВведите второе положительное целое число от 0 до 2047:
+[0m6

+[96m#####
#####+[0m
+[1m+[96mВы хотите выполнить следующую операцию:+[0m
+[1m+[96m30 / 6 --> 11110 / 00110 = ...+[0m
+[1m+[96mПодключение к локальному симулятору...+[0m
+[1m+[96mПодключить!+[0m
+[1m+[96mЗапуск эксперимента на 100 выстрелы...+[0m
+[1m+[92m
11110 / 00110 = 000101 with a probability of 100%+[0m
+[96m#####
#####+[0m

```

Рисунок 8 – Результат QFT деление

В рисунке 8 можно увидеть, что деление двух целых чисел.  $11110_2 : 00110_2 = 000101_2$ . Если перевести это десятичную систему, то результат будет  $30_{10} / 6_{10} = 5_{10}$ .

Таблица 2 – Результаты выполнения арифметических операций по времени

Операции	Время выполнения
Сложение	1.65797615051269
Вычитание	1.67863130569458
Умножение	1.71801996231079
Деление	3.72493243217468

В таблице 2 можно увидеть результаты выполнения арифметических операций по времени. Результат времени деления занимает много времени, если сравнить с остальными, потому что там выполняется 2 QFT операции. Это сложение и вычитание.

**Заключение.** В заключение мы продемонстрировали основные арифметические операции, которые составляют основу калькулятора и квантового алгоритма преобразования десятичного числа в его двоичную форму. Большинство предыдущих работ по квантовым арифметическим операциям носят теоретический характер, и было предпринято несколько попыток моделирования или реализации на квантовом компьютере. Целью этой работы было моделирование и запуск алгоритмов на реальных квантовых устройствах с использованием доступных в настоящее время ресурсов. Таким образом, алгоритмы, смоделированные здесь, не самые эффективные, но самые простые для моделирования с использованием современных технологий. В случае разделения, как упоминалось ранее, даже самые простые подходы имеют ограничения, когда дело доходит до моделирования, мы предложили более общие и эффективные алгоритмы. Мы предложили квантовый алгоритм для преобразования десятичного числа в его двоичную форму. Мы надеемся, что с большей связью между кубитами и более универсальными операциями станет возможным реализовать эффективные алгоритмы для арифметических операций наряду с другими полезными операциями на реальных устройствах квантового компьютера, чтобы его можно было использовать в качестве квантового калькулятора.

**Благодарность.** Научно-исследовательская работа выполнена за счет гранта Комитета науки МОН РК по проекту № AP09260564.

#### ЛИТЕРАТУРА

- 1 Gangopadhyay, S., Manabputra, Behera, B. K., Panigrahi, P. K.: Generalization and Demonstration of an Entanglement Based Deutsch-Jozsa Like Algorithm Using a 5-Qubit Quantum Computer, *Quantum Inf. Process.* 17, 160 (2018)
- 2 Coles, P. J. et al.: Quantum Algorithm Implementations for Beginners, arXiv:1804.03719 (2018)
- 3 Cervera-Lierta, A.: Exact Ising model simulation on a Quantum Computer, *Quantum* 2, 114 (2018).
- 4 Zhukov, A. A., Remizov, S. V., Pogosov, W. V., Lozovik, Y. E.: Algorithmic simulation of far-from-equilibrium dynamics using quantum computer, *Quantum Inf. Process.* 17, 223 (2018)
- 5 Kapil, M., Behera, B. K., Panigrahi, P. K.: Quantum Simulation of Klein Gordon Equation and Observation of Klein Paradox in IBM Quantum Computer, arXiv:1807.00521 (2018)
- 6 Viyuela, O. et al.: Observation of topological Uhlmann phases with superconducting qubits, *npj Quantum Inf.* 4, 10 (2018)
- 7 Hegade, N. N., Behera, B. K., Panigrahi, P. K.: Experimental Demonstration of Quantum Tunneling in IBM Quantum Computer, arXiv:1712.07326 (2017)
- 8 Alvarez-Rodriguez, U., Sanz, M., Lamata, L., Solano, E.: Quantum Artificial Life in an IBM Quantum Computer, *Sci. Rep.* 8, 14793 (2018).
- 9 Zhao, Z., Pozas-Kerstjens, A., Rebentrost, P., Wittek, P.: Bayesian Deep Learning on a Quantum Computer, *Quantum Mach. Intel.* 1, 4 (2019).
- 10 Srinivasan, K., Satyajit, S., Behera, B. K., Panigrahi, P. K.: Efficient quantum algorithm for solving travelling salesman problem: An IBM quantum experience, arXiv:1805.10928 (2018)

## REFERENCES

- 1 Gangopadhyay, S., Manabputra, Behera, B. K., Panigrahi, P. K.: Generalization and Demonstration of an Entanglement Based Deutsch-Jozsa Like Algorithm Using a 5-Qubit Quantum Computer, Quantum Inf. Process. 17, 160 (2018)
- 2 Coles, P. J. et al.: Quantum Algorithm Implementations for Beginners, arXiv:1804.03719 (2018)
- 3 Cervera-Lierta, A.: Exact Ising model simulation on a Quantum Computer, Quantum 2, 114 (2018).
- 4 Zhukov, A. A., Remizov, S. V., Pogosov, W. V., Lozovik, Y. E.: Algorithmic simulation of far-from-equilibrium dynamics using quantum computer, Quantum Inf. Process. 17, 223 (2018)
- 5 Kapil, M., Behera, B. K., Panigrahi, P. K.: Quantum Simulation of Klein Gordon Equation and Observation of Klein Paradox in IBM Quantum Computer, arXiv:1807.00521 (2018)
- 6 Viyuela, O. et al.: Observation of topological Uhlmann phases with superconducting qubits, npj Quantum Inf. 4, 10 (2018)
- 7 Hegade, N. N., Behera, B. K., Panigrahi, P. K.: Experimental Demonstration of Quantum Tunneling in IBM Quantum Computer, arXiv:1712.07326 (2017)
- 8 Alvarez-Rodriguez, U., Sanz, M., Lamata, L., Solano, E.: Quantum Artificial Life in an IBM Quantum Computer, Sci. Rep. 8, 14793 (2018).
- 9 Zhao, Z., Pozas-Kerstjens, A., Reberntrost, P., Wittek, P.: Bayesian Deep Learning on a Quantum Computer, Quantum Mach. Intel. 1, 4 (2019).
- 10 Srinivasan, K., Satyajit, S., Behera, B. K., Panigrahi, P. K.: Efficient quantum algorithm for solving travelling salesman problem: An IBM quantum experience, arXiv:1805.10928 (2018)

***A. A. МУХАНБЕТ, М. Т. НАКИБАЕВА, Б. С. ДАРИБАЕВ***

*Әл-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университеті, Алматы, Қазақстан  
e-mail: mukhanbetaksultan0414@gmail.com, m.nakibaeva@gmail.com,  
beimbet.daribayev@gmail.com*

### **IBM QUANTUM EXPERIENCE ПЛАТФОРМАСЫНДА КВАНТТЫҚ КАЛЬКУЛЯТОРДЫ ЖАСАУ ЖӘНЕ ОНЫҢ ОНДЫҚ САНАУ ЖҮЙЕСІН ЕКІЛІК САНАУ ЖҮЙЕСІНЕ ТҮРЛЕНДІРУГЕ АРНАЛҒАН ҚОЛДАНБАСЫ**

*Бұл мақала IBM Quantum Experience (IBM QE) платформасын пайдаланып нақты кванттық құрылғыларда негізгі арифметикалық амалдарды, атап айтқанда қосу, алу, көбейту, бөлуді эксперименттік модельдеу және орындау арқылы кванттық калькуляторды көрсетеді. Қосудың екі алгоритмі қарастырылады: классикалық нұсқасы, Тоффоли қақпасы және кванттық Фурье түрлендіруі (QFT). Атап айтқанда, QFT көмегімен жинақтау жады мен уақытты үнемдейді. Жұмыстың міндеті – екі бүтін санның екілік кескіні арасында арифметикалық амалдарды орындайтын кванттық схеманы құру. Содан кейін ондық санауды екілік санау жүйесіне түрлендірудің кванттық алгоритмін ұсынамыз. Бұл әдіс сонымен қатар оны орындау кезінде жаппай параллелизацияға мүмкіндік береді. QFT негізіндегі қосу, алу, көбейту және бөлу функциялары кейбір өзгерістермен жақсартылды. Ұсынылған амалдар ең жақын кванттық арифметикалық амалдармен салыстырылады. Сондықтан нақты кванттық компьютерде амалдарды орындау арқылы практикалық кванттық калькуляторды жүзеге асыра аламыз. Тізбектер Kiscuitte іске*



асырылған және бір немесе екі көшірмеде көрсетілген кванттық Фурье түрлендіруін қолданатын кванттық қосқыштың бір түрі ретінде анықталады.

**Түйін сөздер:** кванттық компьютер, кванттық операциялар, кванттық Фурье түрлендіруі, арифметикалық операциялар, qiskit

**A. A. MUKHANBET, M. T. NAKIBAYEVA, B. S. DARIBAYEV**

*Al-Farabi Kazakh National University, Almaty, Kazakhstan*  
e-mail: mukhanbetaksultan0414@gmail.com, m.nakibaeva@gmail.com,  
beimbet.daribayev@gmail.com

### **DEVELOPMENT OF A QUANTUM CALCULATOR ON THE IBM QUANTUM EXPERIENCE PLATFORM AND ITS APPLICATION FOR CONVERTING THE DECIMAL NUMBER SYSTEM TO BINARY**

*This article demonstrates a quantum calculator by experimentally simulating and performing basic arithmetic operations, namely addition, subtraction, multiplication, division on real quantum devices using the IBM Quantum Experience (IBM QE) platform. Two addition algorithms are considered, the classical version, using the Toffoli gate, and using the quantum Fourier transform (QFT). In particular summation with QFT saves memory and time. The task of the work is to build a quantum circuit that performs arithmetic operations between the binary representation of two integers. We then propose a quantum algorithm for converting decimal to binary. This method also allows for massive parallelization during its execution. The addition, subtraction, multiplication, and division functions based on QFT have been improved with some changes. The proposed operations are compared with the closest quantum arithmetic operations. Therefore, we can implement a practical quantum calculator by performing operations on a real quantum computer. The circuits are defined as a kind of quantum adder using a quantum Fourier transform, implemented in Qiskit and demonstrated on one or two copies.*

**Keywords:** quantum computer, quantum operations, quantum Fourier transform, arithmetic operations, qiskit.



*A. M. NURUSHEVA, A. K. AMRENOV\**

*L.N. Gumilyov Eurasian National University, Astana, Kazakhstan*

## **USE AND ANALYSIS OF NEXT GENERATION FIREWALL TO ACHIEVE SECURITY OF INFORMATION AND COMMUNICATION INFRASTRUCTURE**

*The article is devoted to the investigation of the problem of the security of information and communication infrastructure functioning. The next generation firewall which was named UTMsense (UTM box) was tested. The results of testing are considered in the article. The comparing review of UTM box and other products was made. The possibility of using the tool for CERTs and SOCs is also considered.*

**Keywords:** *Next Generation Firewall, Next Generation Threat Prevention, Information and Communication Infrastructure, Security.*

**Introduction.** The quality of succulent feed for animal husbandry is determined by the availability of full seeds, which in turn is determined by the level of equipment of seed farms with effective seed-cleaning unit for cleaning seed material from seeds of quarantine and hard-separable weeds. Today, seed producers of fodder crops in the country are import-dependent for clover seeds, about 60% of seed material is purchased abroad [1].

In world practice, the highest results of cleaning seeds of quarantine and hard-separable impurities are achieved by separating machines, the operating principle of which is based on optical-electronic recognition of seeds of impurities. More than 15 machine manufacturing companies produce these color sorting machines in the world [2]. Their cost varies from 15 to 120 thousand US dollars, which is unbearable for small producers of fodder crops in the country.

As part of our project, we have set a goal - to improve the design and technological parameters of the color sorter, achieving a reduction in its cost.

**Problem statement.** Today, many organizations develop and use their information and communication infrastructure without due regard for their information security and fault tolerance. The organizations save their time and do not spend their financial resources on tools for information security risks and threats analysis. As a result, such organizations often have information security incidents on their information and communication infrastructure.

One of the layers of security against external threats and attackers to networks is a firewall [13]. It can help to minimize the information security risk and threat to an acceptable level. Firewall technology is a set of mechanisms that collectively enforce a security policy on communication traffic entering or leaving the guarded network domain [14-16].

So the firewalls can protect materials such as stored data, information computation, and communication resources. They can guard against unauthorized access, browsing, leaking, modification, insertion, deletion and other. In addition, they can provide protection from “denial-of-service” attacks in which users are prevented from accessing the network by

---

\* E-mail корреспондирующего автора: [askhat.amrenov@gmail.com](mailto:askhat.amrenov@gmail.com)

a message that disables the equipment or by a flood of messages that clogs the internal network [14-17].

When they are used, the network administration and management become more efficient, as they limit the exposure of the internal network.

**Related Work.** Considering the priority use of domestic IT products in the country, next generation firewall was tested. It was named UTMsense (UTM box).

Some pictures of UTM box are shown in Figure 1.



*Figure 1 – UTM box (UTMsense)*

Let's consider some advantages of the UTM box:

1) Unique functionality: Combined in one solution, various functional modules allow avoiding the cost of additional equipment to protect against network intrusions. This solution supports integration with existing infrastructure solutions and security systems.

2) Improved performance: It was reached a level of performance that allows you to use all the existing functionality of the product without losing data processing speed.

3) Increased efficiency: The advanced traffic monitoring system allows you to block up to 99.4% of network threats and provides security system flexibility, allowing you to customize security policies in accordance with the requirements of regulators and internal regulations.

4) Scalable functionality: The IT product is suitable for small businesses, combining the necessary basic functionality to provide comprehensive protection against network intrusions at an affordable price.

Advanced functionalities suitable for protecting medium-sized enterprises include a DNS server, a fault tolerance function, a Captive Portal, and provide a greater number of network connections.

The Enterprise level device has enhanced performance for processing large amounts of data and a full set of functionality necessary to protect large infrastructure:

- Fault tolerance;
- Support;
- Integration;
- DNS;
- Captive Portal;
- SSL;
- Balancer.

Comparison of UTM-box with alternative solutions is given in Table 1.

**Table 1** – Comparison of UTM-box (UTMsense) with alternative solutions

	UTMbox	Cisco ASA	Fortinet Fortigate	Check Point	Palo Alto
NGFW	+	+	+	+	+
IPS	+	+	+	+	+
Antivirus	+	+	+	+	+
URL filtering	+	+	+	+	+
Remote Access VPN	+	+	+	+	+
Site-to-site VPN	+	+	+	+	+
Integration with Snort and Open AppID	+	+			
Captive Portal	+		+	+	+
High Availability	+	+	+	+	+
Inbound Load Balancing	+		+	+	+
Full-fledged configuration from Web-interface	+		+		+

The base features of the IT-product are:

- Firewall;
- Routing;
- VPN;
- User Authorization;
- Network Services;
- Management.

Extended features:

- URL filtering;
- High availability;
- Extended DNS server;
- Captive portal;
- SSL inspection;
- Inbound load balancing.

The base features components of the UTM-box are given in Table 2.

**Table 2** – The base features components of the UTM-box (UTMsense)

The base features of the IT-product	Components
Firewall	Statefull Firewall Aliases NAT Schedules Traffic Shaper Virtual IP Virtual interfaces Bridges
Routing	BGPD OSPF RIP
VPN	IP sec Open VPN L2TP
User Authorization	Local Radius LDAP
Network Services	PPoE server NTP server/client DHCP (IP v4/6) server/client/relay DNS resolver/forwarder Radius UPnP SNMP
Management	Web-based configuration SSH RJ45 Console

UTM box can be divided into three types:

- For small business;
- For medium business;
- For large enterprises.

The technical specifications of UTM-box for small business are given in Table 3.

**Table 3** – Technical specifications of UTM-box for small business

	<i>UTMbox</i>
Gbit Ethernet	More than 4
Firewall throughput	
Max. connect.	More than 1800000
Max. connect.states	More than 3600000
Max.throughput (1400 b. packets), PPS/Mbit/sec	*
VPN throughput, Mbit/s	
Open VPN/AES-128+SHA1	More than 60
Psec/IKEv2+AE S-GCM	More than 200
Recommended workload	
User	More than 10
Wan speed, Mbit/sec	More than 10

The comparing between traditional firewall and next generation firewall is presented in Table 4.

**Table 4** – The base features components of the UTM-box (UTMsense)

Parameter	Traditional Firewall	Next Generation Firewall
1	2	3
Traffic filtering (Port, IP Address and protocol based)	Supported	Supported
Application Visibility and Application Control	Partial	Detailed
CAPEX and OPEX (considering all feature requirement)	Higher since separately need to buy and maintain	Considerable reduction since all services will be bundled into single box
IPS (Intrusion Prevention System)	Not Supported	Supported
NAT	Supported	Supported
VPN	Supported	Supported
Application level awareness	Not Supported	Supported

1	2	3
Reputation and identity services	Not Supported	Supported
Working Layer	Layer 2 to Layer 4	Layer 2 upto Layer 7
Throughput and performance	Lower than NGFW and drastically reduces when additional services introduced.	Much higher than traditional Firewall and doesn't change much on introduction of additional services.
Reporting	Standard reports	Customized reporting upto user level giving near real time detail with plenty of additional reporting options like download format etc.

The data presented in Table 4 also show the advantages of next generation firewall.

Thus, we propose the use of the domestic IT product as a Kazakhstan solution aimed at the full import substitution of foreign manufacturers in different sectors of the Republic of Kazakhstan, including the critical informatization objects protection.

**Conclusion.** In this article, we describe the next generation firewall to protect information, and communication infrastructure. It was considered some goals, functionality and advantages of the IT product.

The use of domestic product allowed significantly improving the level of information security in the Republic of Kazakhstan. It was reducing the level of information threats due to identifying and neutralizing the threats in the information and communication infrastructure. In addition, the product has several advantages. In the future, it is planned to modify the UTM box: add new functions using new methods, updating databases, etc.

Therefore, the use of such a tool is a priority for CERTs and SOCs.

## REFERENCES

1 S.Boranbayev, N.Goranin, A.Nurusheva. "The methods and technologies of reliability and security of information systems and information and communication infrastructures" *Journal of Theoretical and Applied Information Technology*, vol.96, pp. 6172-6188, 2018.

2 Z. Turskis, N. Goranin, A. Nurusheva, and S. Boranbayev, "A Fuzzy WASPAS-Based Approach to Determine Critical Information Infrastructures of EU Sustainable Development", *Sustainability*, vol. 11, no. 2, p. 424, 2019.

3 A. Boranbayev, S. Boranbayev, A. Nurusheva, K. Yersakhanov and Y. Seitkulov, "Development of web application for detection and mitigation of risks of information and automated systems", *Eurasian Journal of Mathematical and Computer Applications*, vol. 7, no. 1, pp. 4-22, 2019. Available: 10.32523/2306-6172-2019-7-1-4-22

4 A. Boranbayev, S. Boranbayev, A. Nurusheva, Y. Seitkulov and N. Sissenov, "A method to determine the level of the information system fault-tolerance", *Eurasian Journal of Mathematical and Computer Applications*, vol. 7, no. 3, pp. 13-32, 2019. Available: 10.32523/2306-6172-2019-7-3-13-32

5 Z. Turskis, N. Goranin, A. Nurusheva, and S. Boranbayev, "Information Security Risk Assessment in Critical Infrastructure: A Hybrid MCDM Approach", *Informatika*, vol. 30, no. 1, pp. 187-211, 2019.



6 Decree of the President of the Republic of Kazakhstan “On measures to implement the President’s Address “Third Modernization of Kazakhstan: Global Competitiveness” dated 15th February, 2017 No422 dated 31st January, 2017

7 Decree of the Government of the Republic of Kazakhstan the Cybersecurity Concept (“Cybershield of Kazakhstan”) until 2022 dated 30th June, 2017 No 407.

8 S.N. Boranbayev, A.M. Nurusheva, K.B. Yersakhanov. “The modern state and the further development prospects of information security in the Republic of Kazakhstan.” Herald of ENU, №1. 119, Astana, 2017, pp. 52-62.

9 S.N. Boranbayev, A.M. Nurusheva, K.B. Yersakhanov. “Analysis of the state of information security of the Republic of Kazakhstan and prospects for its development”. A collection of reports of the IV International Scientific and Practical Conference - Astana: ENU, 2017, p.341-344.

10 Information security incidents for the II quarter of 2018 <http://kz-cert.kz/en/page/698>. Accessed 15 November 2018.

11 J. Juknius, N. Goranin. “Botnet spreading detection and prevention via website”. Journal of young scientists. Šiauliai: Šiaulių universitetas. Nr. 1(26), priedas 2010, p. 293-298.

12 A.Boranbayev, S.Boranbayev, A.Nurusheva, K.Yersakhanov. “The Modern State and the Further Development Prospects of Information Security in the Republic of Kazakhstan” // 15th International Conference of Information Technology, Information Technology – New Generations, 2018, pp. 33-38.

13 S.Lodin Ernst, Young LLP & Christoph L. Schuba, “Firewalls tend off invasions from the net”, IEEE Spectrum, pp 26-34, February 1998.

14 G.Athisha Miete & K.Sankaranarayanan. “Key Technologies in Information Security—A Review”, IETE Technical Review, 22:3, pp. 173-181, 2005. DOI: 10.1080/02564602.2005.11657899.

15 Shao Yiyang, Xue Yibo, Li Jun. PPP: Towards Parallel Protocol Parsing. China Communications. 11/10. pp.106-116. 2018. DOI: 10.1109/CC.2014.6969799.

16 E.S.Yusuf, G.Mengmeng, H. B. Jin, A.Hani, K.D.Seong. A systematic evaluation of cybersecurity metrics for dynamic networks. Computer Networks, Vol. 144 pp. 216-229. 2018. DOI: 10.1016/j.comnet.2018.07.028

17 A.Householder, K.Houle and Chad, Computer Attack Trends Challenge Internet Security, IEEE Security and Privacy, pp 5-7,2002.

**A. М. НУРУШЕВА, А. К. АМРЕНОВ\***

*Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университеті, Астана, Қазақстан*

### **АҚПАРАТТЫҚ-КОММУНИКАЦИЯЛЫҚ ИНФРАҚҰРЫЛЫМНЫҢ ҚАУІПСІЗДІГІН ҚАМТАМАСЫЗ ЕТУ ҮШІН КЕЛЕСІ БУЫНДАҒЫ ЖЕЛІАРАЛЫҚ ЭКРАНДЫ ПАЙДАЛАНУ ЖӘНЕ ТАЛДАУ**

*Мақала ақпараттық-коммуникациялық инфрақұрылымның жұмыс істеу қауіпсіздігі мәселесін зерттеуге арналған. UTMsense (UTM box) деген атау алған келесі буынның желіаралық экранын тестілеу жүргізілді. Мақалада тестілеу нәтижелері қарастырылған. UTM box және басқа өнімдерге салыстырмалы шолу жасалды. Сондай-ақ, мақалада CERT және SOC үшін құралды пайдалану мүмкіндігі қарастырылған.*

**Түйін сөздер:** жаңа буынның желіаралық экраны, жаңа буынның қауіп-қатерді алдын алу құралдары, ақпараттық-коммуникациялық инфрақұрылым, қауіпсіздік.

**А. М. НУРУШЕВА, А. К. АМРЕНОВ**

*Евразийский университет имени Л.Н. Гумилева, Нур-Султан, Казахстан*

**ИСПОЛЬЗОВАНИЕ И АНАЛИЗ МЕЖСЕТЕВОГО ЭКРАНА  
СЛЕДУЮЩЕГО ПОКОЛЕНИЯ ДЛЯ ОБЕСПЕЧЕНИЯ БЕЗОПАСНОСТИ  
ИНФОРМАЦИОННО-КОММУНИКАЦИОННОЙ ИНФРАСТРУКТУРЫ**

*Статья посвящена исследованию проблемы безопасности функционирования информационно-коммуникационной инфраструктуры. Осуществлено тестирование межсетевого экрана следующего поколения, получившее название UTMsense (UTM box). В статье рассмотрены результаты тестирования. Выполнен сравнительный обзор UTM box и других продуктов. Также в статье рассмотрена возможность использования инструмента для CERT и SOC.*

**Ключевые слова:** *межсетевой экран нового поколения, предотвращение угроз нового поколения, информационно-коммуникационная инфраструктура, безопасность.*

**Б. Е. РЕЗНИК<sup>1</sup>, М. Е. МАНСУРОВА<sup>2</sup>, Ж. Е. БАЙГАРАЕВА<sup>2</sup>,  
Г. А. АМИРХАНОВА<sup>2</sup>, С. Ш. ИКСАНОВ<sup>2\*</sup>**

<sup>1</sup>Берлинский университет прикладных наук, Берлин, Германия

<sup>2</sup>Казахский национальный университет имени аль-Фараби, Алматы, Казахстан

## **СИСТЕМА КЛАССИФИКАЦИИ ТРАНСПОРТНЫХ СРЕДСТВ НА ДОРОЖНЫХ СООРУЖЕНИЯХ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ИСКУССТВЕННОГО ИНТЕЛЛЕКТА**

*В этом исследовании предлагается метод, основанный на искусственной нейронной сети для классификации систем грузовых автомобилей для мониторинга дорожных сооружений. Как правило, для того, чтобы гарантировать структурную и эксплуатационную безопасность и обеспечить раннее предупреждение о повреждении или износе до дорогостоящего ремонта или даже катастрофического обрушения дорожных конструкций, необходимо обеспечить высококачественную систему мониторинга, основанную на инновационных методах. Начиная с выбора подходящих датчиков и заканчивая проектированием системы оценки состояния конструкции, разрабатывается интеллектуальная система мониторинга для большого моста, которая действительно способна предоставлять информацию для оценки целостности конструкции. В этой статье рассматриваются последние инновационные достижения в области регистрации транспортных средств на дорожных сооружениях. Распознавание и классификация каждого отдельного типа грузового транспортного средства очень сложны, поскольку существуют различные их типы, включая разное количество осей и их расположение, что вызывает неоднозначность в процессе распознавания и классификации. Чтобы справиться с этими классификационными неоднозначностями, авторы предлагают метод распознавания и классификации, основанный на искусственной нейронной сети. Грузовые транспортные средства классифицируются с помощью искусственной нейронной сети, основанной на амплитуде вынужденных колебаний конструкции. Как только нейронная сеть обучена полученным сигналам, она используется для определения типа грузовых транспортных средств с использованием полученных сигналов. Эффективность классификации была оценена в ходе экспериментов на мосту в Берлине, Германия. Обучение модели проводилось с использованием метода CNN для классификации транспортных средств, что привело к общей точности классификации около 95%.*

**Ключевые слова:** *Structural Health Monitoring (SHM), классификация транспортных средств, нейронные сети, искусственный интеллект, инженерные сооружения.*

**Введение.** Классификация транспортных средств является одним из основных компонентов систем мониторинга дорожного движения. Он играет решающую роль в транспортном планировании и управлении дорожным движением. Например, организации по безопасности очень заинтересованы в определении пропускной способности и геометрического дизайна автострад и обслуживании дорожного покрытия в соответствии с типами транспортных средств, номерами и т.д. С целью регистрации дорожных транспортных средств используются различные приложения, такие как автоматизированные системы парковки, используемые в исследованиях [1] и [2], мониторинг состояния конструкций, используемых в [3] и [4], или в целях обеспечения безопасности инженерных сооружений, как в [5] и мониторинг транспортных пото-

---

\* E-mail корреспондирующего автора: [iks74@mail.ru](mailto:iks74@mail.ru)

ков, изученных в статьях [6] и [7]. Для обнаружения транспортных средств используются различные методы, такие как зоны мониторинга транзита, пересечения перед стационарными датчиками, которые были взяты за основу в исследованиях [8], также используются глобальные методы покрытия или гибридные методы, как в статье [9]. Данные, собираемые датчиками и детекторами, охватывают широкий спектр информации, включая скорость, ускорение/замедление, номерной знак, тип и модель, вес и расстояние между осями, а также количество и форму транспортных средств, то есть высоту, ширину и длину.

Недавно было внедрено несколько систем обнаружения транспортных средств благодаря огромным достижениям в области программных вычислений, беспроводной связи и сенсорных технологий. Эти методы имеют различные требования и спецификации с точки зрения аппаратных средств и параметров конфигурации, среды развертывания, стоимости, типов датчиков и т.д.

Самым простым методом обнаружения транспортных средств является ручной подсчет, однако он подвержен ошибкам и отнимает много времени. Методы, основанные на зрении, как наиболее часто используемый и изученный подход к идентификации транспортных средств, обнаруживают и отслеживают транспортные средства путем удаления визуальных признаков, таких как текстурные узоры, цвета и видеополосы [10]. Методы, основанные на видении, включают в себя несколько этапов, включая сегментацию изображения, PR, извлечение признаков и обучение.

Детектор магнитной петли, используемый в статье [11], представляет собой технологию, которая определяет длину транспортного средства и использовалась в последние десятилетия для обнаружения транспортных средств. Двухконтурные детекторы, используемые в статье [12], могут измерять скорость целевого транспортного средства. Аналогично пневматическим трубчатым детекторам, которые, однако, плохо работают на дорогах с большим объемом движения, хотя они довольно дешевы и выполняют автоматическую классификацию.

Радарные датчики, которые использовались в экспериментах [13], являются пространственными инструментами, которые способны классифицировать транспортные средства в соответствии с их размерами, такими как длина, габариты, высота и т.д. Несмотря на их недостаток при плотном движении и по сравнению с другими методами регистрации транспортных средств на инженерных сооружениях, они более устойчивы к изменениям окружающей среды.

Также используются инфракрасные датчики, они используют отраженный свет транспортного средства для поиска эквивалентного соответствия в базе данных. Но изменения окружающей среды оказывают негативное влияние на инфракрасные датчики. Акустические датчики используют акустические сигнатуры, которые не зависят от скорости, для определения классов транспортных средств, которые рассматривались в исследовании статьи [14].

**Метод.** Мониторинг – это систематический или периодический мониторинг (наблюдение) деформационно-напряженного состояния конструкций, выявляющий развитие повреждений и дающий характеристику конструкции о ее пригодности для дальнейшей эксплуатации. Результаты измерений дают представление об изменениях

геометрических свойств материалов и позволяют анализировать состояние конструкции с течением времени.

Чтобы проанализировать вибрационное поведение инженерной конструкции, были проведены измерения для сбора данных на мосту Фрейбрюке в Берлине, Германия. Это сооружение является частью Хеерштрассе протяженностью около 10 км, которая является важным связующим звеном между западными районами и центром Берлина и по которой ежедневно проезжает около 60 000 автомобилей.

Этапы разработки этого метода показаны на рисунке 1. Первый этап – это разработка системы мониторинга, которая включает в себя акселерометр и видеокамеру. Второй этап – это сбор и анализ данных, полученных с акселерометра, ниже также будут приведены иллюстрации изменений параметров во время мониторинга. Последним этапом является разработка системы классификации, которая включает в себя обучение модели с использованием метода CNN и получение результатов в виде распознанного транспортного средства на выходе.

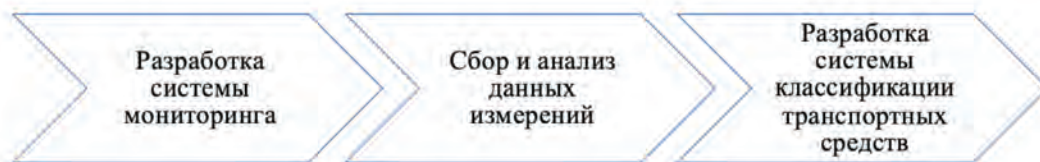


Рисунок 1 – Этапы разработки предлагаемой системы

Во время мониторинга были установлены акселерометры, которые измеряют вибрацию и ускорения (внезапное возбуждение конструкции, создающее резонанс). Эти акселерометры характеризуются измерением углов относительно осей X и Y, при этом ось Z расположена вертикально. Для качественного обследования важно обнаружить даже небольшие изменения амплитуды вибрации. Аналого-цифровое преобразование выполняется внутри устройства, устраняя любые помехи, возникающие в аналоговых кабелях. Измерения вибрации проводились с использованием обычного акселерометра с частотой дискретизации 153 Гц [15]. В дополнение к акселерометру на инженерном сооружении была установлена видеокамера для сравнения измерений на датчике с записью.

На рисунке 2 показаны результаты измерений по каждой из трех осей в течение приблизительно 15 минут. Изучая полученную информацию, в частности, величину переадресаций при въезде отдельных тяжелых транспортных средств, важно определить контрасты между осями. Значения ускорения в вертикальном направлении (X) имеют размах крыльев менее 10 м/с<sup>2</sup>, тогда как значения отклонения по двум горизонтальным осям (Y и Z) значительно выше и имеют размах крыльев около 20 м/с<sup>2</sup> и 40 м/с<sup>2</sup> соответственно. Особенно интересна взаимосвязь между размахом и размером «нормального» диапазона колебаний, в дополнение к абсолютным размерам отклонений. То, что уже можно вывести визуально из «толщины полосы», может быть подтверждено численно. Напротив, это соотношение намного выше в поперечном направлении (Y), где размах более чем в 20 раз превышает нормальный размах колеба-



ний. Это соотношение является самым низким в вертикальном направлении (X), где размах всего примерно в 8 раз больше, чем окно нормального поведения колебаний.

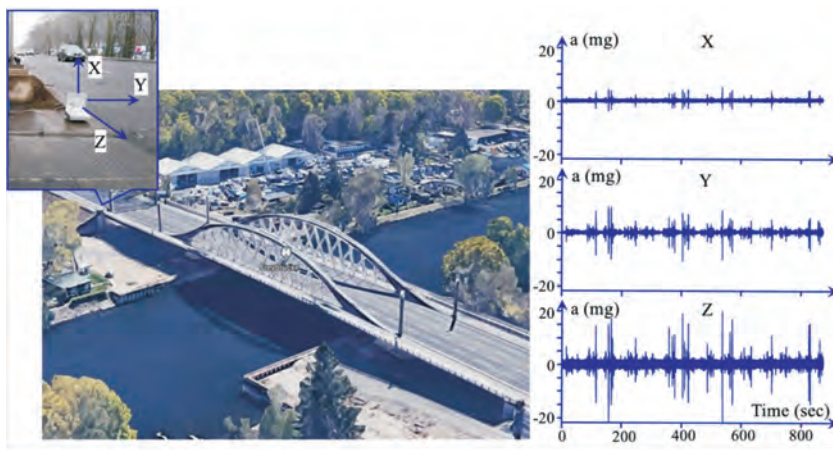


Рисунок 2 – Сбор данных с акселерометра и амплитуд вибраций

В результате этих измерений было показано, что при прохождении грузовика обнаруживаются изменения амплитуды. Как показано на рисунке 3, незначительные изменения амплитуды регистрируются во время проезда легкого транспортного средства. Когда проезжает грузовик, изменение амплитуды на каждой оси грузовика – это точно такие же изменения амплитуд, которые регистрируются на грузовиках по оси X. Следовательно, эти данные были использованы для обучения нейросетевой модели для регистрации транспортных средств на инженерных сооружениях.

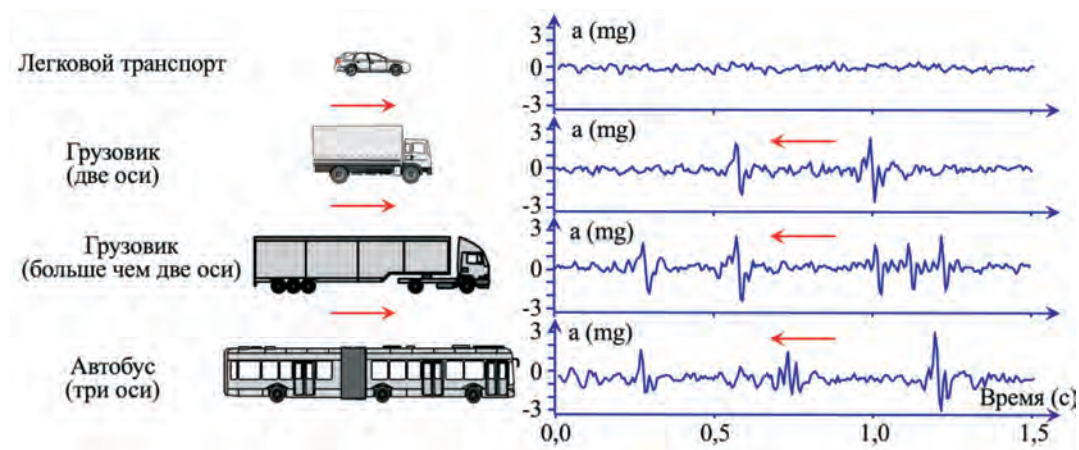
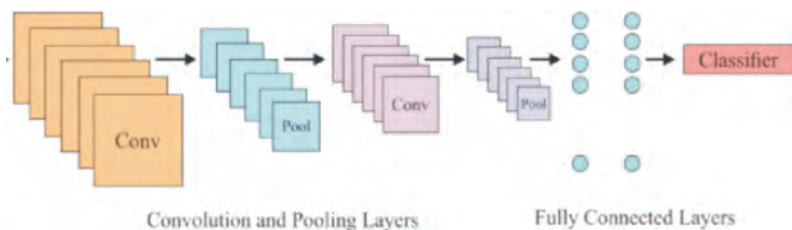


Рисунок 3 – Результаты в зависимости от типа транспортного средства (ось X)

За основу для обучения модели были взяты изменения амплитуд, которые были показаны выше, поэтому для достижения наилучшего результата мы использовали метод CNN. Для распознавания символов на сегментированных табличках CNN явля-



ется хорошо известной моделью глубокого обучения. На рисунке 4 изображены слои conv, join и fully connected (FC), которые составляют CNN. Эти слои используются для добавления или удаления блоков во время построения модели CNN с различным количеством блоков.



**Рисунок 4** – Архитектура CNN для распознавания символов

Модель, предложенная в этой работе, была обучена на следующих этапах, показанных на рисунке 5. Сначала будет создан конвективный слой, который варьируется от нейронной сети к нейронной сети, так что не каждое измерение взвешивается и смещается к следующему слою. Однако веса и смещения используются для разбивки всех измерений на более мелкие части. Известные как фильтры или ядра, это карты выходных объектов, которые сворачиваются с каждой меньшей областью входных данных. Каналы рассматриваются как более простые «объекты», которые просматриваются в информационных аспектах и на уровне conv. Поскольку аналогичный фильтр игнорирует каждое измерение в отдельном объекте, функция свертки требует меньшего количества параметров. Гиперпараметры слоя свертки включают количество фильтров, размер локальной области, шаг и заливку. Для достижения эффективной производительности эти гиперпараметры настраиваются в соответствии с размерами и жанрами входных данных.

Далее следует построение объединяющего слоя, который уменьшает количество параметров и снижает затраты на обработку. Параметры не создаются, поскольку входные данные передаются через предопределенную функцию. Существует три различных уровня объединения: максимальное объединение, среднее объединение и стохастическое объединение. Когда окно  $n \times n$  перемещается вдоль входного сигнала со значением шага  $s$ , используется максимальное объединение. Поскольку максимальное значение в области  $n \times n$  учитывается в каждом местоположении, входные данные становятся меньше. Это обеспечивает трансляционную инвариантность, позволяя распознавать даже незначительные различия в местоположении.

Сглаженный выход конечного объединяющего слоя подается в слой FC, который является третьим слоем. Он работает аналогично обычной нейронной сети, где каждый нейрон предыдущего уровня связан с текущим слоем. В результате слой содержит больше параметров, чем сверточный слой. С ним связан выходной слой, также известный как классификатор.

Функция активации создается последней. Архитектурные модели CNN используют множество функций активации. Функция ReLUs была использована в этой работе, потому что она более эффективна, чем другие функции.

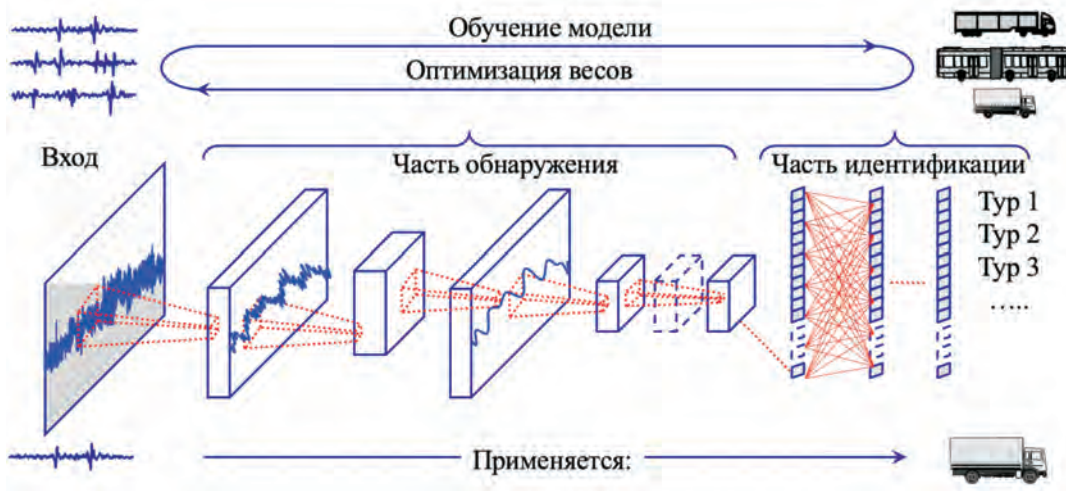


Рисунок 5 – The stages of training the model by CNN

**Результаты.** В результате экспериментов, проведенных для регистрации транспортных средств на инженерных сооружениях, процесс обнаружения и распознавания состоял из следующих этапов:

Шаг 1: Акселерометр записывает измерения на компьютер, и система также записала видеозапись (только для обучения и тестирования). Затем разработанная система мониторинга извлекает все измерения по секундам и амплитудам вибрации, а также видекамера используется для записи и сравнения транспортного средства.

	0	1	2	3
0	68.2339	2	0.99999	0.003906
1	79.4849	2	0.999858	0.003113
2	135.761	2	0.999997	0.004578
3	137.6	2	0.999996	0.003479
4	139.021	2	0.999996	0.004334
5	157.274	2	0.999974	0.003723
6	158.294	2	0.999998	0.003723
7	209.562	2	0.999787	0.003723
8	349.646	3	0.975534	0.002564
9	352.43	3	0.919092	0.002747
10	354.98	2	0.973106	0.002136
11	394.294	3	0.852111	0.002564
12	421.555	2	0.999999	0.004639
13	556.804	2	0.998639	0.00354
14	568.246	2	0.993276	0.002991
15	617.523	2	0.9854	0.00293

Рисунок 6 – Результаты работы системы распознавания

Шаг 2: Для сегментации система использовала метод CNN для сегментации каждого измерения.

Шаг 3: Система использовала CNN для извлечения характеристик, а именно данных измерений за время регистрации грузовых транспортных средств. Затем система протестировала измерения в обучающем наборе данных. Для оценки результатов эксперимента было получено 230 измерений транспортных средств. Частота ошибок для этой системы составляла 1-5%. После обучения CNN приобрела точность 95-99% на основе набора тестов и достигла точности 98,1% на основе набора тестов. Результаты работы системы распознавания транспортного средства показаны на рисунке 6. Слева в таблице показано время (в секундах), затем количество осей транспортного средства и, наконец, процент обнаружения проезжающего транспортного средства в программе.

**Заключение.** В данной статье представлен основанный на классификации подход, позволяющий регистрировать изменения амплитуды вибраций при прохождении грузовых транспортных средств по мосту, а затем обнаруживать их с помощью системы распознавания. Чтобы продемонстрировать обоснованность предлагаемого подхода, были проведены исследования с использованием данных акселерометра, полученных с моста Фрейбрюке в Берлине. На основе этих измерений на CNN и полученных в результате совместных событий с видеокамерой, была проведена классификация. Результаты кластеризации показали сходство между соединениями, расположенными в разных местах расположения мостов и областях, и помогли сгруппировать те, которые имеют схожее поведение.

Предлагаемый подход также может быть легко применен для получения оценки рабочей нагрузки структуры. Таким образом, можно обнаружить любое потенциальное повреждение конструкции.

## ЛИТЕРАТУРА

1 S. Y. Jo, N. Ahn, Y. Lee, and S.-J. Kang, "Transfer learning-based vehicle classification," in Proc. Int. SoC Design Conf. (ISOCC), Nov. 2018, pp. 127–128.

2 Z. Pu, R. Ke, Y. Zhuang, and Y. H. Wang, "A smart efficient and reliable parking surveillance system with edge artificial intelligence on IoT devices," IEEE Trans. Intell. Transp. Syst., early access, Apr. 8, 2020, doi: 10.1109/TITS.2020.2984197.

3 H. Shokravi and N. Bakhary, "Comparative analysis of different weight matrices in subspace system identification for structural health monitoring," IOP Conf. Series Mater. Sci. Eng., vol. 271, Aug. 2017, Art. no. 12092.

4 H. Shokravi, H. Shokravi, N. Bakhary, S. S. R. Koloor, and M. Petru, "Health monitoring of civil infrastructures by subspace system identification method: An overview," Appl. Sci., vol. 10, no. 8, p. 2786, 2020.

5 H. Shokravi, H. Shokravi, N. Bakhary, S. S. R. Koloor, and M. Petru, "A comparative study of the data-driven stochastic subspace methods for health monitoring of structures: A bridge case study," Appl. Sci., vol. 10, no. 9, p. 3132, 2020.

6 H. Shokravi, H. Shokravi, N. Bakhary, M. Heidarrezaei, S. S. R. Koloor, and M. Petru, "Vehicle-assisted techniques for health monitoring of bridges," Sensors, vol. 20, no. 12, p. 3460, 2020.

7 H. Shokravi, H. Shokravi, N. Bakhary, M. Heidarrezaei, S. S. R. Koloor, and M. Petru, "Application of the subspace-based methods in health monitoring of the civil structures: A systematic review and meta-analysis," Appl. Sci., vol. 10, no. 10, p. 3607, 2020.

8 M. T. Tamam, W. Dwiono, and R. J. P. Safian, "Design a prototype of the application system of classification and calculating motor vehicles on highway," IOP Conf. Series Mater. Sci. Eng., vol. 771, Mar. 2020, Art. no. 12002.

9 B. Sliwa, N. Piatkowski, and C. Wietfeld, "The channel as a traffic sensor: Vehicle detection and classification based on radio finger- printing," IEEE Internet Things J., vol. 7, no. 8, pp. 7392–7406, Aug. 2020.

10 M. Won, "Intelligent traffic monitoring systems for vehicle classification: A survey," IEEE Access, vol. 8, pp. 73340–73358, 2020.

11 C.-W. Kim, K. C. Chang, P. J. McGetrick, S. Inoue, and S. Hasegawa, "Utilizing moving vehicles as sensors for bridge condition screening—A laboratory verification," Sens. Mater., vol. 29, no. 2, pp. 153–163, Jan. 2018.

12 R. Velazquez-Pupo et al., "Vehicle detection with occlusion handling, tracking, and OC-SVM classification: A high performance vision-based system," Sensors, vol. 18, no. 2, p. 374, 2018.

13 N. Siddiqui and M. S. Husain, "CTS: A credit-based threshold system to minimize the dissemination of faulty data in vehicular adhoc networks," Control Theory Appl., vol. 9, no. 17, pp. 8499–8508, 2018.

14 Q. Ji, B. Jin, Y. Cui, and F. Zhang, "Using mobile signaling data to classify vehicles on highways in real time," in Proc. 18th IEEE Int. Conf. Mobile Data Manag. (MDM), 2018, pp. 174–179.

15 Resnik, B., Sargsyan, A. (2019): Application of MEMS accelerometers in the context of structural monitoring using a typical example. AVN General Survey News. Wichmann Verlag, Berlin / Offenbach, Issue 6-7, pp. 163-172.

## REFERENCES

1 S. Y. Jo, N. Ahn, Y. Lee, and S.-J. Kang, "Transfer learning-based vehicle classification," in Proc. Int. SoC Design Conf. (ISOCC), Nov. 2018, pp. 127–128.

2 Z. Pu, R. Ke, Y. Zhuang, and Y. H. Wang, "A smart efficient and reliable parking surveillance system with edge artificial intelligence on IoT devices," IEEE Trans. Intell. Transp. Syst., early access, Apr. 8, 2020, doi: 10.1109/TITS.2020.2984197.

3 H. Shokravi and N. Bakhary, "Comparative analysis of different weight matrices in subspace system identification for structural health monitoring," IOP Conf. Series Mater. Sci. Eng., vol. 271, Aug. 2017, Art. no. 12092.

4 H. Shokravi, H. Shokravi, N. Bakhary, S. S. R. Koloor, and M. Petru, "Health monitoring of civil infrastructures by subspace system identification method: An overview," Appl. Sci., vol. 10, no. 8, p. 2786, 2020.

5 H. Shokravi, H. Shokravi, N. Bakhary, S. S. R. Koloor, and M. Petru, "A comparative study of the data-driven stochastic subspace methods for health monitoring of structures: A bridge case study," Appl. Sci., vol. 10, no. 9, p. 3132, 2020.

6 H. Shokravi, H. Shokravi, N. Bakhary, M. Heidarrezaei, S. S. R. Koloor, and M. Petru, "Vehicle-assisted techniques for health monitoring of bridges," Sensors, vol. 20, no. 12, p. 3460, 2020.

7 H. Shokravi, H. Shokravi, N. Bakhary, M. Heidarrezaei, S. S. R. Koloor, and M. Petru, "Application of the subspace-based methods in health monitoring of the civil structures: A systematic review and meta-analysis," Appl. Sci., vol. 10, no. 10, p. 3607, 2020.

8 M. T. Tamam, W. Dwiono, and R. J. P. Safian, "Design a prototype of the application system of classification and calculating motor vehicles on highway," IOP Conf. Series Mater. Sci. Eng., vol. 771, Mar. 2020, Art. no. 12002.

9 B. Sliwa, N. Piatkowski, and C. Wietfeld, "The channel as a traffic sensor: Vehicle detection and classification based on radio finger- printing," IEEE Internet Things J., vol. 7, no. 8, pp. 7392–7406, Aug. 2020.

10 M. Won, “Intelligent traffic monitoring systems for vehicle classification: A survey,” IEEE Access, vol. 8, pp. 73340–73358, 2020.

11 C.-W. Kim, K. C. Chang, P. J. McGetrick, S. Inoue, and S. Hasegawa, “Utilizing moving vehicles as sensors for bridge condition screening—A laboratory verification,” Sens. Mater., vol. 29, no. 2, pp. 153–163, Jan. 2018.

12 R. Velazquez-Pupo et al., “Vehicle detection with occlusion handling, tracking, and OC-SVM classification: A high performance vision-based system,” Sensors, vol. 18, no. 2, p. 374, 2018.

13 N. Siddiqui and M. S. Husain, “CTS: A credit-based threshold system to minimize the dissemination of faulty data in vehicular adhoc networks,” Control Theory Appl., vol. 9, no. 17, pp. 8499–8508, 2018.

14 Q. Ji, B. Jin, Y. Cui, and F. Zhang, “Using mobile signaling data to classify vehicles on highways in real time,” in Proc. 18th IEEE Int. Conf. Mobile Data Manag. (MDM), 2018, pp. 174–179.

15 RESNIK, B., SARGSYAN, A. (2019): Application of MEMS accelerometers in the context of structural monitoring using a typical example. AVN General Survey News. Wichmann Verlag, Berlin / Offenbach, Issue 6-7, pp. 163-172.

**Б. Е. РЕЗНИК<sup>1</sup>, М. Е. МАНСУРОВА<sup>2</sup>, Ж. Е. БАЙҒАРАЕВА<sup>2</sup>,  
Г. А. АМИРХАНОВА<sup>2</sup>, С. Ш. ИКСАНОВ<sup>2</sup>**

<sup>1</sup>Берлин қолданбалы ғылымдар университеті, Берлин, Германия

<sup>2</sup>Әл – Фараби атындағы Қазақ ұлттық университеті, Алматы, Қазақстан

## **ЖАСАНДЫ ИНТЕЛЛЕКТТІ ПАЙДАЛАНА ОТЫРЫП, ЖОЛ ҚҰРЫЛЫСТАРЫНДАҒЫ КӨЛІК ҚҰРАЛДАРЫН КЛАССИФИКАЦИЯЛАУ ЖҮЙЕСІ**

Бұл зерттеу жол құрылыстарын бақылау үшін жүк көлігі жүйелерін жіктеу үшін жасанды нейрондық желіге негізделген әдісті ұсынады. Әдетте, құрылымдық және пайдалану қауіпсіздігіне кепілдік беру және қымбат жөндеуге немесе тіпті жол құрылымдарының апатты құлауына дейін зақымдану немесе тозу туралы ерте ескертуді қамтамасыз ету үшін инновациялық әдістерге негізделген жоғары сапалы бақылау жүйесін қамтамасыз ету қажет. Сәйкес сенсорларды таңдаудан бастап, құрылымның күйін бағалау жүйесін жобалауға дейін, құрылымның тұтастығын бағалау үшін ақпарат бере алатын үлкен көпір үшін Интеллектуалды бақылау жүйесін әзірлеуге дейін. Бұл мақалада жол құрылыстарында Көлік құралдарын тіркеу саласындағы соңғы инновациялық жетістіктер қарастырылады. Жүк көлігінің әрбір жеке түрін тану және жіктеу өте күрделі, өйткені олардың әртүрлі түрлері, әртүрлі осьтер саны және олардың орналасуы бар, бұл тану және жіктеу процесінде түсініксіздікті тудырады. Осы жіктеу түсініксіздіктерімен күресу үшін авторлар жасанды нейрондық желіге негізделген тану және жіктеу әдісін ұсынады. Жүк көліктері жиілік аймағында алынған жүк көлігі жүйелерінің сигналдарына жасанды нейрондық желіні қолдану арқылы жіктеледі. Нейрондық желі алынған сигналдарға үйретілгеннен кейін, ол алынған сигналдарды қолдана отырып, жүк көліктерінің түрін анықтау үшін қолданылады. Жіктеудің тиімділігі Германияның Берлин қаласындағы Фрейбрюк көпіріндегі эксперименттер арқылы бағаланды. Модельді оқыту Көлік құралдарын жіктеу үшін CNN әдісін қолдана отырып жүргізілді, нәтижесінде шамамен 95% классификацияның жалпы дәлдігі пайда болды.

**Түйін сөздер:** Structural Health Monitoring (SHM), көлік құралдарының классификациясы, нейрондық желілер, жасанды интеллект, инженерлік қондырғылар.



**B. E. RESNIK<sup>1</sup>, M. E. MANSUROVA<sup>2</sup>, ZH. E. BAIGARAYEVA<sup>2</sup>,  
G. A. AMIRKHANOVA<sup>2</sup>, S. SH.IXANOV<sup>2</sup>**

*<sup>1</sup>Berlin University of Applied Science, Berlin, Germany*

*<sup>2</sup>Al-Farabi Kazakh National University, Almaty, Kazakhstan*

## **THE CLASSIFICATION SYSTEM OF VEHICLES ON ROAD STRUCTURES USING ARTIFICIAL INTELLIGENCE**

*This study proposes a method based on an artificial neural network for classifying truck systems for monitoring road structures. As a rule, in order to guarantee structural and operational safety and provide early warning of damage or wear before expensive repairs or even catastrophic collapse of road structures, it is necessary to provide a high-quality monitoring system based on innovative methods. Starting from the selection of suitable sensors and ending with the design of a structural condition assessment system, the development of an intelligent monitoring system for a large bridge that is really capable of providing information for assessing the integrity of the structure. This article explores the latest innovative achievements in the field of vehicle registration on road structures. Recognition and classification of each individual type of cargo vehicle is very difficult, because there are different types of them, there are different numbers of axles and their location, which cause ambiguity in the recognition and classification process. To cope with these classification ambiguities, the authors propose a method of recognition and classification based on an artificial neural network. Cargo vehicles are classified by applying an artificial neural network to the signals of truck systems received in the frequency domain. Once the neural network is trained on the received signals, it is used to determine the type of cargo vehicles using the received signals. The effectiveness of the classification was evaluated by experiments on the Freybrücke Bridge in Berlin, Germany. Model training was applied using the CNN method for vehicle classification, which resulted in an overall classification accuracy of about 95%.*

**Key words:** *Structural Health Monitoring (SHM), classification of vehicles, neural networks, artificial intelligence, engineering structures, vehicles, frequency.*



**Г. У. УРАЗБОЕВ<sup>1</sup>, А. Т. БАЙМАНКУЛОВ<sup>2\*</sup>, М. М. ХАСАНОВ<sup>1</sup>, Т. А. ЖУАСПАЕВ<sup>3</sup>**

<sup>1</sup>Ургенчский государственный университет, Узбекистан,

<sup>2</sup>Костанайский региональный университет им. А.Байтурсынова,

<sup>3</sup>Костанайский инженерно-экономический университет имени М. Дулатова  
e-mail: gayrat71@mail.ru, bat\_56@mail.ru, hmuzaffar@mail.ru, g\_talgat\_a@mail.ru

## ПЕРИОДИЧЕСКИЕ РЕШЕНИЯ МОДИФИЦИРОВАННОГО УРАВНЕНИЯ КОРТЕВЕГА - ДЕ ФРИЗА В ГЕМОДИНАМИКЕ.

В данной работе рассматривается периодическое решение модифицированного уравнения Кортевега-де Фриза, применяемое для исследований процессов гемодинамики. Показано, что модифицированное уравнение Кортевега-де Фриза может быть проинтегрировано методом обратной спектральной задачи. Определена эволюция спектральных данных оператора Дирака с периодическим потенциалом, связанного с решением модифицированного уравнения Кортевега-де Фриза. Полученные результаты дают обоснование применимости метода обратной задачи для решения модифицированного уравнения Кортевега-де Фриза для изучений законов гемодинамики.

**Ключевые слова:** нагруженное модифицированное уравнение Кортевега-де Фриза, оператор Дирака, обратная спектральная задача, система уравнений Дубровина-Трубовица, формулы следов.

**Введение.** Одним из представителей класса, вполне интегрируемых нелинейных уравнений в частных производных, имеющих большое прикладное значение, является модифицированное уравнение Кортевега-де Фриза (мКдФ). Полная интегрируемость этого уравнения методом обратной задачи, в классе быстроубывающих функций, впервые была установлена в работе М.Вадати [1]. Исследованию уравнения мКдФ в классе конечнозонных функций посвящены работы [2], [3].

В гемодинамике широко применяется модель, в которой артерия описывается в виде тонкостенной, предварительно напряженной упругой трубки с варьируемым радиусом (со стенозом), а кровь рассматривается идеальной жидкостью [4]. Основу модели, реализующую слабые нелинейные волновые процессы в вышеуказанных, заполненных жидкостью упругих трубках, составляет модифицированное уравнение Кортевега-де Фриза с переменным коэффициентом

$$q_t + \mu_2 q^2 q_x + \mu_3 q_{xxx} + h(t)q_x = 0,$$

где  $\mu_2$ ,  $\mu_3$  – коэффициенты, характеризующие параметры материала трубки.  $t$  является отмасштабированной координатой вдоль оси сосуда после статической деформации, характеризующей осесимметричный стеноз на поверхности артериальной стенки,  $x$  является переменной, зависящей от времени и координаты вдоль оси сосуда,  $h(t)$  является формой стеноза, и  $q$  характеризует усредненную осевую скорость жидкости.

---

\* E-mail корреспондирующего автора: bat\_56@mail.ru

**Постановка задачи.** Рассматривается уравнение мКдФ с нагруженным членом

$$q_t = 6q^2 q_x - q_{xxx} + h(t)q_x, \quad t > 0, \quad x \in R, \tag{1}$$

с начальным условием

$$q(x, t)|_{t=0} = q_0(x), \tag{2}$$

в классе  $\pi$  - периодических по  $x$  функций, с действительными значениями

$$q(x, t) \in C_x^3(t > 0) \cap C_t^1(t > 0) \cap C(t \geq 0), \tag{3}$$

здесь  $h(t)$  – действительная непрерывная функция. При изучении задачи (1)-(3) используется следующий оператор Дирака

$$Ly \equiv B \frac{dy}{dx} + \Omega(x)y = \lambda y, \quad x \in R, \tag{4}$$

где

$$B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \Omega(x) = \begin{pmatrix} 0 & q(x) \\ q(x) & 0 \end{pmatrix}, \quad y = \begin{pmatrix} y_1(x) \\ y_2(x) \end{pmatrix}.$$

Требуется показать процедуру построения решения  $q(x, t)$  задачи (1)-(3), в рамках обратной спектральной задачи для уравнения Дирака (4).

**Методы и результаты исследования.** Обозначим через  $c(x, \lambda) = (c_1(x, \lambda), c_2(x, \lambda))^T$  и  $s(x, \lambda) = (s_1(x, \lambda), s_2(x, \lambda))^T$  решения уравнения (4), удовлетворяющие начальным условиям

$$c(0, \lambda) = (1, 0)^T \quad \text{и} \quad s(0, \lambda) = (0, 1)^T.$$

Функцию  $\Delta(\lambda) = c_1(\pi, \lambda) + s_2(\pi, \lambda)$  называют функцией Ляпунова или дискриминантом Хилла для оператора Дирака (4).

Спектр оператора (4) состоит из следующего множества

$$E = \{ \lambda \in R : -2 \leq \Delta(\lambda) \leq 2 \} = R \setminus \left\{ \bigcup_{n=-\infty}^{\infty} (\lambda_{2n-1}, \lambda_{2n}) \right\}.$$

Интервалы  $(\lambda_{2n-1}, \lambda_{2n})$ ,  $n \in Z$  называются лакунами.

Корни уравнения  $s_1(\pi, \lambda) = 0$  обозначим через  $\xi_n$ ,  $n \in Z$ . Числа  $\xi_n$ ,  $n \in Z$  совпадают с собственными значениями задачи Дирихле  $y_1(0) = 0$ ,  $y_1(\pi) = 0$  для системы (4) и выполняются соотношения  $\xi_n \in [\lambda_{2n-1}, \lambda_{2n}]$ ,  $n \in Z$ .

Числа  $\xi_n \in [\lambda_{2n-1}, \lambda_{2n}]$ ,  $n \in Z$  и знаки  $\sigma_n = \text{sign} \{ s_2(\pi, \xi_n) - c_1(\pi, \xi_n) \}$ ,  $n \in Z$  называются спектральными параметрами задачи (4). Спектральные параметры  $\xi_n$ ,  $\sigma_n$ ,  $n \in Z$  и границы спектра  $\lambda_n$ ,  $n \in Z$  называются спектральными данными задачи (4). Нахождение спектральных данных задачи (4) называется прямой задачей, а восста-

новление коэффициентов  $q(x)$  по спектральным данным называется обратной задачей.

Если в задаче (4), вместо  $q(x)$  рассмотреть  $q(x + \tau)$ , то спектр полученной задачи не зависит от параметра  $\tau$ :  $\lambda_n(\tau) \equiv \lambda_n$ ,  $n \in Z$ , а спектральные параметры зависят от параметра  $\tau$ :  $\xi_n(\tau)$ ,  $\sigma_n(\tau)$ ,  $n \in Z$ . Эти спектральные параметры удовлетворяют аналогу системы уравнений Дубровина-Трубовица:

$$\frac{d\xi_n}{d\tau} = (-1)^{n-1} \sigma_n(\tau) \sqrt{(\xi_n - \lambda_{2n-1})(\lambda_{2n} - \xi_n)} \cdot \sqrt{\prod_{\substack{k=-\infty, \\ k \neq n}}^{\infty} \frac{(\lambda_{2k-1} - \xi_n)(\lambda_{2k} - \xi_n)}{(\xi_k - \xi_n)^2}}, \quad n \in Z.$$

При каждом столкновении  $\xi_n(\tau)$  с границами своей лакуны  $[\lambda_{2n-1}, \lambda_{2n}]$  знак  $\sigma_n(\tau)$  – меняется на противоположный.

Система уравнений Дубровина-Трубовица, а также следующие формулы следов

$$q(\tau) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} (-1)^{n-1} \sigma_n(\tau) h_n(\xi(\tau))$$

дают метод решения обратной спектральной задачи.

Основной результат сформулируем в виде теоремы.

**Теорема.** Пусть  $q(x, t)$  решение задачи (1)-(3). Тогда спектр оператора

$$L(t)y \equiv B \frac{dy}{dx} + \begin{pmatrix} 0 & q(x, t) \\ q(x, t) & 0 \end{pmatrix} = \lambda y$$

не зависит от параметра  $t$ , а спектральные параметры  $\xi_n(t)$ ,  $n \in Z$  удовлетворяют аналогу системы уравнений Дубровина-Трубовица:

$$\dot{\xi}_n(t) = 2(-1)^n \sigma_n(t) h_n(\xi) \xi_n \{-2[q^2(0, t) + q_x(0, t)] - 4\xi_n^2 - h(t)\}, \quad n \in Z, \quad (5)$$

где

$$h_n(\xi) = \sqrt{(\xi_n - \lambda_{2n-1})(\lambda_{2n} - \xi_n)} \cdot \sqrt{\prod_{\substack{k=-\infty, \\ k \neq n}}^{\infty} \frac{(\lambda_{2k-1} - \xi_n)(\lambda_{2k} - \xi_n)}{(\xi_k - \xi_n)^2}}.$$

Знаки  $\sigma_n(t) = \pm 1$  меняются при каждом столкновении точки  $\xi_n(t)$  с границами своей лакуны  $[\lambda_{2n-1}, \lambda_{2n}]$ . Кроме того, выполняются следующие начальные условия

$$\xi_n(t)|_{t=0} = \xi_n^0, \quad \sigma_n(t)|_{t=0} = \sigma_n^0, \quad n \in Z, \quad (6)$$

где  $\xi_n^0, \sigma_n^0$ ,  $n \in Z$  – спектральные параметры оператора Дирака с коэффициентом  $q_0(x)$ .

**Доказательство.** Обозначим через  $\xi_n(t)$ ,  $n \in Z$  собственные значения задачи Дирихле

$$y_1(0) = 0, \quad y_1(\pi) = 0 \quad (7)$$

для уравнения (4). Пусть  $y_n(x, t) = (y_{n,1}(x, t), y_{n,2}(x, t))^T$ ,  $n \in Z$  ортонормированные собственные вектор-функции задачи Дирихле (4), (7), соответствующие собственным значениям  $\xi_n(t)$ ,  $n \in Z$ . Не ограничивая общность, можно считать, что собственные вектор-функции  $y_n(x, t)$ ,  $n \in Z$  принимают действительные значения.

Дифференцируя по  $t$  равенство  $\xi_n(t) = (L(t)y_n, y_n)$  и пользуясь симметричностью оператора  $L(t)$ , имеем

$$\dot{\xi}_n(t) = (\dot{\Omega}(x, t)y_n, y_n). \quad (8)$$

Используя явный вид скалярного произведения

$$(y, z) = \int_0^\pi [y_1(x)\bar{z}_1(x) + y_2(x)\bar{z}_2(x)] dx, \quad y = \begin{pmatrix} y_1(x) \\ y_2(x) \end{pmatrix}, \quad z = \begin{pmatrix} z_1(x) \\ z_2(x) \end{pmatrix},$$

равенство (8) перепишем в виде

$$\dot{\xi}_n(t) = 2 \int_0^\pi y_{n,1}y_{n,2} q_t dx. \quad (9)$$

Подставляя (1) в (9), находим

$$\dot{\xi}_n(t) = 2 \int_0^\pi y_{n,1}y_{n,2} (6q^2 q_x - q_{xxx}) dx + 2h(t) \int_0^\pi y_{n,1}y_{n,2} q_x dx. \quad (10)$$

Прямым вычислением производной показывается, что

$$\begin{aligned} \{2\xi_n q_x \cdot (y_{n,1}^2 - y_{n,2}^2) + 2(4\xi_n^2 q + 2q^3 - q_{xx}) y_{n,1}y_{n,2} - 2\xi_n (2\xi_n^2 + q^2) \cdot (y_{n,1}^2 + y_{n,2}^2)\}_x = \\ = 2y_{n,1}y_{n,2} (6q^2 q_x - q_{xxx}). \end{aligned}$$

Поэтому

$$2 \int_0^\pi y_{n,1}y_{n,2} (6q^2 q_x - q_{xxx}) dx = -2\xi_n [q^2(0, t) + q_x(0, t) + 2\xi_n^2] \cdot [y_{n,2}^2(\pi, t) - y_{n,2}^2(0, t)]. \quad (11)$$

Теперь вычислим второй интеграл в равенстве (10):

$$2h(t) \int_0^\pi y_{n,1}y_{n,2} q_x dx = -\xi_n h(t) [y_{n,2}^2(\pi, t) - y_{n,2}^2(0, t)] \quad (12)$$

Из (10), (11) и (12) выводим, что

$$\dot{\xi}_n(t) = 2(-1)^n \sigma_n(t) [y_{n,2}^2(\pi, t) - y_{n,2}^2(0, t)] \xi_n \{-2[q^2(0, t) + q_x(0, t)] - 4\xi_n^2 - h(t)\}, \quad n \in Z. \quad (13)$$

Из равенства

$$\int_0^\pi [s_1^2(x, \lambda, t) + s_2^2(x, \lambda, t)] dx = s_1(\pi, \lambda, t) \cdot \frac{\partial s_2(\pi, \lambda, t)}{\partial \lambda} - s_2(\pi, \lambda, t) \cdot \frac{\partial s_1(\pi, \lambda, t)}{\partial \lambda}$$

находим формулу для нормы собственной вектор-функции  $s(x, \xi_n(t), t)$  задачи Дирихле (4), (7), соответствующие собственному значению  $\xi_n(t)$  :

$$c_n^2(t) = \int_0^\pi [s_1^2(x, \xi_n(t), t) + s_2^2(x, \xi_n(t), t)] dx = -\frac{\partial s_1(\pi, \xi_n(t), t)}{\partial \lambda} \cdot s_2(\pi, \xi_n(t), t). \quad (14)$$

Используя равенство

$$y_n(x, t) = \frac{1}{c_n(t)} s(x, \xi_n(t), t)$$

и (13), имеем

$$y_{n,2}^2(\pi, t) - y_{n,2}^2(0, t) = \frac{s_2^2(\pi, \xi_n(t), t) - 1}{c_n^2(t)} = -\frac{s_2(\pi, \xi_n(t), t) - \frac{1}{s_2(\pi, \xi_n(t), t)}}{\frac{\partial s_1(\pi, \xi_n(t), t)}{\partial \lambda}}. \quad (15)$$

Подставляя значения  $x = \pi$  и  $\lambda = \xi_n(t)$  в тождество

$$c_1(x, \lambda, t) s_2(x, \lambda, t) - c_2(x, \lambda, t) s_1(x, \lambda, t) = 1,$$

находим

$$c_1(\pi, \xi_n(t), t) = \frac{1}{s_2(\pi, \xi_n(t), t)}. \quad (16)$$

Учитывая равенство (16) и следующее тождество

$$[c_1(\pi, \lambda, t) - s_2(\pi, \lambda, t)]^2 = (\Delta^2(\lambda) - 4) - 4c_2(\pi, \lambda, t) s_1(\pi, \lambda, t),$$

получим

$$s_2(\pi, \xi_n(t), t) - \frac{1}{s_2(\pi, \xi_n(t), t)} = \sigma_n(t) \sqrt{\Delta^2(\xi_n(t)) - 4}, \quad (17)$$

где

$$\Delta(\lambda) = c_1(\pi, \lambda, t) + s_2(\pi, \lambda, t), \quad \sigma_n(t) = \text{sign}\{s_2(\pi, \xi_n(t), t) - c_1(\pi, \xi_n(t), t)\}.$$

Из (15) и (17) выводим

$$y_{n,2}^2(\pi, t) - y_{n,2}^2(0, t) = -\frac{\sigma_n(t) \sqrt{\Delta^2(\xi_n(t)) - 4}}{\frac{\partial s_1(\pi, \xi_n(t), t)}{\partial \lambda}}. \quad (18)$$

Используя следующие разложения

$$\Delta^2(\lambda) - 4 = -4\pi^2 \prod_{k=-\infty}^{\infty} \frac{(\lambda - \lambda_{2k-1})(\lambda - \lambda_{2k})}{a_k^2}, \quad s_1(\pi, \lambda, t) = \pi \prod_{k=-\infty}^{\infty} \frac{\xi_k - \lambda}{a_k},$$

где  $a_0 = 1$  и  $a_k = k$  при  $k \neq 0$ , равенство (18) можем переписать в следующем виде:

$$y_{n,2}^2(\pi, t) - y_{n,2}^2(0, t) = 2(-1)^n \sigma_n(t) h_n(\xi) . \tag{19}$$

При этом мы воспользовались и равенством

$$\text{sign} \left\{ -\frac{\pi}{a_n} \prod_{\substack{k=-\infty \\ k \neq n}}^{\infty} \frac{\xi_k - \xi_n}{a_k} \right\} = (-1)^{n-1} .$$

Подставляя выражение (19) в тождество (13), выводим (5).

Если заменить граничные условия Дирихле периодическими  $y(\pi) = y(0)$  или антипериодическими  $y(\pi) = -y(0)$  граничными условиями, то вместо уравнения (13) имеем  $\dot{\lambda}_n = 0$ . Значит, собственные значения  $\lambda_n, n \in Z$  периодической и антипериодической задачи не зависят от параметра  $t$ . **Теорема доказана.**

**Следствие 1.** Если мы вместо  $q(x, t)$  рассмотрим  $q(x + \tau, t)$ , то собственные значения периодической и антипериодической задачи не зависят от параметров  $\tau, t$ , а собственные значения  $\xi_n$  задачи Дирихле и знаки  $\sigma_n$  зависят от  $\tau, t$ :  $\xi_n = \xi_n(\tau, t), \sigma_n = \sigma_n(\tau, t) = \pm 1, n \in Z$ .

В этом случае система (5) примет вид

$$\frac{\partial \xi_n}{\partial t} = 2(-1)^n \sigma_n(\tau, t) h_n(\xi) \xi_n \{ -2[q^2(\tau, t) + q_x(\tau, t)] - 4\xi_n^2 - h(t) \}, n \in Z . \tag{20}$$

Здесь

$$s_1(\pi, \lambda, t, \tau) = \pi \prod_{k=-\infty}^{\infty} \frac{\xi_k - \lambda}{a_k} . \tag{21}$$

Учитывая формулы следов

$$q^2(\tau, t) + q_\tau(\tau, t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \left( \frac{\lambda_{2k-1}^2 + \lambda_{2k}^2}{2} - \xi_k^2(\tau, t) \right) \tag{22}$$

систему (20) можно переписать в замкнутой форме.

**Следствие 2.** На основании теоремы получаем метод решения задачи (1)-(3). Для этого сначала найдем спектральные данные  $\lambda_n, \xi_n^0(\tau), \sigma_n^0(\tau), n \in Z$ , соответствующие коэффициенту  $q_0(x + \tau)$ . Далее решаем задачу Коши

$$\xi_n(\tau, t)|_{t=0} = \xi_n^0(\tau), \sigma_n(\tau, t)|_{t=0} = \sigma_n^0(\tau), n \in Z$$

для системы уравнений Дубровина-Трубовица (20). После этого по формуле следов

$$q(\tau, t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} (-1)^{n-1} \sigma_n(\tau, t) h_n(\xi) \tag{23}$$

определяем  $q(x, t)$ .



## ЛИТЕРАТУРА

- 1 Wadati M. The exact solution of the modified Korteweg-de Vries equation. // J. Phys. Soc. Japan, 1972, v. 32, pp. 1681.
- 2 Итс А.Р. Точное интегрирование в римановых  $\theta$ -функциях нелинейного уравнения Шредингера и модифицированного уравнения Кортевега-де Фриза. Дисс. канд. физ.-мат. наук, Л.: ЛГУ, 1977.
- 3 Смирнов А.О. Эллиптические решения нелинейного уравнения Шредингера и модифицированного уравнения Кортевега-де Фриза. // Мат. сб., 1994, т. 185, N 8, с. 103-114.
4. Demiray H. Variable coefficient modified KdV equation in fluid-filled elastic tubes with stenosis: Solitary waves // Chaos Soliton Fract. 2009. Vol. 42. No. 1. - P. 358–364.
- 5 Yakhshimuratov A. B. and Khasanov M. M. Integration of the Modified Korteweg-de Vries Equation with a Self-Consistent Source in the Class of Periodic Functions // ISSN 0012-2661, Differential Equations, 2014, Vol. 50, No. 4, pp. 533–540.
- 6 Хасанов А.Б., Уразбоев Г.У. Метод решения уравнения мКдФ с самосогласованным источником. // Узб. матем. журнал, 2003, N 1, с. 69-75.
- 7 Мисюра Т.В. Характеристика спектров периодической и антипериодической краевых задач, порожаемых операцией Дирака I. // Теория функций, функц. анализ и их прил., 1978, вып. 30, с. 90-101.

## REFERENCES

- 1 Wadati M. The exact solution of the modified Korteweg-de Vries equation. // J. Phys. Soc. Japan, 1972, v. 32, pp. 1681.
- 2 Its A.R. Tochnoe integrirovaniye v rimanovyh  $\theta$ -funkciyah nelinejnogo uravneniya Shredingera i modifitsirovannogo uravneniya Kortevega-de Friza. Diss. kand. fiz.-mat. nauk, L.: LGU, 1977.
- 3 Smirnov A.O. Ellipticheskie resheniya nelinejnogo uravneniya Shredingera i modifitsirovannogo uravneniya Kortevega-de Friza. // Mat. sb., 1994, t. 185, N 8, s. 103-114.
- 4 Demiray H. Variable coefficient modified KdV equation in fluid-filled elastic tubes with stenosis: Solitary waves // Chaos Soliton Fract. 2009. Vol. 42. No. 1. - P. 358–364.
- 5 Yakhshimuratov A. B. and Khasanov M. M. Integration of the Modified Korteweg-de Vries Equation with a Self-Consistent Source in the Class of Periodic Functions // ISSN 0012-2661, Differential Equations, 2014, Vol. 50, No. 4, pp. 533–540.
- 6 Hasanov A.B., Urazboev G.U. Metod resheniya uravneniya mKdF s samosoglasovannym istochnikom. // Uzb. matem. zhurnal, 2003, N 1, s. 69-75.
- 7 Misyura T.V. Harakteristika spektrov periodicheskoy i antiperiodicheskoy kraevykh zadach, porozhdaemykh operaciej Diraka I. // Teoriya funkciy, funkts. analiz i ih pril., 1978, vyp. 30, s. 90-101.

**Г. У. УРАЗБОЕВ<sup>1</sup>, А. Т. БАЙМАНКУЛОВ<sup>2</sup>, М. М. ХАСАНОВ<sup>1</sup>, Т. А. ЖУАСПАЕВ<sup>3</sup>**

<sup>1</sup>Ургенч мемлекеттік университеті Өзбекстан,

<sup>2</sup>А. Байтұрсынов атындағы Қостанай өңірлік университеті,

<sup>3</sup>М. Дулатов атындағы Қостанай инженерлік-экономикалық университеті

**ГЕМОДИНАМИКАДАҒЫ МОДИФИКАЦИЯЛАНҒАН КОРТЕВЕГ –  
ДЕ ФРИЗ ТЕНДЕУІНІҢ ПЕРИОДТІ ШЕШІМДЕРІ**

Бұл жұмыс гемодинамика процестерін зерттеу үшін қолданылатын модификацияланған Кортевег-де Фриз теңдеуінің мерзімді шешімін қарастырады. Кортевег-де Фриздің өзгертілген теңдеуін кері спектрлік есеп әдісімен интегралдауға болатындығы көрсетілген. Модификацияланған Кортевег-де Фриз теңдеуін шешумен байланысты периодтық потенциалы бар Дирак операторының спектрлік деректерінің эволюциясы анықталды. Нәтижелер гемодинамика заңдарын зерттеу үшін өзгертілген Кортевег-де Фриз теңдеуін шешу үшін кері есеп әдісінің қолданылуын негіздейді.

**Түйін сөздер:** жүктелген модификацияланған Кортевег-де Фриз теңдеуі, Дирак операторы, кері спектрлік есеп, Дубровин-Трубовиц теңдеулер жүйесі, із формулалары.

**G. U. URAZBOEV<sup>1</sup>, A. T. BAIMANKULOV<sup>2</sup>, M. M. HASANOV<sup>1</sup>,  
T. A. ZHUASPAYEV<sup>3</sup>**

*Urgench State University<sup>1</sup> (Uzbekistan),  
Kostanay Regional University named after A. Baitursynov<sup>2</sup>,  
Kostanay Engineering and Economics University named after M. Dulatov<sup>3</sup>*

### **PERIODIC SOLUTIONS OF THE MODIFIED KORTEWEG–DE VRIES EQUATION IN HEMODYNAMICS.**

*In this paper, we consider the periodic solution of the modified Korteweg-de Vries equation used for studies of hemodynamic processes. It is shown that the modified Korteweg-de Vries equation can be integrated by the inverse spectral problem method. The evolution of the spectral data of the Dirac operator with a periodic potential associated with the solution of the modified Korteweg-de Vries equation is determined. The obtained results substantiate the applicability of the inverse problem method for solving the modified Korteweg-de Vries equation for studying the laws of hemodynamics.*

**Keywords:** loaded modified Korteweg-de Vries equation, Dirac operator, inverse spectral problem, Dubrovin-Trubovitz equation system, trace formulas.

УДК 544.7, 678.5-405.8

<https://doi.org/10.47533/2020.1606-146X.221>

**Р. М. ДЖУМАГАЛИЕВ<sup>1</sup>, О. К. КОКУШЕВ<sup>1</sup>, Т. Р. ДЖУМАГАЛИЕВ<sup>1</sup>,  
А. Б. КОНУСБАЕВ<sup>2\*</sup>, И. А. ВАСИНА<sup>3</sup>**

<sup>1</sup> ТОО «Global Fire Protection», Алматы, Республика Казахстан

<sup>2</sup> ТОО «Проектная академия KAZGOR». Алматы, Республика Казахстан

<sup>3</sup> ТОО «RDfire Group», г. Алматы, Республика Казахстан

E-mail: [ruslan\\_djum@mail.ru](mailto:ruslan_djum@mail.ru), [gfp\\_office@mail.ru](mailto:gfp_office@mail.ru), [virina19641024@gmail.com](mailto:virina19641024@gmail.com)

### **НОВЫЕ ПОДХОДЫ К ОБЕСПЕЧЕНИЮ ПОЖАРНОЙ БЕЗОПАСНОСТИ МНОГОЭТАЖНЫХ ЖИЛЫХ ЗДАНИЙ НА СТАДИИ ПРОЕКТИРОВАНИЯ**

*На основе анализа пожаров сделан вывод о том, что основное количество пожаров приходится на жилой сектор как в Казахстане, так и за рубежом. На основании моделирования пожара в квартире и процесса эвакуации людей из нее, анализа расчетов, проведенных для современных многоэтажных жилых комплексов, спроектированных с участием авторов, сделан вывод о разработке дополнительных критериев по безопасной эвакуации из здания. В результате исследования установлено, что основное влияние на значение максимального расстояния от наиболее удаленной точки квартиры до выхода оказывает ее конфигурация и габариты, а критериальными параметрами являются площадь и расстояние от наиболее удаленной точки до выхода из квартир, которые составляют 80 м<sup>2</sup> и 12 м соответственно.*

**Ключевые слова:** пожар, пожарная безопасность в многоэтажных жилых домах, эвакуация, моделирование, строительные нормы, площадь квартиры, расстояние от наиболее удаленной точки до выхода.

**Введение.** Обеспечение пожарной безопасности в жилье является важной социально-экономической проблемой, вызванной тем, что пожары в жилом секторе занимают основное место от общего числа пожаров. По данным о структуре распределения пожаров в Республики Казахстан, произошедших в 2021 году (рисунок 1), видно, что пожары в жилье составляют 65,7%. Мировая статистика пожаров по объектам различного назначения также показывает, что жилые дома – наиболее пожароопасные объекты, здесь происходит более 70% от общего числа пожаров [1]. Таким образом, обеспечение пожарной безопасности в жилом секторе является актуальной проблемой не только для нашей страны, но и для мирового сообщества в целом.

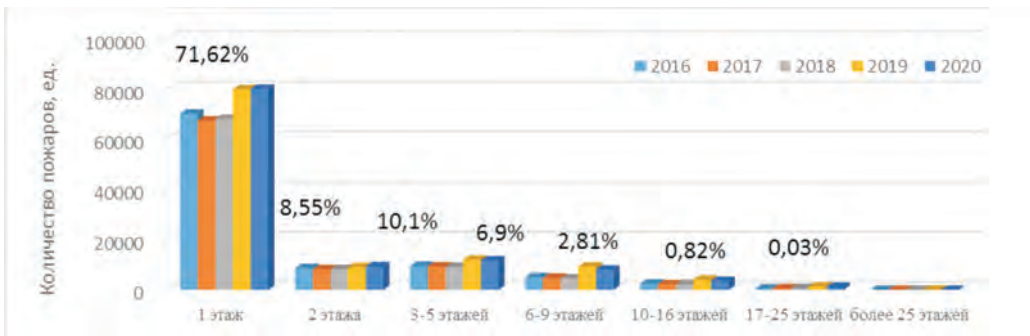
---

\* E-mail корреспондирующего автора: [gulfaruz.issa@kazgor.kz](mailto:gulfaruz.issa@kazgor.kz)

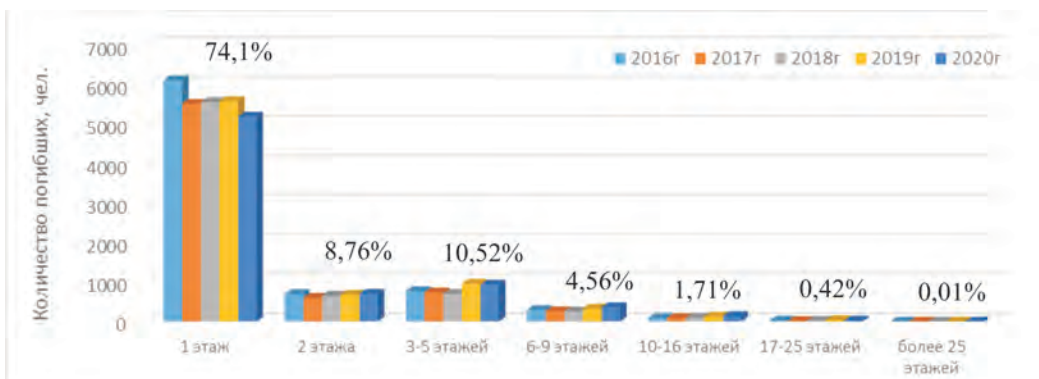


**Рисунок 1** – Распределение пожаров по объектам их возникновения за 2021 год

На города приходится половина всех пожаров, произошедших в жилом секторе, при этом численность и плотность городского населения превышает численность сельского. Однако в сельской местности преобладает малоэтажная застройка жилого сектора, а в городах, особенно крупных – многоэтажная. На рисунках 2 и 3 приведены данные по относительным показателям обстановки с пожарами за 2016-2020 гг., возникшими в жилом секторе в зданиях различной этажности.



**Рисунок 2** – Показатели количества пожаров в жилом секторе в зданиях различной этажности за период 2016-2020 годы



**Рисунок 3** – Показатели количества погибших на пожарах в жилом секторе в зданиях различной этажности за период 2016-2020 годы

Данные показывают, что основная доля пожаров и пострадавших от них приходится на одноэтажные строения (71,6% пожаров и 74,1% пострадавших). На пожары в многоэтажных зданиях в шесть и более этажей приходится 10,6% от всех пожаров в жилом секторе и 6,7% пострадавших на них. Вместе с тем, в силу своей высокой пожарной опасности, последствия пожаров в многоэтажных зданиях носят более тяжелый характер, а травматизм и гибель людей может носить массовый характер. Это определяет необходимость искать новые подходы к обеспечению безопасности людей при пожаре в многоэтажных жилых домах и прежде всего на стадии проектирования объектов. Объектами исследования стали процессы безопасной эвакуации людей и их самоспасения при пожаре в квартире многоэтажного жилого здания.

**Методы исследования.** Создание реального пожара жилого дома для исследования процесса эвакуации людей является задачей повышенной сложности, поэтому при проведении исследований использованы методы математического моделирования.

Проведенные исследования можно разделить на три этапа.

1. Моделирование развития пожара. В данном случае речь идет о динамике опасных факторов пожара с выделением момента, когда один из компонентов факторов пожара достигнет критического значения, опасного для человека. В работе использовался полевой метод моделирования развития пожара, в котором отсутствуют ограничения по геометрическим характеристикам здания и помещений, при этом производится наиболее полный анализ развития пожара. В любой момент времени исследователь получает поля плотности, давления газовой среды, температуры, скорости и концентраций газообразных продуктов горения, оптической плотности дыма.

2. Моделирование эвакуации людей. Нами использовалась модель индивидуально-поточного типа, которая позволила моделировать движение каждого отдельного человека с учетом движения других людей и имеющихся препятствий в помещении, а также зависимости скорости человека от локальной плотности людского потока.

3. На основе анализа произведенных расчетов путем сравнения формировался вывод о вероятности безопасной эвакуации из здания. Поскольку в рамках работы производилось моделирование для ряда современных многоэтажных жилых комплексов, то на данном этапе также реализовано обобщение всех расчетов с использованием статистических методов.

**Аналитический обзор по теме исследования.** При решении теоретических и прикладных задач обеспечения пожарной безопасности преимущественно применяются подходы, основанные на методах определения и оценки пожарных рисков. Большой вклад в развитие теории пожарных рисков в помещениях и моделирования пожаров внесли Ю.А. Кошмаров, Ю.С. Зотов, В.М. Астапенко, М.П. Башкирцев, В.А. Пчелинцев, А.М. Рыжов, С.В. Пузач, А.Ю. Снегирёв, С.П. Юн, А.М. Касымов [2-5]. Разработанные ими модели описывают изменение среднеобъемных параметров состояния газовой среды (плотность, температура, концентрация кислорода и продуктов горения, оптическая плотность) во времени при пожаре в помещении.

Расчет фактического времени эвакуации людей в зависимости от их количества, а также габаритов и конфигурации помещения выполнялся при помощи упрощенно-аналитической, имитационно-стохастической или индивидуально-поточной моделей,

изложенных, например, в работе [6]. В работах отечественных авторов также затрагивались вопросы моделирования внутренних и открытых пожаров, динамики развития их опасных факторов [7-10].

Имеющийся научный задел по исследованию пожаров в помещении позволил авторам статьи инициировать и принять участие в разработке национальных стандартов СТ РК 2881-1 – 2016 [11] и СТ РК 3020-2017 [12], устанавливающих методы оценки пожарного риска и определения расчетных величин пожарного риска в зданиях и сооружениях различных классов функциональной пожарной опасности.

Разработанные на основе описанных методик программные продукты позволяют проводить численные эксперименты по моделированию пожаров и эвакуации людей для помещений различной конфигурации. Обобщение результатов моделирования, статистическая их обработка позволили разработать предложения по совершенствованию противопожарного нормирования. Анализ литературных источников показал, что ранее такие работы не проводились как у нас в стране, так и за рубежом.

**Обсуждение полученных результатов.** Проведен анализ реальных проектных решений современных жилых комплексов в части определения путей эвакуации в квартирах многоэтажных жилых зданий различной планировки. Ключевыми факторами, определяющими минимальное расстояние от наиболее удаленной точки квартиры до выхода из нее, будут являться ее габариты и планировка, отдаленность выхода из комнаты до общего выхода из квартиры, соотношения линейных размеров квартиры. Если квартира имеет квазиквадратную планировку с расположением входной двери ближе к ее центру, время безопасной эвакуации будет меньше. При более вытянутой квартире время эвакуации их крайних комнат будет больше по сравнению с центрально расположенными комнатами.

Площадь квартиры является характеристикой ее габаритов. Кроме того, объем квартиры, который является функцией площади оказывает значительное влияние на время достижения пороговых значений опасных факторов пожара. С одной стороны, чем больше площадь квартиры, тем большее расстояние должен преодолеть человек, чтобы покинуть квартиру при пожаре, с другой стороны, при этом возрастает допустимое время, за которое он должен покинуть опасную зону из-за повышения объема квартиры.

Наибольший интерес представляет критическое значение площади помещения, при которой возникает опасность для людей при пожаре по основным путям эвакуации.

Расчеты производились из предположения, что время начала эвакуации принималось для оповещения второго типа. В действующие нормы по оборудованию зданий системами автоматической пожарной сигнализации (далее - АПС) и системами оповещения и управления эвакуацией людей (далее - СОУЭ) предложены изменения, значительно повышающие возможность самостоятельной эвакуации людей путем снижения времени реакции на возникновение пожара [13]. Эти изменения еще не учтены, поэтому расчеты проводились по действующей методике [12].

Проведен анализ поэтажных планов проектов жилых комплексов в части определения расстояний от наиболее удаленной точки квартиры до выхода. Анализ проводился для жилых комплексов: ЖК «Атмосфера», ЖК «Европа» – г. Астана; ЖК



«Альтаир» – г. Шымкент; ЖК «СПА»; ЖК «Lake town» – г. Алматы. Всего проанализировано более 30 квартир различной планировки.

Расстояние фактического пути эвакуации в квартирах с разным количеством комнат определялось при помощи САПР AutoCAD, а также с использованием классической теории по расчету расстояния между двумя точками на плоскости при известных координатах. На рисунке 4 в стилизованном виде показан план квартиры. Точка D является наиболее удаленной точкой. Точка A – это точка центра выхода из квартиры. Точки B и C являются точками в геометрическом центре дверных проемов по пути к выходу. Таким образом, путем эвакуации из квартиры является ломаная линия ABCD. В зависимости от сложности планировки количество звеньев ломаной линии может быть увеличено.

$$AD = AB + BC + CD \quad (1)$$

где AD – расстояние от наиболее удаленной точки до выхода из квартиры, м; DC – расстояние от наиболее удаленной точки до выхода из комнаты, м; CB – расстояние от выхода из комнаты до промежуточного проема, м; BA – расстояние от промежуточного проема до выхода из квартиры, м.

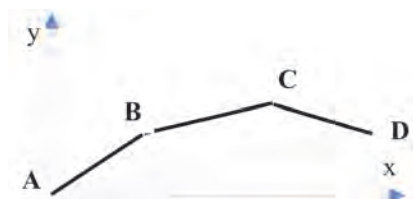


Рисунок 4 – Схема пути эвакуации из квартиры при пожаре

Длину каждого звена нашей ломаной линии определим по формулам (2-4):

$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} \quad (2)$$

$$BC = \sqrt{(x_C - x_B)^2 + (y_C - y_B)^2} \quad (3)$$

$$CD = \sqrt{(x_D - x_C)^2 + (y_D - y_C)^2} \quad (4)$$

где,  $x$  и  $y$  – линейные координаты соответствующих индексу точек, м.

Для простоты решения задачи центром системы координат принимаем центр дверного проема на выходе из квартиры, тогда обе координаты для точки A обращаются в ноль (рисунок 5).



Рисунок 5 – Схема пути эвакуации из комнаты  $A(x_A, y_A)$ ,  $B(x_B, y_B)$

$$AB = \sqrt{x_B^2 + y_B^2} \quad (5)$$

Априори предположено, что габариты квартиры, площадь или количество комнат будут определяющим фактором для величины расстояния от наиболее удаленной точки до входной двери.

На рисунке 6 показаны схематичные данные по расстоянию в зависимости от площади квартиры, количеству комнат, полученные при анализе фактических проектных решений.

Горизонтальная прямая на графике соответствует принятому авторами предельно допустимому значению безопасному расстоянию, равному 12 метров. Точки, расположенные выше данной прямой, относятся к квартирам определенной площади, для которых необходимы дополнительные технические или проектные решения по эвакуации или спасению людей, например, устройство аварийных выходов.

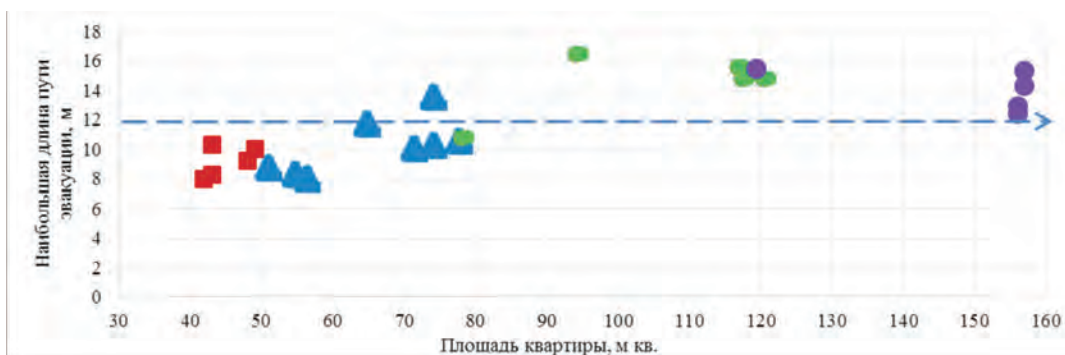


Рисунок 6 – Распределение наибольшей длины пути эвакуации

Чтобы сгладить разброс данных, для наглядности и удобства дальнейшей обработки данных, необходимо измеренные полученные точки располагать достаточно равномерно по всей исследуемой области [14].

Для этого сгруппируем данные по площади квартир на участках с интервалом  $\Delta S$  равным  $10 \text{ м}^2$ . Статистическая обработка точек, попавших в один интервал, осуществлялась следующим образом. Определялось статистическое среднее данных на участке:

$$m_x^* = \frac{\sum_{i=1}^n X_i}{n} \quad (6)$$

где,  $X_i$  – результат измерения (наибольшая длина пути эвакуации в интервале  $\Delta S$  площади квартиры);  $n$  – число измерений (количество квартир в выбранном интервале).

Среднюю квадратическую погрешность рассчитывали по формуле (7):

$$n_s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (m_x^* - x_i)^2}{n-1}} \quad (7)$$

В результате получаем средние значения площади квартиры, сгруппированные на участках с  $\Delta S$  равным  $10 \text{ м}^2$ . Данные результатов расчетов средних значений наибольшего пути эвакуации, среднеквадратичных отклонений представлены в таблице 1.

Совокупность всех расчетов по S и L показана на графике на рисунке 6.

Отрезки, отложенные у каждой точки, означают величину доверительных интервалов, соответствующих измеренным значениям наибольшей длине пути эвакуации и площади квартиры. Эти интервалы определялись для доверительной вероятности  $P=0,95$  по формуле (8):

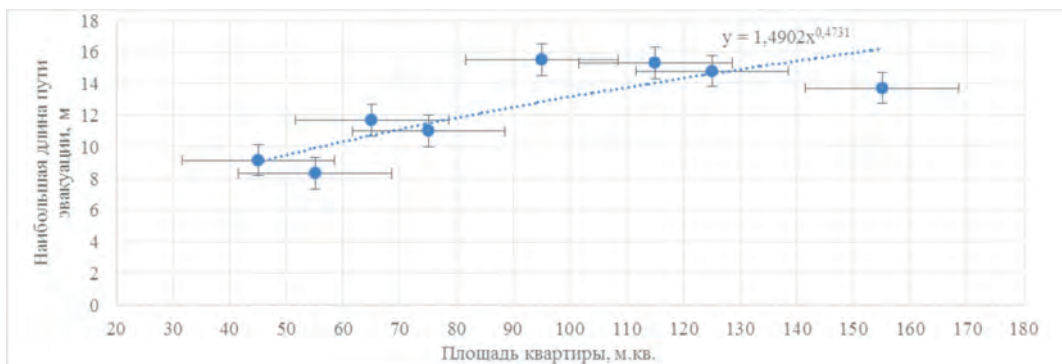
$$\Delta X = \frac{t^{ns}}{\sqrt{n}} \quad (8)$$

Таблица 1 – Данные по площади, длине наибольшего пути эвакуации

Наименование ЖК	Площадь квартиры	Наибольшая длина пути эвакуации	Количество комнат	$\Delta S$	Средние значения площади квартиры, сгруппированные на участках с $\Delta S$ равным $10 \text{ м}^2$	Средняя квадратичная погрешность по площади	Средние значения наибольшей длины эвакуации, сгруппированные на участках с $\Delta S$ , равным $10 \text{ м}^2$	Средняя квадратичная погрешность по наибольшей длине пути эвакуации
1	2	3	4	5	6	7	8	9
Атмосфера	41,9	8	1					
Lake Town	43	10,3	1		44,99	3,14	9,16	1,01
Lake Town	43	8,3	1	45				
Альтаир	48	9,2	1					
Альтаир	49,04	10	1					
Lake Town	51	8,7	2		54,07	2,77	8,33	0,35
Европа	54,8	8,3	2	55				
Европа	56,4	8	2					
Атмосфера	64,9	11,7	2	65	64,9		11,7	
Lake Town	71,46	10	2		75,09	2,75	11	1,43
Европа	74,1	10,2	2					
Альтаир	74,2	13,5	2	75				
Европа	77,8	10,5	2					
Атмосфера	77,91	10,8	3					
Lake Town	94	15,5	3	95	94		15,5	
Альтаир	116,7	15,6	3		117,79	1,41	15,3	0,44
Европа	117,3	14,8	3	115				
Атмосфера	119,38	15,5	4					
Европа	120,3	14,8	3	125	120,3		14,8	

Окончание таблицы 1

1	2	3	4	5	6	7	8	9
Европа	156	12,4	4	155	156,5	0,58	13,725	1,32
Европа	156	12,9	4					
Европа	157	14,3	4					
Европа	157	15,3	4					



**Рисунок 6** – Распределение наибольшей длины пути эвакуации по площади квартир, сгруппированные на участках с  $\Delta S$  равным  $10 \text{ м}^2$ , горизонтальная прямая соответствует критической длине пути эвакуации.

Имея равномерное расположение точек по всей области, можно произвести аппроксимацию функции методом наименьших квадратов.

Аппроксимируя данные на графике (рисунок 6), находим функцию, описывающую данную кривую:

$$y = 1,4902x^{0,4731} \quad (9)$$

Найдем точку пересечения аппроксимированной кривой и линии, соответствующей  $12 \text{ м}$  на рисунке 6, решив систему уравнений:

$$\begin{aligned} y &= 1,4902x^{0,4731} \\ y &= 12 \\ x &\approx 82,289 \end{aligned}$$

Следовательно, точка пересечения  $x \approx 82,289$  соответствует значению площади квартиры равной примерно  $80 \text{ м}^2$ .

Таким образом, нами получено критическое значение площади квартиры, при котором необходимо устройство дополнительных аварийных выходов.

**Закключение.** Исследования массива реальных проектов жилых комплексов, проведенные на основе математического моделирования пожара в квартирах, эвакуации людей и статистической обработки полученных данных, показали, что основное влияние на значение максимального расстояния от наиболее удаленной точки до выхода оказывает ее конфигурация и габариты, а критериальными параметрами являются

площадь и расстояние от наиболее удаленной точки до выхода из квартир, которые составляют 80 м<sup>2</sup> и 12 м соответственно.

В случае, если фактические данные будут превышать выработанные критерии, то следует устраивать аварийные выходы в соответствии с Техническим регламентом «Общие требования к пожарной безопасности» [15].

## ЛИТЕРАТУРА

1 Мировая пожарная статистика. Отчет № 26. – Режим доступа: [https://ctif.org/sites/default/files/2021-06/CTIF\\_Report26.pdf](https://ctif.org/sites/default/files/2021-06/CTIF_Report26.pdf), свободный. – Загл. с экрана.

2 Кошмаров Ю.А. Развитие пожара в помещении. Горение и проблемы тушения пожаров / Ю.А. Кошмаров // Сб. науч. тр. ВНИИПО МВД СССР. – Вып. 5. – М., 1955. – С. 31–45.

3 Однолько А.А. Определение величины пожарного риска в производственном помещении с выделением горючих жидкостей и газов / А.А. Однолько, И.В. Ситников // Научный вестник Воронеж. гос. арх.-строит. ун-та. Строительство и архитектура. – 2011. – № 3 (23). – С. 125–133.

4 Кошмаров Ю.А. Процессы нарастания опасных факторов пожара в производственных помещениях и расчет критической продолжительности пожара / Ю.А. Кошмаров, В.В. Рубцов. – М.: МИПБ МВД России, 1999. – 89 с.

5 Моделирование пожаров и взрывов / Под общ. ред. Н.Н. Брушлинского и А.Я. Корольченко. – М.: Пожнаука, 2000. – 482 с.

6 Проблемы применения численного моделирования при определении расчетных величин пожарного риска. – Режим доступа: <https://propb.ru/articles/blog-kirik-e-s/>, свободный. – Загл. с экрана.

7 R. M. Djumagaliev, O. K. Kokushev, T. R. Djumagaliev, R. A. Beisengazinov, Atalay Elchioglu, I.A. Vassina Investigation and management of fire risks at sites with application of translucent building structures. News of the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan series of geology and technical sciences ISSN 2224-5278 Volume 6, Number 444 (2020), 59 – 67 <https://doi.org/10.32014/2020.2518-170X.131>.

8 Шапихов Е. М., Мустафин В. М., Шарипханов С. Д., Определение критического значения снижения видимости в дыму при эвакуации людей из помещения // Вестник Кокшетауского технического института. – 2020. № 4 (40). – С. 70-73.

9 Abdrakhmanov N.Kh., Sharipov (Aubakirov) G.A., Fedosov A.V., Abdrakhmanova K.N., Kozlowski Waldemar. Improving the functioning of the integrated system for managing labor and industrial safety in the oil and gas industry. Bulletin of National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan 2019 No.5, P. 184-191. <https://doi.org/10.32014/2019.2518-1467.138>

10 Джумагалиев Р.М., Кокушев О.К., Думагалиев Т.Р., Бейсенгазинов Р.А. Теоретические основы повышения предела огнестойкости светопрозрачных конструкций // Актуальные проблемы пожарной безопасности, предупреждения и ликвидации чрезвычайных ситуаций: сборник тезисов и докладов X-ой Международной науч.-практич. конф. – Кокшетау, 2019. – 18-25 с.

11 СТ РК 2881-1 – 2016. Оценка пожарного риска. Часть 1. Общие положения. – Введ. 01.01.2018. – Астана: Комитет технического регулирования и метрологии Министерства по инвестициям и развитию Республики Казахстан, 2016. – 60 с. – (Стандарты общего назначения, связанные с защитой от пожаров).

12 СТ РК 3020-2017. Безопасность пожарная. Оценка пожарного риска. Метод определения расчетных величин пожарного риска в зданиях и сооружениях различных классов функциональной пожарной опасности. – Введ. 01.01.2019. – Астана: Комитет технического регу-

лирования и метрологии Министерства по инвестициям и развитию Республики Казахстан, 2017. – 132 с. – (Стандарты общего назначения, связанные с защитой от пожаров).

13 Приказ Председателя Комитета по делам строительства и жилищно-коммунального хозяйства Министерства индустрии и инфраструктурного развития Республики Казахстан. О внесении изменений и дополнений в некоторые приказы: утв. 27 апреля 2021 года, № 54-нк.

14 Зейдель А.Н. Погрешности измерения физических величин. – М.: Наука, 1985. – 112 с.

15 Приказ Министра по чрезвычайным ситуациям Республики Казахстан. Об утверждении технического регламента «Общие требования к пожарной безопасности»: утв. 17 августа 2021 года, № 405.

## REFERENCES

1 Mirovaya pozharnaya statistika. Otchet № 26. – Rezhim dostupa: [https://ctif.org/sites/default/files/2021-06/CTIF\\_Report26.pdf](https://ctif.org/sites/default/files/2021-06/CTIF_Report26.pdf), svobodnyj. – Zagl. s ekrana.

2 Koshmarov YU.A. Razvitie pozhara v pomeshchenii. Gorenje i problemy tusheniya pozharov / YU.A. Koshmarov // Sb. nauch. tr. VNIPO MVD SSSR. – Vyp. 5. – М., 1955. – S. 31–45.

3 Odnol'ko A.A. Opredelenie velichiny pozharnogo riska v proizvodstvennom pomeshchenii s vydeleniem goryuchih zhidkostej i gazov / A.A. Odnol'ko, I.V. Sitnikov // Nauchnyj vestnik Voronezh. gos. arh.-stroit. un-ta. Stroitel'stvo i arhitektura. – 2011. – № 3 (23). – S. 125–133.

4 Koshmarov YU.A. Processy narastaniya opasnyh faktorov pozhara v proizvodstvennyh pomeshcheniyah i raschet kriticheskoj prodolzhitel'nosti pozhara / YU.A. Koshmarov, V.V. Rubcov. – М.: MIPB MVD Rossii, 1999. – 89 s.

5 Modelirovanie pozharov i vzryvov / Pod obshch. red. N.N. Brushlinskogo i A.YA. Korol'chenko. – М.: Pozhnauka, 2000. – 482 s.

6 Problemy primeneniya chislennogo modelirovaniya pri opredelenii raschetnyh velichin pozharnogo riska. – Rezhim dostupa: <https://propb.ru/articles/blog-kirik-e-s/>, svobodnyj. – Zagl. s ekrana.

7 R. M. Djumagaliev, O. K. Kokushev, T. R. Djumagaliev, R. A. Beisengazinov, Atalay Elchioglu, I.A. Vassina Investigation and management of fire risks at sites with application of translucent building structures. News of the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan series of geology and technical sciences ISSN 2224-5278 Volume 6, Number 444 (2020), 59 – 67 <https://doi.org/10.32014/2020.2518-170X.131>.

8 SHapipov E. M., Mustafin V. M., SHariphanov S. D., Opredelenie kriticheskogo znacheniya snizheniya vidimosti v dymu pri evakuacii lyudej iz pomeshcheniya // Vestnik Kokshetauskogo tekhnicheskogo instituta. – 2020. № 4 (40). – S. 70-73.

9 Abdrakhmanov N.Kh., Sharipov (Aubakirov) G.A., Fedosov A.V., Abdrakhmanova K.N., Kozlowski Waldemar. Improving the functioning of the integrated system for managing labor and industrial safety in the oil and gas industry. Bulletin of National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan 2019 No.5, P. 184-191. <https://doi.org/10.32014/2019.2518-1467.138>

10 Dzhumagaliev R.M., Kokushev O.K., Dumagaliev T.R., Beisengazinov R.A. Teoreticheskie osnovy povysheniya predela ognestojkosti svetoprozrachnyh konstrukcij // Aktual'nye problemy pozharnoj bezopasnosti, preduprezhdeniya i likvidacii chrezvychajnyh situacij: sbornik tezisev i dokladov H-oj Mezhdunarodnoj nauch.-praktich. konf. – Kokshetau, 2019. – 18-25 s.

11 ST RK 2881-1 – 2016. Ocenka pozharnogo riska. CHast' 1. Obshchie polozheniya. – Vved. 01.01.2018. – Astana: Komitet tekhnicheskogo regulirovaniya i metrologii Ministerstva po investiciyam i razvitiyu Respubliki Kazahstan, 2016. – 60 s. – (Standarty obshchego naznacheniya, svyazanye s zashchitoj ot pozharov).

12 ST RK 3020-2017. Bezopasnost' pozharnaya. Ocenka pozharnogo riska. Metod opredeleniya raschetnyh velichin pozharnogo riska v zdaniyah i sooruzheniyah razlichnyh klassov funkcional'noj



pozharnoj opasnosti. – Vved. 01.01.2019. – Astana: Komitet tekhnicheskogo regulirovaniya i metrologii Ministerstva po investiciyam i razvitiyu Respubliki Kazahstan, 2017. – 132 s. – (Standarty obshchego naznacheniya, svyazannye s zashchitoy ot pozharov).

13 Prikaz Predsedatelya Komiteta po delam stroitel'stva i zhilishchno-kommunal'nogo hozyajstva Ministerstva industrii i infrastrukturnogo razvitiya Respubliki Kazahstan. O vnesenii izmenenij i dopolnenij v nekotorye prikazy: utv. 27 aprelya 2021 goda, № 54-нк.

14 Zejdel' A.N. Pogreshnosti izmereniya fizicheskikh velichin. – M.: Nauka, 1985.–112 s.

15 Prikaz Ministra po chrezvychajnym situacijam Respubliki Kazahstan. Ob utverzhdenii tekhnicheskogo reglamenta «Obshchie trebovaniya k pozharnoj bezopasnosti»: utv. 17 avgusta 2021 goda, № 405.

***R. M. DJUMAGALIEV<sup>1</sup>, O. K. KOKUSHEV<sup>1</sup>, T. R. DJUMAGALIEV<sup>1</sup>,  
A. B. QONYSBAYEV<sup>2</sup>, I. A. VASSINA<sup>3</sup>***

*<sup>1</sup>«Global Fire Protection» ЖШС, Алматы қ., Қазақстан Республикасы*

*<sup>2</sup>«KAZGOR» жобалау академиясы» ЖШС, Алматы қ., Қазақстан Республикасы*

*<sup>3</sup>«RDfire Group» ЖШС, Алматы қ., Қазақстан Республикасы*

## **ЖОБАЛАУ САТЫСЫНДА КӨП ҚАБАТТЫ ТҰРҒЫН ҒИМАРАТТАРДЫ ӨРТ ҚАУІПСІЗДІГІМЕН ҚАМТАМАСЫЗ ЕТУДІҢ ЖАҢА АМАЛДАРЫ**

*Өрттерді талдау негізінде олардың негізгі мөлшері Қазақстанда да, шетелдерде де тұрғын секторға тиесілі болатындығы туралы қорытынды жасалды. Авторлар пәтердегі өртті және адамдарды одан эвакуациялау процесін моделдеу, авторлардың қатысуымен жобаланған көп қабатты заманауи тұрғын кешендер үшін келтірілген есептерді талдау негізінде ғимараттан қауіпсіз эвакуациялау бойынша қосымша өлшемдер құрау туралы қорытындыға келді. Зерттеу нәтижесінде пәтердің ең қашық нүктесі мен шығар есікке дейінгі максимал арақашықтық мәніне пәтер конфигурациясы мен габариттері әсер ететіні, ал пәтердің ауданы және оның ең қашық нүктесі мен шығар есікке дейінгі арақашықтық тиісінше 80 м<sup>2</sup> және 12 м-ді құрап, шектік параметрлер болып табылатындығы белгіленді.*

***Түйін сөздер:** өрт, көп қабатты тұрғын үйлердегі өрт қауіпсіздігі, эвакуация, моделдеу, құрылыс нормалары, пәтер ауданы, ең қашық нүктеден шығар есікке дейінгі арақашықтық.*

***R. M. DJUMAGALIEV<sup>1</sup>, O. K. KOKUSHEV<sup>1</sup>, T. R. DJUMAGALIEV<sup>1</sup>,  
A. B. KONUSBAYEV<sup>2</sup>, I. A. VASSINA<sup>3</sup>***

*<sup>1</sup>«Global Fire Protection» LLP, Almaty, Kazakhstan*

*<sup>2</sup>«KAZGOR Design Academy» LLP, Almaty, Kazakhstan*

*<sup>3</sup>«RD-Fire Group» LLP, Almaty, Kazakhstan*

## **NEW APPROACHES TO ENSURING FIRE SAFETY OF MULTISTOREY RESIDENTIAL BUILDINGS AT THE DESIGN STAGE**

*Based on the analysis of fires, it concluded that the main number of fires are fires in the residential sector both in Kazakhstan and abroad. Based on the simulation of a fire in an apartment and the process of evacuating people from it, an analysis of the calculations carried out for modern multi-level residential*

*complexes designed with the participation of the authors, was concluded to develop the additional criteria for safe evacuation from the building. As a result of the study, it was found that its configuration and dimensions exert the main influence on the value of the maximum distance from the most remote point of the apartment to the exit. The criteria parameters are the area and distance from the most remote point to the exit from the apartments, which are 80m<sup>2</sup> and 12m, respectively.*

**Keywords:** *Fire, fire safety in multi-level residential buildings, evacuation, modeling, building standards, apartment area, distance from the most remote point to the exit.*

**Қ. А. ДОСМАҒҰЛОВА, Е. К. АШИМОВ, Ж. Х. ЖУНУСОВА\*, Х. НУРИ**

*Әл-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университеті, Алматы қаласы  
e-mails: karlygash.dosmagulova@gmail.com, yeskendyr@gmail.com, zhzh@kaznu.kz*

## **ҮШБҰРЫШТЫ ҚАПТАМАНЫҢ ҮШ ТҮРЛІ ӨЛШЕМДІ ШЕҢБЕРІНІҢ МИНИМАЛДЫ ТЫҒЫЗДЫҒЫ**

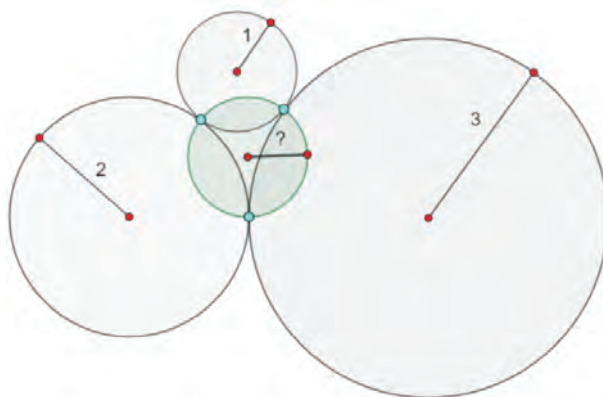
*Мақалада дискілерді қаптау тығыздығының минимумы мен максимумын анықтауға бағытталған зерттеу нәтижелері келтірілген. Тордағы өлшемдері үш түрлі дискілерді қаптау тығыздығының минимумы мен максимумын анықталды. Минималды тығыздық шеңбер секторларының тордағы үшбұрыштың барлық бөлігіне қатынасынан алынды. Үшбұрышты қаптаманың минималды және максималды тығыздығын табу үшін Герон формуласы қолданылады. Үш өзара жанама шеңберлер және үшбұрышты қаптаманың минималды тығыздығы үш шеңбердің орталықтарын біріктіруден пайда болған үшбұрыштың диаграммасы құрастырылды.*

***Түйін сөздер:** үшбұрышты қаптама, тығыздық, минималды тығыздық, диск, шеңбер.*

**Кіріспе.** Дискінің қаптамасы ықшам немесе үшбұрышты деп аталады, егер оның контактілі графы үшбұрышты болса, яғни әрбір қабырғалас дискінің орталықтарын қосу арқылы құрылған граф тек үшбұрышты беттерден тұрады. Қаптаманың тығыздығы  $\delta$ , дискілер аудандарының қосындысының тор ауданына бөлінген қатынасы.

Үш түрлі өлшемді дискілердің қаптамалары сандар теориясында, түйіршікті материалдарда, алгебралық сандар теориясында өте маңызды. Мұнда Герон формуласы да маңызды және оларды талдау үшін пайдалы құралдарды қамтамасыз ете алады, атап айтқанда, үшбұрышты қаптаманың минималды және максималды тығыздығын табу үшін қолданылады.

**Бір-біріне жанама үш шеңбер.** Радиустары 1,2 және 3 үш шеңбер бір-біріне жанама, біз жанама нүктелер арқылы өтетін шеңбердің радиусын табамыз, әдеттегідей, жалғастырмас бұрын мәселені шешуге тырысамыз.

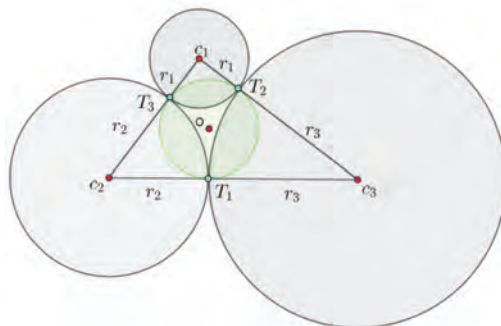


**1-сурет**

\* E-mail корреспондирующего автора: zhzhkh@mail.ru

Енді біз есептің дұрыс сызбасын жасай аламыз, сондықтан бізде центрлері  $c_1, c_2, c_3$  бар және бір-біріне жанама орналасқан үш шеңбер бар, центрлері үшбұрышты құрайды  $\Delta c_1 c_2 c_3$ . Біз бұрын байқағанымыздай, жанама нүктелер  $T_1, T_2$  және  $T_3$ .  $r_1, r_2$  және  $r_3$  радиустардың мәндері болсын,  $T_2$  және  $T_3$  нүктелері бірінші шеңберде жатсын, сондықтан  $c_1 T_2 = c_1 T_3 = r_1$ . Басқа шеңберлер үшін ұқсас теңдеулерді жазуға болады

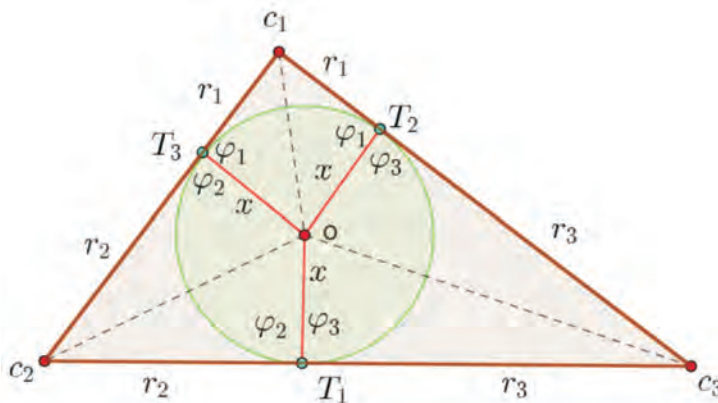
$$c_2 T_1 = c_2 T_3 = r_2, \quad c_3 T_1 = c_1 T_2 = r_3.$$



2-сурет

**Іштей сызылған шеңбердің радиусын табу.** Енді біз шеңберлерді алып тастай аламыз, өйткені олар енді қажет емес.

Мақсатымыз  $T_1, T_2$  және  $T_3$  нүктелері арқылы өтетін жасыл шеңбердің радиусын табу.



3-сурет

Жасыл шеңбердің центрі  $o$  және  $x$  оның радиусының мәні болсын,  $oT_1, oT_2$  және  $oT_3$  кесінділерді сызамыз. Бұл кесінділер жасыл шеңбердің радиустары, сондықтан олардың ұзындықтары  $x$ -ке тең.

$$|oT_1| = |oT_2| = |oT_3| = x.$$

Үшбұрыштарды қарастырайық  $\Delta c_1 o T_2$  және  $\Delta c_1 o T_3$ , олардың екі жұп қабырғалары тең:

$$|c_1 T_2| = |c_1 T_3| = r_1, \quad |o T_2| = |o T_3| = x.$$

$\overline{c_1 o}$  осы үшбұрыштардың ортақ қабырғасы болып табылады, сондықтан үшбұрыштар  $\overline{c_1 o}$  үш қабырғасына тең, одан шығатын бұрыш  $\angle o c_1 T_2$  тең бұрышқа  $\angle o c_1 T_3$ , яғни бұл  $c_1 o$  келесі  $\angle c_1 c_2 c_3$  бұрыштың биссектрисасы болып табылады. Тағы бір тең бұрыштар жұбы  $\angle o T_3 c_1 = \angle o T_2 c_1$ . Сол бұрыштардың мәні  $\varphi_1$  болсын.

$$\angle o T_3 c_1 = \angle o T_2 c_1 = \varphi_1.$$

Сол сияқты тұжырымды дәлелдейміз  $\Delta c_2 o T_1 = \Delta c_2 o T_3$ , бұдан тұжырымдайтынымыз  $\angle o c_2 T_3$ , басқа сөзбен айтқанда  $\overline{c_2 o}$  келесі бұрыштың  $\angle c_1 c_2 c_3$  биссектрисасы.

Біз бұл  $o$  үшбұрыштың  $\Delta c_1 c_2 c_3$  екі биссектрисасы түйіскен нүкте екенін анықтадық, сондықтан  $o$  үшбұрыштың центрі. Бұл жасыл шеңбер үшбұрыштың  $\Delta c_1 c_2 c_3$  сызылған шеңбері болуы мүмкін екенін көрсетеді. Дегенмен, центрі  $o$ -де болатын шеңберлердің саны шексіз, сондықтан жасыл шеңбердің сызылған шеңбер екені анық емес. Басқа тең бұрыштар жұбы  $\angle o T_1 c_2 = \angle o T_3 c_2$ , бұл мән  $\varphi_2$  болады.

$$\angle o T_1 c_2 = \angle o T_3 c_2 = \varphi_2$$

Сонымен, үшбұрыш  $\Delta c_3 o T_1 = \Delta c_3 o T_2$  екенін дәлелдейміз.  $\angle c_1 c_2 c_3$  бұрыштың биссектрисасын  $\overline{c_3 o}$  аламыз. Бұл шын мәнінде артық, өйткені біз бұл  $o$  нүкте  $\Delta c_1 c_2 c_3$  үшбұрыштың центрі екенін білеміз. Дегенмен, пайдалы тең бұрыштардың тағы бір жұбы бар  $\angle o T_1 c_3 = \angle o T_2 c_3$  және бұл мән  $\varphi_3$  болады.

$$\angle o T_1 c_3 = \angle o T_2 c_3 = \varphi_3.$$

Яғни,  $\Delta c_1 c_2 c_3$  үшбұрыштың центрі  $o$  екені дәлелденді.

**Үшбұрыштың сызылған шеңбері.** Енді біз жасыл шеңбердің шын мәнінде  $\Delta c_1 c_2 c_3$  үшбұрыштың сызылған шеңбері екенін дәлелдейміз.

Осы мақсатта біз бұрын енгізілген  $\varphi_1$ ,  $\varphi_2$  және  $\varphi_3$  бұрыштарды қолданамыз.  $T_1$  жақын бұрыштарды қарастырамыз.  $\varphi_2$  және  $\varphi_3$  бұрыштар бірге түзу бұрыш құрайды, сонымен  $\varphi_2 + \varphi_3 = 180^\circ$ . Сол сияқты,  $T_2$  үшін  $\varphi_1 + \varphi_3 = 180^\circ$ , және  $T_3$  үшін  $\varphi_1 + \varphi_2 = 180^\circ$  аламыз.

Біз теңдеулеріндегі әрбір бұрыштың екі рет көрінетінін байқаймыз, сондықтан барлық теңдеулерді қоссақ,  $2(\varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3) = 540^\circ$  аламыз, демек  $\varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3 = 270^\circ$ . Енді барлық бұрыштардың қосындысынан қалған бұрыштардың қосындысын алып тастау арқылы  $\varphi_1$  мәнін алуға болады.

$$\varphi_1 = (\varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3) - (\varphi_2 + \varphi_3)$$

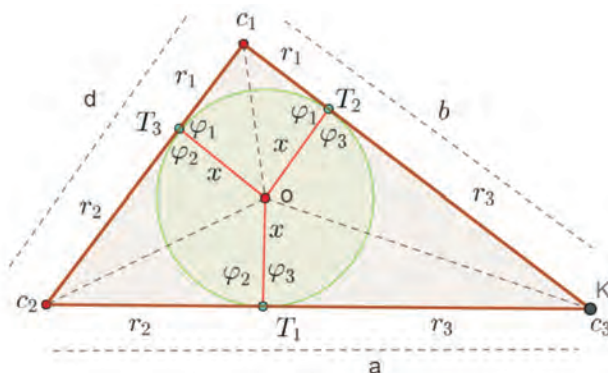
Және  $\varphi_1 = 90^\circ$  аламыз,  $\varphi_2 = 90^\circ$  және  $\varphi_3 = 90^\circ$  бірдей мәнге ие болады.

Бұл  $\Delta c_1c_2c_3$  үшбұрыштың  $oT_1$ ,  $oT_2$ ,  $oT_3$  радиустары сәйкес қабырғаларына перпендикуляр екенін білдіреді.

$$oT_1 \perp c_2c_3, \quad oT_2 \perp c_1c_3, \quad oT_3 \perp c_1c_2$$

Сондықтан үшбұрыштың барлық қабырғалары  $c_1$ ,  $c_2$  және  $c_3$  шеңберге жанама болады, бұл жасыл шеңбер  $\Delta c_1c_2c_3$  үшбұрыштың шеңбері екенін білдіреді.

Үшбұрыштың  $\Delta c_1c_2c_3$  қабырғаларының ұзындықтары  $a$ ,  $b$  және болсын  $d$  болсын.



4-сурет

Үшбұрыш үшін шеңбер радиусын бағалаудың қарапайым формуласы бар:  $x = \frac{A}{s}$ , мұндағы үшбұрыштың ауданы  $\Delta c_1c_2c_3$ , жартылай периметр:  $s = \frac{a+b+d}{2}$ .

Үшбұрыштың ауданын есептеу үшін Герон формуласын қолданамыз

$$A = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-d)}$$

Сонымен, Герон формуласынан ауданды радиус теңдеуіне ауыстырамыз.

$$x = \frac{A}{s} = \sqrt{\frac{s(s-a)(s-b)(s-d)}{s^2}}$$

квадрат түбірдің астына  $s$  жылжитсақ,  $s$  алыммен бірге азаяды және шеңбер радиусының формуласын аламыз

$$x = \sqrt{\frac{(s-a)(s-b)(s-d)}{s}}$$

Енді үшбұрыштың қабырғаларын радиустар  $r_1$ ,  $r_2$  және  $r_3$  арқылы өрнектеуіміз керек. Оны оңай көруге болады  $a = r_2 + r_3$ ,  $b = r_1 + r_3$ ,  $d = r_1 + r_2$ .

Содан кейін біз жарты периметрді бағалаймыз, мұнда әрбір радиус екі рет пайда болады, содан кейін 2 факторлар жойылады және біз тек радиустардың қосындысын аламыз.



$$s = \frac{(r_2 + r_3) + (r_1 + r_3) + (r_1 + r_2)}{2} = \frac{2(r_1 + r_2 + r_3)}{2} = r_1 + r_2 + r_3$$

Әрі қарай Герон формуласындағы басқа факторларды бағалаймыз:

$$s - a = (r_1 + r_2 + r_3) - (r_2 + r_3)$$

$s - a$  үшін радиустар жойылады және біз жай ғана  $r_1$  аламыз:

$$s - a = (r_1 + r_2 + r_3 - r_2 - r_3) = r_1$$

Дәл осылай  $s - b = r_2$ ,  $s - d = r_3$  және жасыл шеңбердің радиусының соңғы формуласы

$$x = \sqrt{\frac{r_1 r_2 r_3}{r_1 + r_2 + r_3}}$$

Радиустың формуласында  $r_1 = 1$ ,  $r_2 = 2$ ,  $r_3 = 3$  ауыстырсак:

$$x = \sqrt{\frac{r_1 r_2 r_3}{r_1 + r_2 + r_3}} = \sqrt{\frac{1 \times 2 \times 3}{1 + 2 + 3}} = 1$$

Дегенмен, бұл нақты жағдайда біз Герон формуласын қолданбаймыз. Үшбұрыштың қабырғаларын есептеу мынаны береді:  $a = r_2 + r_3 = 2 + 3 = 5$ ,  $b = r_1 + r_3 = 1 + 3 = 4$  және  $d = r_1 + r_2 = 1 + 2 = 3$ .

Бұл тік бұрышты үшбұрыш болып табылатын әйгілі Египет үшбұрышы. Демек, аудан қабырғалардың жарты көбейтіндісі ғана, ол 6,

$$A = \frac{1}{2}bd = \frac{3 \times 4}{2} = 6$$

Жартылай периметр үшін де біз 6 аламыз.

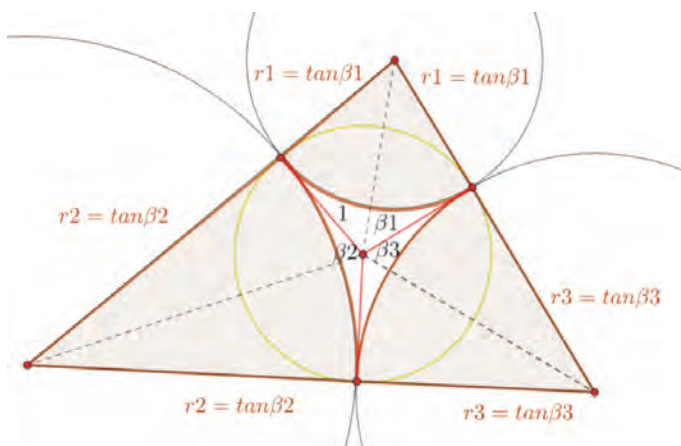
$$s = \frac{a + b + d}{2} = \frac{3 + 4 + 5}{2} = 6$$

Демек, радиус қайтадан 1-ге тең.

$$x = \frac{A}{s} = \frac{6}{6} = 1$$

### Негізгі нәтиже.

**Минималды және максималды тығыздық.** Егер барлық дискілердің барлық радиустары тең болса, онда біз барлық үшбұрышты қаптамалардың тығыздығы минималды екенін көрсетеміз.



5-сурет

5-суретте үш өзара жанама шеңберлер және үш шеңбердің центрлерін қосудан пайда болған үшбұрыш диаграммасы көрсетілген. Сондай-ақ үшбұрыштың бұрышының биссектрисалары (үзік көк) және оның іштей сызылған шеңбері (тұтас жасыл) бар.

Шеңбердің радиусы 1-ге тең, өйткені үшбұрыш нормаланған. Қызыл кесінділерге көрсетілген шеңбердің радиустары үшбұрышының қабырғаларына ортогональ. Биссектрисалар арасындағы бұрыштар төмендегідей көрсетілген  $\beta_1$ ,  $\beta_2$  және  $\beta_3$  және іргелес қызыл сегмент және әрқайсысы  $\tan \beta_i = r_i$ ,  $i$ -ші радиусы. Үшбұрыштағы қаптаманың тығыздығы,  $\delta(\beta_1, \beta_2, \beta_3)$ , сұр аймақтың бүкіл үшбұрыштың ауданына қатынасы. Үш шеңбердің радиустары тең болғанда,  $\delta$  минималды болады. Біз оны келесідей көрсетеміз:

Сұр секторлар бірлестігінің ауданы  $A(\beta_1, \beta_2, \beta_3)$  5-суреттегідей болсын:

$$A_1(\beta_1) = \frac{1}{2} \left( \frac{\pi}{2} - \beta_1 \right) r_1^2 + \frac{1}{2} \left( \frac{\pi}{2} - \beta_1 \right) r_1^2 = \left( \frac{\pi}{2} - \beta_1 \right) r_1^2 = \left( \frac{\pi}{2} - \beta_1 \right) \tan^2(\beta_1),$$

$$A_2(\beta_2) = \frac{1}{2} \left( \frac{\pi}{2} - \beta_2 \right) r_2^2 + \frac{1}{2} \left( \frac{\pi}{2} - \beta_2 \right) r_2^2 = \left( \frac{\pi}{2} - \beta_2 \right) r_2^2 = \left( \frac{\pi}{2} - \beta_2 \right) \tan^2(\beta_2),$$

$$A_3(\beta_3) = \frac{1}{2} \left( \frac{\pi}{2} - \beta_3 \right) r_3^2 + \frac{1}{2} \left( \frac{\pi}{2} - \beta_3 \right) r_3^2 = \left( \frac{\pi}{2} - \beta_3 \right) r_3^2 = \left( \frac{\pi}{2} - \beta_3 \right) \tan^2(\beta_3).$$

$$\begin{aligned} A(\beta_1, \beta_2, \beta_3) &= A_1(\beta_1) + A_2(\beta_2) + A_3(\beta_3) \\ &= \left( \frac{\pi}{2} - \beta_1 \right) \tan^2(\beta_1) + \left( \frac{\pi}{2} - \beta_2 \right) \tan^2(\beta_2) + \left( \frac{\pi}{2} - \beta_3 \right) \tan^2(\beta_3) \end{aligned} \quad (1)$$

Тікбұрышты үшбұрыштың екі еселенген қабырғасының ұзындығы 1, ал сол бірлік ұзындығына іргелес  $\beta$  бұрышы  $\tan(\beta)$ . Суреттегідей үшбұрыштың ауданы  $S(\beta_1, \beta_2, \beta_3)$  болсын. Оның ауданы алты кіші тікбұрышты үшбұрыштардың аудандарының қосындысы, сондықтан

$$S_1 = \frac{1}{2}r_1 \cdot 1 + \frac{1}{2}r_1 \cdot 1 = r_1 \cdot 1 = \tan\beta_1 \cdot 1 = \tan\beta_1,$$

$$S_2 = \frac{1}{2}r_2 \cdot 1 + \frac{1}{2}r_2 \cdot 1 = r_2 \cdot 1 = \tan\beta_2 \cdot 1 = \tan\beta_2,$$

$$S_3 = \frac{1}{2}r_3 \cdot 1 + \frac{1}{2}r_3 \cdot 1 = r_3 \cdot 1 = \tan\beta_3 \cdot 1 = \tan\beta_3.$$

$S_1, S_2, S_3$  қосындысын аламыз,

$$S(\beta_1, \beta_2, \beta_3) = S_1 + S_2 + S_3 = \tan(\beta_1) + \tan(\beta_2) + \tan(\beta_3) \quad (2)$$

Демек, үшбұрыштың жабылған бөлігінің тығыздығы суреттегідей

$$\delta(\beta_1, \beta_2, \beta_3) = \frac{A(\beta_1, \beta_2, \beta_3)}{S(\beta_1, \beta_2, \beta_3)} = \frac{\left(\frac{\pi}{2} - \beta_1\right)\tan^2(\beta_1) + \left(\frac{\pi}{2} - \beta_2\right)\tan^2(\beta_2) + \left(\frac{\pi}{2} - \beta_3\right)\tan^2(\beta_3)}{\tan(\beta_1) + \tan(\beta_2) + \tan(\beta_3)} \quad (3)$$

Мұнда біз  $\beta_1 + \beta_2 + \beta_3 = \pi$  және әрқайсысын  $0 < \beta_i < \frac{\pi}{2}$  деп бұрыштар суреттің жағдайынан келетіндей етіп қабылдаймыз.

**Теорема.**  $\delta$ -ның минималды мәні  $\frac{\pi}{\sqrt{12}}$  болып табылады және

$$\beta_1 = \beta_2 = \beta_3 = \frac{\pi}{3}$$

болғанда ғана табылады.

Дәлелдеу. Біз (3) формуласын қолданамыз және аламыз.

$$\delta(\beta_1, \beta_2, \beta_3) = \frac{\left(\frac{\pi}{2} - \beta_1\right)\tan^2(\beta_1) + \left(\frac{\pi}{2} - \beta_2\right)\tan^2(\beta_2) + \left(\frac{\pi}{2} - \beta_3\right)\tan^2(\beta_3)}{\tan(\beta_1) + \tan(\beta_2) + \tan(\beta_3)}$$

$$\delta = \frac{\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{3}\right)\tan^2\left(\frac{\pi}{3}\right) + \left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{3}\right)\tan^2\left(\frac{\pi}{3}\right) + \left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{3}\right)\tan^2\left(\frac{\pi}{3}\right)}{\tan\left(\frac{\pi}{3}\right) + \tan\left(\frac{\pi}{3}\right) + \tan\left(\frac{\pi}{3}\right)}$$

$$= \frac{\frac{\pi}{6}(\sqrt{3})^2 + \frac{\pi}{6}(\sqrt{3})^2 + \frac{\pi}{6}(\sqrt{3})^2}{\sqrt{3} + \sqrt{3} + \sqrt{3}} = \frac{\frac{3\pi}{2}}{3\sqrt{3}} = \frac{\pi}{\sqrt{12}}.$$

Шеңберлер  $\tan\beta_i$  біздің нормалау үшін тең болсын, сонда бұл минималды тығыздық алынады. Есептеулерді жеңілдету үшін біз ең төменгі тығыздықты тікелей есептеудің орнына қосымша максималды тығыздықты есептей аламыз.

$$\bar{\delta} = 1 - \delta = \frac{S(\beta_1, \beta_2, \beta_3) - A(\beta_1, \beta_2, \beta_3)}{S(\beta_1, \beta_2, \beta_3)}.$$

Сонымен, біз үшбұрышты қаптамада минималды және максималды тығыздықты алдық.

**Қорытынды.** Біз бір-біріне жанама үш шеңберді зерттеп, сызылған шеңбердің радиусын және үшбұрыштың сызылған шеңберін таптық. Біз 1,2 және 3 радиустары бар үш шеңбердің диаграммасын салдық, содан кейін есептің дұрыс сызбасын жасадық, біз шеңберлерді алып тастадық, өйткені олар қажет емес болады. Біз жасыл шеңбердің шын мәнінде үшбұрыштың шеңбері екенін көрсеттік:  $\Delta_1 c_2 c_3$ . Сонымен қатар, біз іштей сызылған шеңбердің радиусы 1 екенін дәлелдедік.

Нәтижелерді қорытындылау және оларға жалпы шолу жасау үшін біз үш өзара жанама шеңберлер және үшбұрышты қаптаманың минималды тығыздығы үш шеңбердің орталықтарын біріктіруден пайда болған үшбұрыштың диаграммасын құрастырдық.

Үшбұрыштағы қаптаманың тығыздығын алу үшін біз сұр секторлардың  $A(\beta_1, \beta_2, \beta_3)$  қосылу ауданын және нормаланған үшбұрыштың ауданын есептедік:  $S(\beta_1, \beta_2, \beta_3)$ .

Сондықтан (3) формулалар біз үшбұрыштың жабылған бөлігінің тығыздығын 5-суреттегідей алдық.

Кейбір жағдайларда барлық үшбұрышты қаптамалардың минималды тығыздығын дискілердің радиустары тең болған кезде жасай аламыз. Сонымен,  $\frac{\pi}{\sqrt{12}}$  шамасы  $\delta$ -ның минималды мәні болып табылады және тек  $\beta_1 = \beta_2 = \beta_3 = \frac{\pi}{3}$  болғанда алынады.

Бұл жұмысқа Қазақстан Республикасының Білім және ғылым министрліктің Ғылым комитеті қолдау көрсетті (грант №АР08856381).

## ӘДЕБИЕТ

1 Роберт Коннелли және Морис Пьер, Ұшақта максималды тығыз диск орауыштары. Корнелл университеті, Колумбия, 2021 ж.

2 Томас Ферник, Амир Хашеми және Ольга Сизова. Үш өлшемді дискілері бар ұшақтың ықшам қаптамалары / Дискретті есептеу. Геом., 2021.– V. 66,– No.2 -p.613-635.

3 Аладар Геппес. Ұшақтағы ең тығыз екі өлшемді диск орауыштары. / Дискретті есептеу. Геом., 2003.– V. 30,– No.2 -p.241-262. Дискретті геометрия және дөнестік АҚШ-Венгрия семинарлары (Будапешт, 1999/Оберн, AL, 20).

4 Том Кеннеди. Екі өлшемді дискілері бар ұшақтың ықшам қаптамалары / Дискретті есептеу. Геом., 2006.– V. 35,– No.2 -p.255-267.

5 J.R. Carlson, Determination of Heronian triangles / Fibonacci Quarterly, 1970.– No.8 -p.499-506.

6 G. Blind және R. Blind, Дөңес жиынтықтағы тең емес шеңберлердің орамдары / Дискретті есептеу. Геом., 2002.– V. 28,– No.2 -p.115-119.

7 Л. Фежес T'oth, Сәйкес келмейтін шеңберлермен орау және жабу үшін кейбір тығыздық шектеулері / Studia Sci. Математика. Венгрия, 1980.– V. 15,– No.2 -p.63-70.

8 Миек Мессершмидт. Үш радиусты шеңберлері бар ұшақтың ықшам қаптамалары / Есептеу. Геом., 2020.– V. 17 86:101564

## REFERENCES

1 Robert Konnelly zhəne Moris P'er, Ұshaқта maksimaldy тығыз диск орауыштары. Kornell universiteti, Kolumbiya, 2021 zh.

2 Tomas Fernik, Amir Hashemi zhəne Ol'ga Sizova. Ysh өlshemdi diskileri bar ұshaқтың ықшам қаптамалары / Diskretti esep-teu. Geom., 2021.– V. 66,– No.2 -p.613-635.

3 Aladar Geppes. Ұшақтағы ең туғыз екі өлшемді диск орауыштары. / Diskretti esep-teu. Geom., 2003.– V. 30,– No.2 -p.241-262. Diskretti geometriya zhәне dөңestik AҚSH-Vengriya seminarlary (Budapesht, 1999/Obern, AL, 20.

4 Tom Kennedi. Eki өlshemdi diskileri bar ұshaktuң uқsham қаптамалary / Diskretti esep-teu. Geom., 2006.– V. 35,– No.2 -p.255-267.

5 J.R. Carlson, Determination of Heronian triangles / Fibonacci Quarterly, 1970.– No.8 -p.499-506.

6 G. Blind zhәне R. Blind, Dөңes zhiyuntuқтағы тең емес шеңберлердің орамдары / Diskretti esep-teu. Geom., 2002.– V. 28,– No.2 -p.115-119.

7 L. Fezhes T’oth, Sәjkes kelmejtin шеңберлермен орау zhәне zhabu үshin кейbir туғыздык shekteuleri / Studia Sci. Matematika. Vengriya, 1980.– V. 15,– No.2 -p.63-70.

8 Miek Messershmidt. Ysh radiusty шеңберleri bar ұshaktuң uқsham қаптамалary / Esep-teu. Geom., 2020.– V. 17 86:101564

**К. А. ДОСМАГУЛОВА, Е. К. АШИМОВ, Ж. Х. ЖУНУСОВА, Х. НУРИ**

*Казахский национальный университет имени аль-Фараби, г.Алматы  
e-mails: karlygash.dosmagulova@gmail.com, yeskendyr@gmail.com, zhzh@kaznu.kz*

### **МИНИМАЛЬНАЯ ПЛОТНОСТЬ ТРЕХ РАЗНЫХ РАЗМЕРНЫХ ОКРУЖНОСТЕЙ ТРЕУГОЛЬНОЙ УПАКОВКИ**

*Представлены результаты исследования по определению минимальной и максимальной плотности упаковки дисков. Определены минимальная и максимальная плотности упаковки дисков трех различных размеров в торе. Минимальная плотность получена из отношения секторов круга ко всем частям треугольника в торе. Использована формула Герона для нахождения минимальной и максимальной плотности треугольной упаковки. Приведена диаграмма треугольника, образованного совмещением центров трех окружностей трех взаимно касательных окружностей и минимальной плотности треугольной упаковки.*

**Ключевые слова:** *треугольная упаковка, плотность, минимальная плотность, диск, круг.*

**К. А. DOSMAGULOVA, Е. К. ASHIMOV, Ж. Х. ZHUNUSSOVA, Н. NOORI**

*Al-Farabi Kazakh national university, Almaty  
e-mails: karlygash.dosmagulova@gmail.com, yeskendyr@gmail.com, zhzh@kaznu.kz*

### **MINIMUM DENSITY OF TRIANGULATED PACKING’S THREE DIFFERENT SIZE CIRCLES**

*The results of a study to determine the minimum and maximum packing density of disks are presented. The minimum and maximum packing densities of disks of three different sizes on a torus are determined. The minimum density is obtained from the ratio of the sectors of the circle to all parts of the triangle on the torus. Heron’s formula is used to find the minimum and maximum density of triangular packing. A diagram of a triangle formed by combining the centers of three circles of three mutually tangent circles and the minimum triangular packing density is given.*

**Keywords:** *triangular packing, density, minimum density, disk, circle.*

*N. S. IMANBAEV*

*South Kazakhstan State Pedagogical University, Shymkent, Kazakhstan  
Institute of Mathematics and Mathematical Modeling, Almaty, Kazakhstan  
e-mail: imanbaevnur@mail.ru*

## ZEROS OF AN ENTIRE FUNCTION CONNECTED BY A LOADED FIRST-ORDER DIFFERENTIAL OPERATOR ON A SEGMENT

*In the paper, we consider the problem on eigenvalues of a loaded differential operator of the first order with a periodic boundary condition on the interval  $[-1; 1]$ , that is, equation contains a load at the point  $(-1)$  and the function of bounded variation  $\Phi(t)$ , with the condition  $\Phi(-1) = \Phi(1) = 1$ . A characteristic determinant of spectral problem is constructed for the considered loaded differentiation operator, which is an entire analytical function on the spectral parameter. On the basis of the characteristic determinant formula, conclusions are proved about the asymptotic behavior of the spectrum and eigenfunctions of the loaded spectral problem for the differentiation operator; the characteristic determinant of which is an entire analytic function of the spectral parameter  $\lambda$ . A theorem on the location of eigenvalues on the complex plane  $\lambda$  is formulated, where the regular growth of an entire analytic function is indicated. A theorem is proved on the asymptotics of the zeros of an entire function, that is, the eigenvalues of the original considered spectral problem for a loaded differential operator of differentiation, and the asymptotic properties of an entire function with distribution of roots are studied.*

**Keywords:** *loaded differential operator; perturbed, characteristic determinant, zeros of entire functions, asymptotics, eigenvalues, spectrum, eigenfunctions, basis.*

**Introduction.** It is well known that in the case of non-self-adjoint ordinary differential operators, the basicity of root function systems, in addition to boundary conditions, can also be influenced by the values of the coefficients of the differential operator. At the same time, the basic properties of the root functions can change even with an arbitrarily small change in the values of the coefficients. This result was first noted in the work of V.A.Ilyin [1]. V.A.Ilyin's ideas were developed by A.S.Makin [2] in the case of a non-self-adjoint perturbation of a self-adjoint periodic problem. The operator in [2] was changed due to the perturbation of one of the boundary conditions. In [3, 4, 5], another variant of the perturbation of the self-adjoint problem was considered, namely, the spectral problem for a loaded second-order differential operator with periodic boundary conditions, which the second term on the left side of the equation contains the value of the desired function at zero. Such a problem is a non-self-adjoint perturbation of a self-adjoint periodic problem. In contrast to [2], in [3, 4, 5], the perturbation occurs due to a change in the equation.

The issues of the basicity of the root functions of loaded differential operators were studied in the works of I.S.Lomov [6, 7]. He extended the method of spectral expansions by V.A.Ilyin [1] to the case of loaded differential operators. Another method investigated the issues of unconditional basicity of functional differential equations in [8].

**Problem statements.** In the function space consider the eigenvalue problem of the loaded differentiation operator

$$L_1 y = y'(t) + \lambda y(-1)\Phi(t) = \lambda y(t), \quad -1 \leq t \leq 1, \quad (2.1)$$



with a boundary condition

$$y(-1) = y(1), \tag{2.2}$$

where  $\Phi(t)$  is a function of bounded variation and  $\Phi(-1) = \Phi(1) = 1$ ,  $\lambda$  is a complex number, a spectral parameter.

It is required to find those complex values of  $\lambda$  for which the operator equation (2.1) has nonzero solutions.

**Construction of a characteristic determinant of a spectral problem (2.1) - (2.2)**

Considering  $y(-1)$  to be some independent constant, we make sure that the general solution of the equation (2.1) for  $\lambda \neq 0$  is representable as

$$y(t) = C \cdot e^{\lambda t} - \lambda e^\lambda \cdot y(-1) \cdot \int_{-1}^t \Phi(\xi) e^{\lambda \xi} d\xi. \tag{3.1}$$

Hence, assuming first  $t = -1$ , and then satisfying (3.1) the boundary condition (2.2), we obtain a system of two equations, which in vector-matrix form is representable as:

$$\begin{bmatrix} e^\lambda - e^{-\lambda} & \lambda e^\lambda \cdot \int_{-1}^1 \Phi(\xi) e^{\lambda \xi} d\xi \\ e^{-\lambda} & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C \\ y(-1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}. \tag{3.2}$$

By simple calculations, we obtain that the characteristic determinant  $\Delta_1(\lambda)$  of the spectral problem (2.1 - (2.2) is represented as

$$\Delta_1(\lambda) = e^{-\lambda} - e^\lambda - \lambda \cdot \int_{-1}^1 e^{\lambda t} \cdot \Phi(t) dt. \tag{3.3}$$

Thus, it is proved.

**Lemma 3.1** *The characteristic determinant of the spectral problem for the loaded differentiation operator (2.1), which is an integral analytical function of the variable  $[-1,1]$  with a boundary condition (2.2), is represented as (3.3), which is an integral analytical function of the variable  $\lambda = x + iy$ ,  $Re\lambda = x$ ,  $Im\lambda = y$ ,  $i = \sqrt{-1}$ , where  $\Phi(t)$  is a function of bounded variation and  $\Phi(-1) = \Phi(1) = 1$ .*

**The main result.** In the case when  $\Phi(t) = 0$ , it turns out  $\Delta_0(\lambda) = e^{-\lambda} - e^\lambda$  is the characteristic determinant of the “undisturbed” spectral problem

$$L_0 y = y'(t) = \lambda y(t), \quad -1 \leq t \leq 1, \quad y(-1) = y(1). \tag{4.1}$$

The numbers  $\lambda_n^0 = in\pi$ ,  $n = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$  are eigenvalues, while  $\forall C > 0$ ,  $y_{n0}^0 = C \cdot e^{in\pi t}$  are eigenfunctions of the “undisturbed” operator  $L_0$ , which forms a complete orthonormal system and a Riesz basis in the space  $L_2(-1, 1)$ .

In the case when  $\lambda = 0$  we have  $y(t) = C \neq 0$ , i.e.  $\lambda_0 = 0$  is the eigenvalue of the loaded differentiation operator  $L_1$ .

In the case of  $\Phi(t)$  is a function of bounded variation and  $\Phi(-1) = \Phi(1) = 1$ , equating the characteristic determinant  $\Delta_1(\lambda)$  to zero, we investigate the distribution of zeros of the whole analytic function, which adequately determines the eigenvalues of the loaded differentiation operator  $L_1$ .

The research of zeros of integer functions having an integral representation is devoted to the works [9, 10, 11, 12].

The connection of zeros of exponential integer functions with spectral problems is reflected in the works [13,14,15]. Eigenvalue problems for some classes of differential operators on a segment are reduced to a similar problem. In particular, the problem under consideration (2.1) is (2.2) of this article.

The questions of the location of the zeros of the whole function: on one ray, on a straight line, on several rays, at an angle, or arbitrarily in the complex plane have been studied in numerous works [16, 17].

There are the following

**Theorem 4.1** *If  $\Phi(t)$  is a function of bounded variation and  $\Phi(-1) = \Phi(1) = 1$ , then all zeros of the entire function  $\Delta_1(\lambda)$ , i.e. all eigenvalues of the loaded first-order differential operator  $L_1$  belong to the strip  $|\operatorname{Re} \lambda| = |x| < k$ , for some  $k$ , where  $\lambda = x + iy$ .*

**Proof.** There is a well-known theorem [18] that any function with bounded variation has a finite derivative almost everywhere. By virtue of this theorem, the expression  $\int_{-1}^1 e^{\lambda t} \cdot \Phi(t) dt$  can be integrated by parts. Then the function  $\Delta_1(\lambda)$  will take the following form:

$$\Delta_1(\lambda) = \frac{2 \cdot (e^\lambda - e^{-\lambda})}{\lambda} - \frac{1}{\lambda} \cdot \int_{-1}^{1-\delta} e^{\lambda t} \cdot d\Phi(t) - \frac{1}{\lambda} \cdot \int_{1-\delta}^1 e^{\lambda t} \cdot d\Phi(t).$$

Next, we rely on the well-known Rouché theorem [19], and on the basis of this theorem we introduce the function  $f(\lambda) = \frac{2 \cdot (e^\lambda - e^{-\lambda})}{\lambda} = -\frac{2}{\lambda} \Delta_0(\lambda)$ , and also the difference  $g(\lambda) = \Delta_1(\lambda) - f(\lambda)$ . Let us show that the function  $\Delta_1(\lambda)$  is outside the strip  $(|\operatorname{Re} \lambda| < k)$ , for some  $k$  has no zeros. To do this, we estimate the function  $\Delta_1(\lambda)$  from below

$$|\Delta_1(\lambda)| \geq \frac{2}{|\lambda|} e^{|\lambda|} - \frac{2}{|\lambda|} e^{-|\lambda|} - \frac{1}{|\lambda|} \cdot \int_{-1}^{1-\delta} e^{|\lambda|t} \cdot d|\Phi(t)| - \frac{1}{|\lambda|} \cdot \int_{1-\delta}^1 e^{|\lambda|t} \cdot d|\Phi(t)| \tag{4.2}$$

Therefore, the function  $f(\lambda)$  is estimated from below, while the remaining terms of the function  $g(\lambda)$  are estimated from above

$$|f(\lambda)| \geq \frac{2}{|\lambda|} e^x - \frac{2}{|\lambda|} e^{-x}, \tag{4.3}$$

$$|g(\lambda)| \leq \frac{1}{|\lambda|} \left( \int_{-1}^{1-\delta} e^{xt} \cdot d|\Phi(t)| + \int_{1-\delta}^1 e^{xt} \cdot d|\Phi(t)| \right).$$

Let us separately consider the estimate of each integral from (4.3). To do this, we use the boundedness of variations of the function  $\Phi(t)$ .

Then the first integral from (4.3) is evaluated as follows:

$$\int_{-1}^{1-\delta} e^{xt} \cdot d|\Phi(t)| \leq e^{x(1-\delta)} \int_{-1}^{1-\delta} |d\Phi(t)| \leq e^{x(1-\delta)} \int_{-1}^1 |d\Phi(t)| = e^{x(1-\delta)} H,$$

Where  $H = \int_{-1}^1 |d\Phi(t)|$  is a constant value. Consider the estimate of the second integral

$$\int_{1-\delta}^1 e^{xt} \cdot |d\Phi(t)| \leq e^x \cdot \int_{1-\delta}^1 |d\Phi(t)| \leq e^x \cdot \varepsilon(\delta), \tag{4.5}$$

where  $\varepsilon(\delta) \rightarrow 0$  for  $\delta \rightarrow 0$ .

So, taking into account (4.2) - (4.5), come to an estimate

$$|\Delta_1(\lambda)| \geq \frac{2}{|\lambda|} \cdot (e^x - e^{-x}) - \frac{1}{|\lambda|} \cdot e^{x(1-\delta)} \cdot H - \frac{1}{|\lambda|} \cdot e^x \cdot \varepsilon(\delta),$$

$$|\lambda| \cdot |\Delta_1(\lambda)| = |\Delta(\lambda)|.$$

$$|\operatorname{Re} \Delta(\lambda)| \geq |e^x - e^{-x} \cdot O(1)| > \frac{e^x}{2} \text{ for } \operatorname{Re} \lambda = x \geq k, \text{ i.e. } \Delta_1(\lambda) \text{ has no zeros for these } x$$

values. Similar reasoning for negative  $x$ , which completes the proof of Theorem 4.1.

**Theorem 4.2** Let  $\Phi(t)$  be a function of bounded variation and  $\Phi(-1) = \Phi(1) = 1$ . Then the zeros of the entire analytic function  $\Delta_1(\lambda)$ , that is, the eigenvalues of the loaded first-order differential operator  $L_1$ , form a countable set and have the asymptotic  $\lambda_n^{(1)} = i\pi n + \underline{O}(1)$  as  $n \rightarrow \infty$ .

**Proof.** Calculating the zeros of the function  $f(\lambda)$  gives  $\lambda_n^0 = i\pi n$ ,  $n = \pm 1, \pm 2, \dots$ , which are the same as the zeros of the function  $\Delta_0(\lambda)$ , otherwise they coincide with the eigenvalues of the operator  $L_0$ , that is, the “unperturbed” spectral problem (4.1).

Consider a square  $T$  with side  $2\varepsilon$  centered at the point  $\lambda_n^0$  on the complex plane  $\lambda$ . Let us choose the minimal  $\varepsilon > 0$  so that the conditions of the Rouché theorem [19] are satisfied for the function  $f(\lambda)$ ,  $g(\lambda)$  on the sides of the square  $T$ , why do we compare the majorant of the function  $g(\lambda)$  with the minorant of the function  $f(\lambda)$

$$\max_T |g(\lambda)| < \min_T |f(\lambda)|.$$

The function  $f(\lambda)$  let's evaluate from below

$$|f(\lambda)| = \frac{2}{|\lambda|} \cdot (e^\lambda - e^{-\lambda}) \geq \min_T \frac{2}{|\lambda|} \cdot |e^\lambda - e^{-\lambda}| = \frac{2}{\lambda_0^*} \cdot |e^{\lambda^*} - e^{-\lambda^*}|,$$

where  $\lambda^* \in T$ . The last equality follows from the fact that  $|f(\lambda)|$  is a continuous function, and the square  $T$  is compact.

Let us estimate the function  $g(\lambda)$  on the sides of the square  $T$ . The imaginary axis divides the square  $T$  into two equal parts. Let us estimate from above the function  $g(\lambda)$  on the right half of the square

$$|g(\lambda)| \leq \frac{1}{|\lambda|} \cdot \int_{-1}^{1-\delta} e^{xt} \cdot d|\Phi(t)| + \frac{1}{|\lambda|} \cdot \int_{1-\delta}^1 e^{xt} \cdot d|\Phi(t)|.$$

Let us consider the estimate for each term separately. Let us estimate the first term. We choose  $\frac{2}{n} \geq \delta \geq \frac{1}{n}$ , then, taking into account that  $x \geq 0$ ,  $-1 \leq t \leq 1 - \delta$ , we get the inequalities

$$\frac{1}{|\lambda|} \cdot \int_{-1}^{1-\delta} e^{xt} \cdot d|\Phi(t)| \leq \frac{1}{|\lambda|} \cdot e^{x(1-\delta)} \int_{-1}^{1-\delta} d|\Phi(t)| \leq \frac{1}{|\lambda|} \cdot e^{x\left(1-\frac{1}{n}\right)} \int_{-1}^{\frac{1}{n}} d|\Phi(t)| = \frac{1}{|\lambda|} \cdot C_1 \cdot e^{x\left(1-\frac{1}{n}\right)},$$

where  $C_1 = \int_{-1}^1 d|\Phi(t)|$  is a constant value.

Let's evaluate the second term. Since  $\max(xt) = x$ , we have

$$\frac{1}{|\lambda|} \cdot \int_{1-\delta}^1 e^{xt} \cdot d|\Phi(t)| \leq \frac{1}{|\lambda|} \cdot e^x \int_{1-\delta}^1 d|\Phi(t)| \leq \frac{1}{|\lambda|} \cdot e^x \int_{1-\frac{2}{n}}^1 d|\Phi(t)| \leq \frac{1}{|\lambda|} \cdot e^x \cdot \mu\left(\frac{1}{n}\right), \quad n \gg 1.$$

Obviously,

$$\mu\left(\frac{1}{n}\right) \rightarrow 0,$$

when  $n \rightarrow \infty$ . Now the function  $g(\lambda)$  let's estimate from above on the left half of the square

$$|g(\lambda)| \leq \frac{1}{|\lambda|} \cdot \int_{-1}^{-1+\delta} e^{xt} \cdot d|\Phi(t)| + \frac{1}{|\lambda|} \cdot \int_{-1+\delta}^1 e^{xt} \cdot d|\Phi(t)|.$$

The estimate for the first term has the following form:

$$\frac{1}{|\lambda|} \cdot \int_{-1}^{-1+\delta} e^{xt} \cdot d|\Phi(t)| \leq \frac{1}{|\lambda|} \cdot e^{-x} \int_{-1}^{-1+\delta} d|\Phi(t)| \leq \frac{1}{|\lambda|} \cdot e^{-x} \int_{-1}^{-1+\frac{2}{n}} d|\Phi(t)| \leq \frac{1}{|\lambda|} \cdot e^{-x} \cdot \mu\left(\frac{1}{n}\right), \quad n \gg 1.$$

Here, for  $\frac{1}{n} \rightarrow 0$ , the value  $\mu\left(\frac{1}{n}\right) \rightarrow 0$ . The second term is estimated as follows:

$$\frac{1}{\lambda} \cdot \int_{-1+\delta}^1 e^{xt} d|\Phi(t)| \leq \frac{1}{|\lambda|} \cdot e^{x(-1+\delta)} \int_{-1+\delta}^1 d|\Phi(t)| \leq \frac{1}{|\lambda|} \cdot e^{x\left(-1+\frac{1}{n}\right)} \int_{-1+\frac{1}{n}}^1 d|\Phi(t)| \leq \frac{1}{|\lambda|} \cdot e^{x\left(-1+\frac{1}{n}\right)} \cdot C_1,$$

where  $C_1 = \int_{-1}^1 d|\Phi(t)|$  is a constant value.

Taking these inequalities into account, we choose  $\varepsilon > 0$  so that the following inequality holds on the sides of the square  $T$ :

$$\frac{2}{|\lambda_0^*|} \cdot |e^{\lambda^*} - e^{-\lambda^*}| > \frac{1}{|\lambda|} \cdot e^{|\lambda|} \cdot C \cdot \left[ \mu\left(\frac{1}{n}\right) + e^{-\frac{1}{n}|\lambda|} \right].$$

To the left side of the inequality, we apply Lagrange's theorem on finite increments [20], then it is sufficient to fulfill the inequality

$$\frac{2}{|\lambda_0^*|} \cdot H \cdot \varepsilon > \frac{1}{|\lambda|} \cdot e^{|\lambda|} \cdot C \left[ \mu\left(\frac{1}{n}\right) + e^{-\frac{1}{n}|\lambda|} \right],$$

where  $H$  is a constant value the derivative  $(e^\lambda - e^{-\lambda})$  from below on the sides of the square  $T$ ;  $e^x$  - is limited because  $-\varepsilon < \text{Re } \lambda < \varepsilon$  implies  $e^{-\varepsilon} < e^x < e^\varepsilon$ . Since the difference  $\lambda - \lambda_n^0$ ,  $\lambda^* - \lambda_n^0$  is bounded, it follows that for  $n \rightarrow \infty$  relation  $\left| \frac{\lambda}{\lambda^*} \right|$  is limited. Since  $e^{-\frac{1}{n}x} > \mu\left(\frac{1}{n}\right)$ , therefore, we get  $\varepsilon \approx \underline{O}(1)$ . Theorem 2 is proved.

**Remark 4.1** One of the features of the problem under consideration is that the conjugate to (2.1) - (2.2) is the spectral problem in  $W_2^1(-1, 1)$  for the differentiation operator on a segment with a linear occurrence of the spectral parameter in the boundary condition with an integral perturbation

$$\begin{aligned} L_1^* v &= v'(t) = \bar{\lambda} v(t), \quad -1 \leq t \leq 1, \\ v(-1) - v(1) &= \bar{\lambda} \int_{-1}^1 v(t) \Phi(t) dt, \end{aligned} \tag{4.6}$$

where  $\Phi(t)$  is a function of bounded variation and  $\Phi(-1) = \Phi(1) = 1$ ,  $\bar{\lambda}$  is a complex number, a spectral parameter.

**Remark 4.2** According to the result of Theorem 2, the system of eigenfunctions of spectral problems (2.1) - (2.2) and (4.6) has an asymptotic representation:  $y_n^{(1)} = v_n^{(1)} \approx C e^{in\pi t} e^{\varepsilon t}$  for  $n \rightarrow \infty$ ,  $\varepsilon \approx \underline{O}(1), \forall C > 0$ . In this case, such a system is not orthonormal, but forms a Riesz basis in  $L_2(-1, 1)$ . Так как  $\exists \alpha > 0, \beta > 0 : e^{\varepsilon t}$  does not tend to zero, nor does it tend to infinity,  $\alpha \leq e^{\varepsilon t} \leq \beta$ , i.e. there is a bounded reversible transformation, so the system  $y_n^{(1)} = v_n^{(1)}$  forms a Riesz basis in  $L_2(-1, 1)$ .

**Acknowledgments.** This research was funded by the Science Committee of the Ministry of Education and Science of the Republic of Kazakhstan (Grants No. AP09260752).

## REFERENCES

- 1 Ilin V.A. On the connection between the types of boundary conditions and the properties of basis property and equiconvergence with a trigonometric series of expansions in root functions of a non-self-adjoint differential operator / *Differential Equations*. 1994. – V.30, – No.9, – p.1516-1529.
- 2 Makin A.S. On Nonlocal Perturbation of a Periodic Eigenvalue Problem / *Differential Equations*. 2006. – V.42, – No.4, – p.560-562.
- 3 Imanbaev N.S., Sadybekov M.A. Ob ustoychivosti svoystva bazisnosti odnogo tipa zadach na sobstvennyye znacheniya pri nelokalnom vozmushchenii krayevogo usloviya [On the stability of the basis property of one type of eigenvalue problems under a nonlocal perturbation of the boundary condition] / *Ufimskiy matematicheskiy zhurnal [Ufa Mathematical Journal]*. 2011. – V.3, – No.2, – p.28-33 [in Russian].
- 4 Imanbaev N.S., Sadybekov M.A. (2016). Stability of basis property of a periodic problem with nonlocal perturbation of boundary conditions / *AIP Conf. Proc.* 2016. – Vol.1759, article №020080, DOI: <https://doi.org/10.1063/1.4959694>
- 5 Sadybekov M.A., Imanbaev N.S. Characteristic determinant of a boundary value problem, which does not have the basis property / *Eurasian Mathematical Journal*. 2017. – No.2, – p.40-46
- 6 Lomov I.S. Basis Property of Root Vectors of Loaded Differential Operators / *Differential Equations*. 1991. – V.27, – No.1, – p.80-94.
- 7 Lomov I.S. The unconditional basis property theorem for root vectors of loaded second-order differential operators / *Differential Equations*. 1991. – V.27, – No.9, – p.1550-1563.
- 8 Gomilko A.M., Radziyevskiy G.V. Basic properties of eigenfunctions of a regular boundary value problem for a vector functional differential equation / *Differential Equations*. 1991. – V.27, – No.3, – p.384-396.
- 9 Cartwright M.L. The zeros of certain integral functions / *The Quarterly Journal of Mathematics*. 1930. – V.1, – No.1, – p.38-59. DOI:<https://doi.org/10.1093/qmath/os-1.1.38>
- 10 Hald O.H. Discontinuous inverse eigenvalue problems / *Communications on Pure and Applied Mathematics*. 1984. – V.37, – No.5, – p.539-577. DOI:<https://doi.org/10.1002/cpa.3160370502>
- 11 Imanbaev N.S., Kanguzhin, B.E., Kalimbetov B.T. On zeros of the characteristic determinant of the spectral problem for a third-order differential operator on a segment with nonlocal boundary conditions / *Advances in Difference Equations*. 2013. – No.110. DOI: <https://doi.org/10.1186/1687-1847-2013-110>
- 12 Titchmarsh, E.C. The zeros of certain integral functions / *Proc. of the London Mathematical Society*. 1926. – V.25, – No.1, – p.283-302. DOI:<https://doi.org/10.1112/plms/s2-25.1.283>
- 13 Imanbaev N.S. Distribution of eigenvalues of a third-order differential operator with strongly regular boundary conditions / *AIP Conf. Proc.* 2018. – V1997, – No. 020027. DOI: <https://doi.org/10.1063/1.5049021>
- 14 Sadovnichii V.A., Lyubishkin V.A., Belabbasi Yu. On regularized sums of root of an entire function of a certain class / *Sov. Math. Dokl.* 1980. – No.22, – p.613-616.
- 15 Sedletskii A.M. (1993). On the zeros of the Fourier transform of finite measure / *Mathematical Notes*. 1993. – V.53, – No.1, – p.77-84. DOI:<https://doi.org/10.1007/BF01208527>
- 16 Bellman R., Kuk K. *Differentsialno-raznostnyye uravneniya [Differential-difference equations]*. M.: Mir, 1967 [in Russian].
- 17 Leontyev A.F. *Tselyye funktsiy i ryady eksponent [Entire functions and series of exponents]*. M.: Nauka, 1983. [in Russian].
- 18 Riss F., Sekefalvi-Nad B. *Lektsii po funktsionalnomu analizu [Lectures on Functional Analysis]*. M.: Mir, 1979. [in Russian].



19 Shabat, B.V. Vvedeniye v kompleksnyy analiz. V 2 chastyakh. Chast 1. Funktsii odnogo peremennogo [Introduction to complex analysis. In 2 parts. Part 1. Functions of one variable]. M: URSS, 2015. [in Russian].

20 Kudryavtsev L.D. Kratkiy kurs matematicheskogo analiza [Short Course in Calculus]. M: Nauka, 1989. [in Russian].

### **Н. С. ИМАНБАЕВ**

*Оңтүстік Қазақстан мемлекеттік педагогикалық университеті, Шымкент қаласы  
Математика және математикалық модельдеу институты, Алматы қаласы*

## **КЕСІНДІДЕГІ ЖҮКТЕЛГЕН БІРІНШІ РЕТТІ ДИФФЕРЕНЦИАЛДЫҚ ОПЕРАТОРМЕН БАЙЛАНЫСТЫ БҮТІН ФУНКЦИЯНЫҢ НӨЛДЕРІ**

Бұл мақалада  $[-1; 1]$  кесіндісіндегі периодтық шартпен берілген бірінші ретті дифференциалдық оператордың меншікті мәндерін зерттеуге қойылған есеп қарастырылады. Қарастырылып отырған жүктелген дифференциалдау операторының спектралдық есебінің сипаттамалық анықтауышы құрылып, оның спектралдық параметрден тәуелді болатын бүтін аналитикалық функция болатындығы көрсетілген. Сипаттамалық анықтауыштың негізінде жүктелген (толқытылған) теңдеудің құрамында  $\Phi(-1) = \Phi(1) = 1$  шартын қанағаттандыратын өзгеруі шенелген функциясы бар дифференциалдау операторының спектрінің асимптотикасы мен меншікті функциялары туралы қорытындылар жасалған. Меншікті мәндердің комплексті жазықтықтағы орналасуы туралы теорема дәлелденіп, бүтін аналитикалық функцияның ре-гулярлы өсімі көрсетілген. Бүтін аналитикалық функцияның асимптотикалық қасиеттері мен түбірлерінің таралымы зерттелген.

**Түйін сөздер:** жүктелген дифференциалдық оператор, толқытылу, сипаттамалық анықтауыш, бүтін функцияның нөлдері, асимптотика, меншікті мәндер, спектр, меншікті функциялар, базис.

### **Н. С. ИМАНБАЕВ**

*Южно-Казахстанский государственный педагогический университет, г. Шымкент  
Институт математики и математического моделирования, г. Алматы*

## **НУЛИ ЦЕЛОЙ ФУНКЦИИ, СВЯЗАННОЙ НАГРУЖЕННЫМ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫМ ОПЕРАТОРОМ ПЕРВОГО ПОРЯДКА НА ОТРЕЗКЕ**

В статье рассматривается задача на собственные значения нагруженного дифференциального оператора первого порядка с периодическим краевым условием на отрезке  $[-1; 1]$ , то есть уравнение содержит нагрузку в точке  $(-1)$  и функции  $\Phi(t)$  – ограниченной вариации, с условием  $\Phi(-1) = \Phi(1) = 1$ . Построен характеристический определитель спектральной задачи для рассматриваемого нагруженного оператора дифференцирования, который является целой аналитической функцией от спектрального параметра. На основе формулы характеристического определителя доказаны выводы об асимптотике спектра и собственных функций нагруженной («возмущенной») спектральной задачи для оператора дифференцирования, характеристический определитель которого является целой аналитической функцией от спектрального параметра

$\lambda$ . Сформулирована теорема о расположении собственных значений на комплексной плоскости  $\lambda$ , где указан регулярный рост целой аналитической функции. Исследуются мероморфные функции вполне регулярного роста в верхней полуплоскости относительно функции роста и асимптотические свойства целых функций с заданным законом распределения корней. Доказывается теорема об асимптотике нулей целой функции, то есть собственных значений исходной рассматриваемой спектральной задачи для нагруженного дифференциального оператора дифференцирования, при этом изучаются асимптотические свойства целой функции с распределением корней.

**Ключевые слова:** нагруженный дифференциальный оператор, возмущенный, характеристический определитель, нули целой функции, асимптотика, собственные значения, спектр, собственные функций, базис.

**М. Д. КОШАНОВА\***, **М. А. МУРАТБЕКОВА**, **Б. Х. ТУРМЕТОВ**

*МКТУ им. К.А.Ясави, Туркестан, Казахстан*

## **О РАЗРЕШИМОСТИ НАЧАЛЬНО-КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ НЕЛОКАЛЬНОГО ГИПЕРБОЛИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ**

*В настоящей работе в прямоугольной области рассматривается дифференциальное уравнение в частных производных с инволютивно преобразованными аргументами. Рассматриваемое уравнение является нелокальным аналогом уравнения гиперболического типа второго порядка. К этому уравнению ставятся начально-краевые условия, причем порядок граничных операторов превосходит порядок уравнения. Исследуются вопросы корректности рассматриваемой задачи. Для решения поставленной задачи применяется метод Фурье, т.е. метод разделения переменных. Изучаются свойства собственных функций и собственных значений соответствующей спектральной задачи. Для рассматриваемой основной задачи доказаны теоремы о единственности и существования решения. При доказательстве теоремы о единственности решения исследуемая задача сводится к двум вспомогательным, однородным начально-краевым задачам для классического уравнения гиперболического типа. Полученные уравнения зависят от коэффициентов основного уравнения и для них налагаются определенные условия. Далее, используя полноту собственных функций вспомогательной спектральной задачи, решение основной задачи ищется в виде ряда по этой системе. Для неизвестных коэффициентов ряда получается система обыкновенных дифференциальных уравнений с краевыми условиями высокого порядка. Решая эти задачи, находим явный вид решения исследуемой основной задачи.*

**Ключевые слова:** нелокальное уравнение, гиперболическое уравнение, оператор высшего порядка, метод Фурье, инволюция, единственность решения, существование решения.

**Введение.** По классификации приведенной в книге А.М.Нахушева [1], к нелокальным уравнениям относятся уравнения, в которых неизвестная функция и ее производные входят, вообще говоря, при различных значениях аргументов. Среди нелокальных дифференциальных уравнений особое место занимают уравнения, в которых отклонение аргументов имеет инволютивный характер. Отображение  $I$  принято называть (инволюцией) если  $I^2 = E$ ,  $E$  – тождественное отображение. Теория уравнений с инволютивно преобразованными аргументами и их приложения подробно описаны в монографиях [2,3]. К настоящему моменту для дифференциальных уравнений с различными видами инволюции достаточно хорошо изучены корректность краевых и начально-краевых задач, качественные свойства решений и спектральные вопросы [4 – 13].

Пусть  $\Omega = \{(x, t) : 0 < x < p, 0 < t < T\}$ ,  $a_0, a_1$  – некоторые действительные числа. Рассмотрим в области  $\Omega$  следующую задачу

$$\frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial t^2} - a_0 \frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial x^2} - a_1 \frac{\partial^2 u(p - x, t)}{\partial x^2} = f(x, t), (x, t) \in \Omega, \quad (1)$$

$$u(0, t) = u(p, t) = 0, 0 \leq t \leq T, \quad (2)$$

---

\* E-mail корреспондирующего автора: [maira.koshanova@ayu.edu.kz](mailto:maira.koshanova@ayu.edu.kz)

$$\frac{\partial^k u(x,0)}{\partial t^k} = \varphi_k(x), \frac{\partial^{k+1} u(x,0)}{\partial t^{k+1}} = \psi_k(x), 0 \leq x \leq p, \quad (3)$$

где  $k \geq 1$ ,  $f(x,t)$ ,  $\varphi_k(x)$  и  $\psi_k(x)$  заданные функции.

В дальнейшем будем считать, что  $a_0$  и  $a_1$  одновременно не обращаются в нуль.

Задача (1)-(3) в случае  $a_0 = 1, a_1 = 0$  исследована в работе [14]. Отметим также, что вопросы разрешимости краевых и начально-краевых задач с граничными операторами высокого порядка изучены в работах [15-17].

**2. Исследование единственности решения задачи.** В этом пункте мы исследуем единственность решения задачи (1)-(3). Рассмотрим следующую вспомогательную задачу

$$v_{tt}(x,t) = \varepsilon v_{xx}(x,t) + g(x,t), (x,t) \in \Omega \quad (4)$$

$$v(0,t) = v(p,t) = 0, 0 \leq t \leq T \quad (5)$$

$$v_t^{(k)}(x,0) = \varphi(x), v_t^{(k+1)}(x,0) = \psi(x), 0 \leq x \leq p. \quad (6)$$

Задача (4) – (6) в случае  $\varepsilon = 1$  изучена в работе [14]. Используя методику этой работы, можно доказать следующее утверждение.

**Лемма 1.** Если  $\varepsilon > 0$  и решение задачи (4) – (6) существует, то оно единственно.

Используя это утверждение, докажем единственность решения задачи (1) – (3). Обозначим  $\varepsilon_1 = a_0 + a_1$ ,  $\varepsilon_2 = a_0 - a_1$ .

**Теорема 1.** Если  $\varepsilon_1, \varepsilon_2 > 0$  и решение задачи (1) – (3) существует, то оно единственно.

**Доказательство.** Пусть  $u(x, t)$  является решением однородной задачи (1) – (3). Из уравнения (1) следует, что для всех  $(x, t) \in \Omega$  выполняются равенства

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial t^2} - a_0 \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2} - a_1 \frac{\partial^2 u(p-x,t)}{\partial x^2} &= 0, \\ \frac{\partial^2 u(p-x,t)}{\partial t^2} - a_0 \frac{\partial^2 u(p-x,t)}{\partial x^2} - a_1 \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2} &= 0. \end{aligned}$$

Отсюда

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2} [u(x,t) + u(p-x,t)] - \varepsilon_1 \frac{\partial^2}{\partial x^2} [u(x,t) + u(p-x,t)] = 0, \quad (7)$$

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2} [u(x,t) - u(p-x,t)] - \varepsilon_2 \frac{\partial^2}{\partial x^2} [u(x,t) - u(p-x,t)] = 0 \quad (8)$$

Обозначим

$$u^+(x,t) = u(x,t) + u(p-x,t), u^-(x,t) = u(x,t) - u(p-x,t).$$

Так как функция  $u(x,t)$  удовлетворяет однородным условиям (2) и (3), то этим же условиям удовлетворяют функции  $u^+(x,t)$  и  $u^-(x,t)$ . Кроме того, из равенств (7) и (8)

получаем, что функции  $u^+(x, t)$  и  $u^-(x, t)$  удовлетворяют и однородному уравнению (4) с  $\varepsilon = \varepsilon_1$  и  $\varepsilon = \varepsilon_2$  соответственно.

Следовательно, функции  $u^+(x, t)$  и  $u^-(x, t)$  удовлетворяют однородным условиям задачи (4) – (6). Тогда по утверждению леммы  $1 u^+(x, t) = u^-(x, t) \equiv 0, (x, t) \in \bar{\Omega}$ . Так как  $u(x, t) = \frac{1}{2} [u^+(x, t) + u^-(x, t)]$ , то  $u(x, t) \equiv 0, (x, t) \in \bar{\Omega}$ . Таким образом, решение задачи (1) – (3) единственно. Теорема доказана.

**Замечание 1.** Если  $\varepsilon_1, \varepsilon_2 \leq 0$ , то можно показать, что однородная задача (1) - (3) имеют ненулевые решения.

**3. Существование решение.** Переходим к изучению существования решения задачи (1) – (3). Пусть  $X_n(x) = \sqrt{\frac{2}{p}} \sin \lambda_n x, \lambda_n = \frac{n\pi}{p}, n = 1, 2, \dots$ . Известно, что  $X_n(x)$  является полной и ортонормированной системой в пространстве  $L_2(0, p)$  и для них справедливы равенства

$$X_n(p-x) = \sqrt{\frac{2}{p}} \sin \lambda_n(p-x) = -\sqrt{\frac{2}{p}} \cos n\pi \sin \frac{n\pi}{p} x = (-1)^{n+1} X_n(x).$$

Решение задачи (1) – (3) будем искать в виде

$$u(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} u_n(t) X_n(x), \tag{9}$$

где  $u_n(t)$  – неизвестные коэффициенты. Из равенства (9) следует

$$u(p-x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} u_n(t) X_n(p-x) = \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} u_n(t) X_n(p).$$

Функции  $f(x, t), \varphi_k(x)$  и  $\psi_k(x)$  представим в виде ряда Фурье по функциям  $X_n(x)$ , т.е.

$$f(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} f_n(t) X_n(x), \tag{10}$$

$$\varphi_k(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \varphi_{kn} X_n(x), \tag{11}$$

$$\psi_k(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \psi_{kn} X_n(x), \tag{12}$$

где

$$f_n(t) = \int_0^p f(x, t) X_n(x) dx, \quad \varphi_{kn} = \int_0^p \varphi_k(x) X_n(x) dx, \quad \psi_{kn} = \int_0^p \psi_k(x) X_n(x) dx.$$

Далее, дифференцируя формально ряд (9) по переменной  $t$  и по  $x$  дважды, получаем

$$\frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial t^2} = \sum_{n=1}^{\infty} u_n''(t) X_n(x), \quad \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2} = -\sum_{n=1}^{\infty} \lambda_n^2 u_n(t) X_n(x),$$

$$\frac{\partial^2 u(p-x,t)}{\partial x^2} = -\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \lambda_n^2 u_n(t) X_n(x).$$

Подставляя эти выражения в уравнение (1), находим

$$0 = \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial t^2} - a_0 \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2} - a_1 \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2} - f(x,t) = \sum_{n=1}^{\infty} u_n''(t) X_n(x) + a_0 \sum_{n=1}^{\infty} \lambda_n^2 u_n(t) X_n(x) +$$

$$+ a_1 \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \lambda_n^2 u_n(t) X_n(x) - \sum_{n=1}^{\infty} f_n(t) X_n(x) = \sum_{n=1}^{\infty} [u_n''(t) + \theta_n^2 u_n(t) - f_n(t)] X_n(x),$$

где  $\theta_n^2 = (a_1 + (-1)^{n+1} a_1) \lambda_n^2$ .

Отсюда в силу полноты системы  $X_n(x)$  получаем

$$u_n''(t) + \theta_n^2 u_n(t) - f_n(t) = 0, n = 1, 2, \dots \tag{13}$$

Решением уравнения (13) удовлетворяющее условиям  $u_n^{(k)}(0) = \Phi_{kn}, u_n^{(k+1)}(0) = \Psi_{kn}$  является следующая функция

$$u_n(t) = \frac{\Phi_{kn}}{\theta_n^k} \cos\left(\frac{\pi k}{2} - \theta_n t\right) - \frac{\Psi_{kn}}{\theta_n^{k+1}} \sin\left(\frac{\pi k}{2} - \theta_n t\right) + \sum_{s=0}^{\left[\frac{k+1}{2}\right]-1} \frac{(-1)^s}{\theta_n^{k+1-2s}} f_n^{(k-1-2s)}(0) \sin\left(\frac{\pi k}{2} - \theta_n t\right) -$$

$$- \sum_{s=0}^{\left[\frac{k}{2}\right]-1} \frac{(-1)^s}{\theta_n^{k-2s}} f_n^{(k-2-2s)}(0) \cos\left(\frac{\pi k}{2} - \theta_n t\right) + \frac{1}{\theta_n} \int_0^t f_n(\tau) \sin \theta_n(t - \tau) d\tau. \tag{14}$$

Подставляя (14) в (9), имеем

$$u(x,t) = \sum_{n=1}^{\infty} X_n(x) \left[ \frac{\Phi_{kn}}{\theta_n^k} \cos\left(\frac{\pi k}{2} - \theta_n t\right) - \frac{\Psi_{kn}}{\theta_n^{k+1}} \sin\left(\frac{\pi k}{2} - \theta_n t\right) + \right.$$

$$+ \sum_{s=0}^{\left[\frac{k+1}{2}\right]-1} \frac{(-1)^s}{\theta_n^{k+1-2s}} f_n^{(k-1-2s)}(0) \sin\left(\frac{\pi k}{2} - \theta_n t\right) + \frac{1}{\theta_n} \int_0^t f_n(\tau) \sin \theta_n(t - \tau) d\tau -$$

$$\left. - \sum_{s=0}^{\left[\frac{k}{2}\right]-1} \frac{(-1)^s}{\theta_n^{k-2s}} f_n^{(k-2-2s)}(0) \cos\left(\frac{\pi k}{2} - \theta_n t\right) \right]. \tag{15}$$

Заметим, что

$$\theta_{2n-1}^2 = (a_1 + (-1)^{2n} a_1) \lambda_{2n-1}^2 = (a_1 + a_1) \lambda_{2n-1}^2 = \varepsilon_1 \lambda_{2n-1}^2, n = 1, 2, \dots,$$

$$\theta_{2n}^2 = (a_1 + (-1)^{2n+1} a_1) \lambda_{2n}^2 = (a_1 - a_1) \lambda_{2n}^2 = \varepsilon_2 \lambda_{2n}^2, n = 1, 2, \dots$$



Тогда  $\theta_{2n-1} = \sqrt{\varepsilon_1} \lambda_{2n-1}; \theta_{2n} = \sqrt{\varepsilon_2} \lambda_{2n}$ . Подставляя эти значения в (15), имеем

$$u(x, t) = u_1(x, t) + u_2(x, t), \tag{16}$$

где  $u_1(x, t)$  определяется равенством

$$u_1(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} X_{2n-1}(x) \left[ \frac{\Phi_{k, 2n-1}}{\sqrt[k]{\varepsilon_1} \lambda_{2n-1}^k} \cos\left(\frac{\pi k}{2} - \varepsilon_1 \lambda_{2n-1} t\right) - \frac{\Psi_{k, 2n-1}}{\sqrt[k+1]{\varepsilon_1} \lambda_{2n-1}^{k+1}} \sin\left(\frac{\pi k}{2} - \varepsilon_1 \lambda_{2n-1} t\right) \right] + \\ + \sum_{s=0}^{\left[\frac{k+1}{2}\right]-1} \frac{(-1)^s f_{2n-1}^{(k-1-2s)}(0)}{\varepsilon_1^{(k+1-2s)/2} \lambda_{2n-1}^{k+1-2s}} \sin\left(\frac{\pi k}{2} - \sqrt{\varepsilon_1} \lambda_{2n-1} t\right) + \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_1} \lambda_{2n-1}} \int_0^t f_{2n-1}(\tau) \sin \sqrt{\varepsilon_1} \lambda_{2n-1} (t - \tau) d\tau - \\ - \sum_{s=0}^{\left[\frac{k}{2}\right]-1} \frac{(-1)^s}{\varepsilon_1^{(k-2s)/2} \lambda_{2n-1}^{k-2s}} f_{2n-1}^{(k-2-2s)}(0) \cos\left(\frac{\pi k}{2} - \sqrt{\varepsilon_1} \lambda_{2n-1} t\right) \Bigg], \tag{17}$$

а  $u_2(x, t)$  имеет вид

$$u_2(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} X_{2n}(x) \left[ \frac{\Phi_{k, 2n}}{\sqrt[k]{\varepsilon_2} \lambda_{2n}^k} \cos\left(\frac{\pi k}{2} - \varepsilon_2 \lambda_{2n} t\right) - \frac{\Psi_{k, 2n}}{\sqrt[k+1]{\varepsilon_2} \lambda_{2n}^{k+1}} \sin\left(\frac{\pi k}{2} - \varepsilon_2 \lambda_{2n} t\right) \right] + \\ + \sum_{s=0}^{\left[\frac{k+1}{2}\right]-1} \frac{(-1)^s f_{2n}^{(k-1-2s)}(0)}{\varepsilon_2^{(k+1-2s)/2} \lambda_{2n}^{k+1-2s}} \sin\left(\frac{\pi k}{2} - \sqrt{\varepsilon_2} \lambda_{2n} t\right) + \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_2} \lambda_{2n}} \int_0^t f_{2n}(\tau) \sin \sqrt{\varepsilon_2} \lambda_{2n} (t - \tau) d\tau - \\ - \sum_{s=0}^{\left[\frac{k}{2}\right]-1} \frac{(-1)^s}{\varepsilon_2^{(k-2s)/2} \lambda_{2n}^{k-2s}} f_{2n}^{(k-2-2s)}(0) \cos\left(\frac{\pi k}{2} - \sqrt{\varepsilon_2} \lambda_{2n} t\right) \Bigg]. \tag{18}$$

Таким образом, мы нашли формально решение задачи (1)-(3). Остается исследовать сходимость рядов (17) и (18).

В работе [14] доказаны следующие утверждения.

**Лемма 2.** Пусть  $f(x, t) \in C^1(\bar{\Omega})$ ,  $f(0, t) = f(p, t) = 0$ ,  $f(x, t) \in Lip_\alpha[0, p]$  равномерно по  $t$  и  $0 < \alpha < 1$ . Тогда ряд (10) сходится абсолютно и равномерно в  $\bar{\Omega}$ .

**Лемма 3.** Пусть  $\varphi_k(x) \in W_2^1(0, p)$ ,  $\varphi_k(0) = \varphi_k(p) = 0$ . Тогда ряд (11) сходится абсолютно и равномерно на отрезке  $[0, p]$ .

**Лемма 4.** Пусть  $\Psi_k(x) \in W_2^1(0, p)$ ,  $\Psi_k(0) = \Psi_k(p) = 0$ . Тогда ряд (12) сходится абсолютно и равномерно на отрезке  $[0, p]$ .

**Лемма 5.** Если  $\frac{\partial^{k+1} f(x, t)}{\partial t^{k+1}} \in C(\bar{\Omega})$ , то ряд

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{X_n(x)}{\lambda_n} \int_0^t f_n^{(m)}(\tau) \sin\left[\frac{\pi(k+m)}{2} + \lambda_n(t-m)\right] d\tau, m = 1, 2, \dots, k+1$$

сходится абсолютно и равномерно в  $\bar{\Omega}$ .

**Лемма 6.** Если  $\frac{\partial^{k-1} f(x,t)}{\partial t^{k-1}} \in C(\bar{\Omega}), k \geq 1$ , то ряд

$$\sum_{n=1}^{\infty} X_n(x) \sum_{s=0}^{\left[\frac{k+1}{2}\right]-1} \frac{(-1)^s}{\lambda_n^{k+1-2s}} f_n^{(k+1-2s)}(0) \sin\left(\frac{\pi k}{2} - \lambda_n t\right)$$

сходится абсолютно и равномерно в  $\bar{\Omega}$ .

Аналогично, при выполнении условий

$$\frac{\partial^{k-1} f(x,t)}{\partial t^{k-1}} \in C(\bar{\Omega}), k \geq 1, \frac{\partial^{k-2} f(x,t)}{\partial t^{k-2}} \in C(\bar{\Omega}), k \geq 2,$$

$$\frac{\partial f(x,t)}{\partial x} \in C(\bar{\Omega}), f(0,t) = f(p,t) = 0, 0 \leq t \leq T$$

доказываются абсолютная и равномерная в области  $\bar{\Omega}$  сходимости рядов

$$\sum_{n=1}^{\infty} X_n(x) \sum_{s=0}^{\left[\frac{k}{2}\right]-1} \frac{(-1)^s}{\lambda_n^{k-2s}} f_n^{(k-2s)}(0) \cos\left(\frac{\pi k}{2} - \lambda_n t\right)$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} X_n(x) \sum_{s=0}^{\left[\frac{k+1}{2}\right]-1} \frac{(-1)^s}{\lambda_n^{k-1-2s}} f_n^{(k-1-2s)}(0) \sin\left(\frac{\pi k}{2} - \lambda_n t\right)$$

Из этих лемм вытекает следующее основное утверждение.

**Теорема 2.** Пусть  $\varepsilon_1, \varepsilon_2 > 0$  и выполняются условия

1)  $f(x,t) \in C^1(\bar{\Omega}), f(0,t) = f(p,t) = 0, 0 \leq t \leq T$  и  $\frac{\partial f(x,t)}{\partial x} \in Lip_{\alpha}[0, p]$  равномерно

относительно  $t, 0 < \alpha < 1$ ;

2)  $\frac{\partial^k f(x,t)}{\partial t^k} \in C(\bar{\Omega}), \frac{\partial^{k+1} f(x,t)}{\partial t^{k+1}} \in L_2(\Omega)$ ;

3)  $\varphi_k(x) \in W_2^2(0, p), \varphi_k(0) = \varphi_k(p) = 0$

4)  $\psi_k(x) \in W_2^1(0, p), \psi_k(0) = \psi_k(p) = 0$

Тогда ряды (17) и (18), а также ряды полученные дифференцированием  $\frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial t^2}, \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2}, \frac{\partial^k u(x,t)}{\partial t^k}$  и  $\frac{\partial^{k+1} u(x,t)}{\partial t^{k+1}}$  сходятся абсолютно и равномерно в  $\bar{\Omega}$ , функция  $u(x,t)$  из равенства (15) принадлежит классу  $C_{x,t}^{2,k+1}(\bar{\Omega})$  и удовлетворяет условиям задачи (1)-(4).

Исследование выполнено при поддержке грантового финансирования Комитета науки МНВО РК в рамках научного проекта № AP09259074.

#### ЛИТЕРАТУРА

- 1 Нахушев, А.М. Уравнения математической биологии / – М.: Высш. шк., 1995. – 301 с.  
Nahushev A.M. (1995) Uravnenia matematicheskoi biologii [Equations of mathematical physics]. Vishaya shkola., -301.(in Russian)
- 2 Cabada, A.; Tojo, F.A.F. Differential Equations with Involutions, 1st ed.; Atlantis Press: Paris, France, 2015.
- 3 Karapetiants, N.; Samko, S. Equations with Involutive Operators, 1st ed.; World Birkhauser: Boston, MA, USA; 2001. <https://doi.org/10.1007/BF01332659>
- 4 Андреев, А.А. Об аналогах классических краевых задач для одного дифференциального уравнения второго порядка с отклоняющимся аргументом / А.А. Андреев // Дифференц. уравнения. – 2004. – Т. 40, № 8. – С. 1126–1128.  
Andreev A.A. (2004) Ob analogah klasscheskih kraevih zadach dlia odnogo differencialnogo uravnenia vtorogo poriadka s otkloniaushimsia argumentum [On Analogues of Classical Boundary Value Problems for a Second-Order Differential Equation with Deviating Argument]. Differencialnie uravnenia V.-4, №8, 1126-1128. (in Russian)
- 5 Ashyralyev, A.; Ibrahim, S.; Hincal, E. On stability of the third order partial delay differential equation with involution and Dirichlet condition // Bull. Karaganda Univ. Math. Ser. – 2021. – Vol 2. – P.25–34. <https://doi.org/10.3390/SYM12061033>
- 6 Ashyralyev, A., Al-Hazaimeh H. Stability of the time-dependent identification problem for the telegraph equation with involution // International Journal of Applied Mathematics. – 2022. – Vol.35. – P.447 – 459. <https://doi.org/10.12732/ijam.v35i3.7>
- 7 Baskakov A.G., Krishtal I.A., Uskova N.B. On the spectral analysis of a differential operator with an involution and general boundary conditions// Eurasian Mathematical Journal. – 2020. – Vol.11. – P. 30 – 39. <https://doi.org/10.32523/2077-9879-2020-11-2-30-39>
- 8 Burlutskaya M. Sh. Some properties of functional-differential operators with involution  $n(x) = 1 - x$  and their applications. Russian Mathematics. – 2021. – Vol. 65. – P. 69 – 76. <https://doi.org/10.3103/S1066369X21050108>
- 9 Granilshchikova Y.A., Shkalikov A.A. Spectral properties of a differential operator with involution // Vestn. Mosk. Univ. Matematika. Mekhanika. – 2022. – № 4. – P. 67 –71. <https://doi.org/10.3103/S0027132222040040>
- 10 Karachik V.V., Sarsenbi A.M., Turmetov B.Kh. On the solvability of the main boundary value problems for a nonlocal Poisson equation // Turk. J. Math. – 2019. – Vol.43. – P.1604 – 1625. <https://doi.org/10.3906/mat-1901-71>
- 11 Kozhanov A.I., Dyuzheva A.V. Non-local problems with integral displacement for high-order parabolic equations //The Bulletin of Irkutsk State University. Series Mathematics. – 2021. – Vol.36. – P.14 – 28 <https://doi.org/10.26516/1997-7670.2021.36.14>
- 12 Sarsenbi, A.A.; Sarsenbi, A.M. On eigenfunctions of the boundary value problems for second order differential equations with involution // Symmetry. – 2021. – Vol.13. – P.1-15. <https://doi.org/10.3390/sym13101972>
- 13 Yarka U., Fedushko S., Vesel P. The Dirichlet Problem for the Perturbed Elliptic Equation// Mathematics. – 2020. –Vol.8, No.2108. – P.1 – 13.
- 14 Amanov D., Ibragimov D., Kılıçman A. On a generalization of the initial-boundary problem for the vibrating string equation // Symmetry. – 2019. – Vol.11. – P.1 – 10. <https://doi.org/10.3390/sym11010073>

15 Amanov D. On a generalization of the dirichlet problem for the poisson equation // *Boundary Value Problems*. – 2016. – Vol. 2016. – P.1 – 15. <https://doi.org/10.1186/s13661-016-0668-6>

## REFERENCES

- 1 Nahushev, A.M. *Uravneniya matematicheskoy biologii* / – M.: Vyssh. shk., 1995. – 301 s.
- Nahushev A.M. (1995) *Uravnenia matematicheskoi biologii* [Equations of mathematical physics]. *Vishaya shkola.*, -301.(in Russian)
- 2 Cabada, A.; Tojo, F.A.F. *Differential Equations with Involutions*, 1st ed.; Atlantis Press: Paris, France, 2015.
- 3 Karapetiants, N.; Samko, S. *Equations with Involution Operators*, 1st ed.; World Birkhauser: Boston, MA, USA; 2001. <https://doi.org/10.1007/BF01332659>
- 4 Andreev, A.A. *Ob analogah klassicheskikh kraevykh zadach dlya odnogo differentsial'nogo uravneniya vtorogo poriyadka s otklonyayushchimsya argumentom* / A.A. Andreev // *Differenc. uravneniya*. – 2004. – T. 40, № 8. – С. 1126–1128.
- Andreev A.A. (2004) *Ob analogah klassicheskikh kraevykh zadach dlya odnogo differentsialnogo uravneniya vtorogo poriyadka s otklonyayushchimsya argumentom* [On Analogues of Classical Boundary Value Problems for a Second-Order Differential Equation with Deviating Argument]. *Differentsialnie uravneniya* V.-4, №8, 1126–1128. (in Russian)
- 5 Ashyralyev, A.; Ibrahim, S.; Hincal, E. On stability of the third order partial delay differential equation with involution and Dirichlet condition // *Bull. Karaganda Univ. Math. Ser.* – 2021. – Vol 2. – P.25–34. <https://doi.org/10.3390/SYM12061033>
- 6 Ashyralyev, A., Al-Hazaimeh H. Stability of the time-dependent identification problem for the telegraph equation with involution // *International Journal of Applied Mathematics*. – 2022. – Vol.35. – P.447 – 459. <https://doi.org/10.12732/ijam.v35i3.7>
- 7 Baskakov A.G., Krishtal I.A., Uskova N.B. On the spectral analysis of a differential operator with an involution and general boundary conditions// *Eurasian Mathematical Journal*. – 2020. – Vol.11. – P. 30 – 39. <https://doi.org/10.32523/2077-9879-2020-11-2-30-39>
- 8 Burlutskaya M. Sh. Some properties of functional-differential operators with involution  $n(x) = 1 - x$  and their applications. *Russian Mathematics*. – 2021. – Vol. 65. – P. 69 – 76. <https://doi.org/10.3103/S1066369X21050108>
- 9 Granilshchikova Y.A., Shkalikov A.A. Spectral properties of a differential operator with involution // *Vestn. Mosk. Univ. Matematika. Mekhanika*. – 2022. – № 4. – P. 67 –71. <https://doi.org/10.3103/S0027132222040040>
- 10 Karachik V.V., Sarsenbi A.M., Turmetov B.Kh. On the solvability of the main boundary value problems for a nonlocal Poisson equation // *Turk. J. Math.* – 2019. – Vol.43. – P.1604 – 1625. <https://doi.org/10.3906/mat-1901-71>
- 11 Kozhanov A.I., Dyuzheva A.V. Non-local problems with integral displacement for high-order parabolic equations // *The Bulletin of Irkutsk State University. Series Mathematics*. – 2021. – Vol.36. – P.14 – 28 <https://doi.org/10.26516/1997-7670.2021.36.14>
- 12 Sarsenbi, A.A.; Sarsenbi, A.M. On eigenfunctions of the boundary value problems for second order differential equations with involution // *Symmetry*. – 2021. – Vol.13. – P.1-15. <https://doi.org/10.3390/sym13101972>
- 13 Yarka U., Fedushko S., Vesel P. The Dirichlet Problem for the Perturbed Elliptic Equation// *Mathematics*. – 2020. –Vol.8, No.2108. – P.1 – 13.
- 14 Amanov D., Ibragimov D., Kılıçman A. On a generalization of the initial-boundary problem for the vibrating string equation // *Symmetry*. – 2019. – Vol.11. – P.1 – 10. <https://doi.org/10.3390/sym11010073>

15 Amanov D. On a generalization of the dirichlet problem for the poisson equation // Boundary Value Problems. – 2016. – Vol. 2016. – P.1 – 15. <https://doi.org/10.1186/s13661-016-0668-6>

**М. Д. КОШАНОВА, М. А. МУРАТБЕКОВА, Б. Х. ТУРМЕТОВ**

*Қ.А.Ясауи атындағы Халықаралық қазақ-түрік университеті, Түркістан қ.,  
Қазақстан*

### **БЕЙЛОКАЛ ГИПЕРБОЛАЛЫҚ ТЕҢДЕУ ҮШІН БАСТАПҚЫ-ШЕТТІК ЕСЕПТІҢ ШЕШІМДІЛІГІ ТУРАЛЫ**

Бұл жұмыста төртбұрыш аймақта аргументтері инволютивті түрлендірілген дербес тундылы дифференциалдық теңдеу қарастырылады. Қарастырылатын теңдеу екінші ретті гиперболалық типті теңдеудің бейлокал аналогы болып табылады. Бұл теңдеуге бастапқы-шеттік шарттар қойылады, мұнда шекаралық операторлардың ретті теңдеудің ретінен асып түседі. Қарастырылатын есептердің қисынды қойылу мәселесі зерттелінеді. Қойылған есепті шешу үшін Фурье әдісі, яғни айнымалдарды ажырату әдісі қолданылады. Сәйкес спектралдық есептің меншікті функциялары және меншікті мәндерінің қасиеттері зерттеледі. Қарастырылатын негізгі есептің шешімі бар және жалғыз болуы туралы теоремалар дәлелденеді. Шешімнің жалғыз болуы туралы теореманы дәлелдеу барысында қарастырылатын есеп классикалық гиперболалық типтегі теңдеулер үшін екі көмекші бастапқы-шеттік шартты есептерге келтіріледі. Алынған теңдеулер негізгі теңдеудің коэффициенттеріне тәуелді болады және оларға белгі бір шарттар қойылады. Ары қарай, көмекші спектрлік есептің меншікті функцияларының толымдылығынан пайдаланып негізгі есептің шешімі осы жүйе бойынша қатар түрінде ізделінеді. Қатардың белгісіз коэффициенттері үшін жоғарғы ретті шеттік шарттармен берілген жай дифференциалдық теңдеулер жүйесі алынады. Осы есептерді шешу нәтижесінде зерттелінетін негізгі есептің шешімінің айқын түрін табамыз.

**Түйін сөздер:** бейлокал теңдеу, гиперболалық теңдеу, жоғарғы ретті оператор, Фурье әдісі, инволюция, шешімнің жалғыз болуы, шешімнің бар болуы .

**M. KOSHANOVA, M. MURATBEKOVA, B. TURMETOV**

*A. Yasaui International Kazakh-Turkish University, Turkestan, Kazakhstan*

### **ON THE SOLVABILITY OF THE INITIAL-BOUNDARY VALUE PROBLEM FOR A NONLOCAL HYPERBOLIC EQUATION**

In this paper, we consider a partial differential equation with involutively transformed arguments in a rectangular domain. The considered equation is a non-local analog of the second-order hyperbolic type equation. This equation is subject to initial-boundary conditions, and the order of the boundary operators exceeds the order of the equation. Questions of correctness of the considered problem are investigated. To solve the problem, the Fourier method is used, i.e. separation of variables method. The properties of eigenfunctions and eigenvalues of the corresponding spectral problem are studied. For the main problem under consideration, theorems on the uniqueness and existence of a solution are proved. When proving the theorem on the uniqueness of the solution, the problem under study is reduced to two auxiliary, homogeneous initial-boundary value problems for a classical equation of hyperbolic type. The resulting equations depend on the coefficients of the main equation and certain conditions are imposed on them.

*Further, using the completeness of the eigenfunctions of the auxiliary spectral problem, the solution of the main problem is sought in the form of a series in this system. For the unknown coefficients of the series, a system of ordinary differential equations with high-order boundary conditions is obtained. Solving these problems, we find an explicit form of the solution of the main problem under study.*

**Keywords:** *nonlocal equation, hyperbolic equation, higher order operator, Fourier method, involution, uniqueness of solution, existence of solution.*

**Т. Г. МАММАДЗАДА**

*Национальная академия авиации, Баку, Азербайджан*

*tmamedzadeh@gmail.com*

## **СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ ВЫВЕДЕНИЯ СПУТНИКОВ ДЛЯ РАДИАЦИОННОГО МОНИТОРИНГА С ПОМОЩЬЮ ДВИГАТЕЛЕЙ БОЛЬШОЙ И МАЛОЙ ТЯГОВОООРУЖЕННОСТИ**

*В статье рассматриваются задачи выведения спутников на орбиты для радиационного мониторинга Земли с помощью разгонного блока, предварительно выведенного на опорную круговую орбиту и оснащенного двигателями большой тяговооруженности – химическими ракетными двигателями (ХРД), и малой тяговооруженности – электроракетной двигательной установкой (ЭРДУ). Проводится построение и расчёт траекторий выведения спутников с помощью ХРД и ЭРДУ и сравнительный анализ результатов выведения. Перелёт космического аппарата с помощью ХРД аппроксимируется импульсным воздействием, а траектория перелёта космического аппарата на участке ЭРДУ рассчитывается при условии минимизации времени перелёта с применением принципа максимума Понтрягина. Полученные результаты демонстрируют преимущества выведения спутников как с помощью двигателей большой тяговооруженности, так и с малой, а также техническую реализуемость задачи выведения спутников на заданные орбиты.*

**Ключевые слова:** *большая тяга, малая тяга, электроракетные двигательные установки, химические ракетные двигатели, орбитальный анализ, импульсная аппроксимация, принцип максимума, радиационный мониторинг.*

**Введение.** Принцип действия химических ракетных двигателей (ХРД) заключается в химической реакции горения топлива, за счет чего нагретые до высокой температуры и стремительно расширяющиеся продукты сгорания с большой скоростью вытекают из реактивного сопла. В электроракетной двигательной установке (ЭРДУ) электрическая энергия бортовой энергоустановки космического аппарата используется в качестве источника энергии для создания тяги. ХРД работают сравнительно короткое время, при этом может создаваться реактивное ускорение, превышающее ускорение свободного падения Земли. При этом ЭРДУ обладают высокой скоростью истечения рабочего тела, что обеспечивает существенно меньший расход топлива по сравнению с химическими ракетными двигателями. Однако манёвры с малой тягой могут быть достаточно продолжительными [1].

В статье рассматривается выведение спутников для радиационного мониторинга Земли с помощью двигателей большой и малой тяговооруженности – соответственно, с ХРД и ЭРДУ. Траектория движения блока выведения с помощью ХРД аппроксимируется импульсным воздействием, а построение траектории выведения с малой тягой реализуется при условии минимизации продолжительности перелёта.

Выведение группировки спутников на орбиты для радиационного мониторинга Земли осуществляется с помощью разгонного блока (РБ) сухой массой 1000 кг, предварительно выведенного на опорную орбиту (круговую орбиту высотой 200 км). После выведения всех спутников, с целью ускорения выведения РБ в атмосферу (для



предотвращения увеличения объемов космического мусора в околоземном пространстве), высота перигея РБ снижается до 100 км.

Рассматриваются **три задачи** выведения спутников на заданные орбиты:

1. Спутник массой 100 кг выводится на орбиту с параметрами [высота апогея ( $R_a$ ) = 8000 км, высота перигея ( $R_p$ ) = 600 км, наклонение ( $i$ ) = 64.3°, аргумент перигея ( $\omega$ ) = 300°, долгота восходящего узла ( $\Omega$ ) – свободная] попутно с выводом основного спутника массой 1000 кг на орбиту типа «Молния», имеющую те же наклонение и высоту перигея, но аргумент перигея 270° и величину большой полуоси 26555 км.

2. Два спутника массой 100 кг выводятся на орбиту с параметрами [ $R_a$  = 8000 км,  $R_p$  = 600 км,  $i$  = 64.3°,  $\omega$  = 300°] с разницей в долготах восходящего узла орбит 30°.

3. Спутник массой 100 кг выводится на орбиту с параметрами [ $R_a$  = 2000 км,  $R_p$  = 800 км,  $i$  = 80°,  $\omega$  = 300°,  $\Omega$  – свободная] попутно с выводением основного спутника (или группы спутников) массой 1000 кг на круговую орбиту с тем же наклонением и высотой 800 км.

**Целью работы** является построение и сравнительный анализ траекторий выведения спутников для радиационного мониторинга Земли с помощью химических двигателей и электроракетной двигательной установки.

**Построение схем выведения спутников.** Уравнения движения в прямоугольной системе координат с использованием импульсной аппроксимации и с учетом второй зональной гармоники (сплюснутости Земли у полюсов) в аналитической форме описывается следующим образом [2]:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = v_x(t) \\ \dot{y}(t) = v_y(t) \\ \dot{z}(t) = v_z(t) \\ \dot{v}_x(t) = - \left( \mu \frac{x(t)}{r^3(t)} \left( 1 + \frac{3}{2} j_2 \left( \frac{r_{eq}}{r} \right)^2 \left( 1 - 5 \frac{z^2}{r^2} \right) \right) + a_x \right) \\ \dot{v}_y(t) = - \left( \mu \frac{y(t)}{r^3(t)} \left( 1 + \frac{3}{2} j_2 \left( \frac{r_{eq}}{r} \right)^2 \left( 1 - 5 \frac{z^2}{r^2} \right) \right) + a_y \right) \\ \dot{v}_z(t) = - \left( \mu \frac{z(t)}{r^3(t)} \left( 1 + \frac{3}{2} j_2 \left( \frac{r_{eq}}{r} \right)^2 \left( 3 - 5 \frac{z^2}{r^2} \right) \right) + a_z \right) \end{cases}$$

с начальными условиями  $x_0 = x(t_0)$ ,  $y_0 = y(t_0)$ ,  $z_0 = z(t_0)$ ,  $\dot{x}_0 = \dot{x}(t_0)$ ,  $\dot{y}_0 = \dot{y}(t_0)$ ,  $\dot{z}_0 = \dot{z}(t_0)$ ,

где  $x(t)$ ,  $y(t)$ ,  $z(t)$  – координаты центра масс КА в момент времени  $t$ ,

$r = \sqrt{x^2(t) + y^2(t) + z^2(t)}$  – расстояние от КА до центра масс в момент времени  $t$ ,  $v_x$ ,  $v_y$ ,  $v_z$

– компоненты вектора скорости центра масс КА в момент времени  $t$ ,  $a_x$ ,  $a_y$ ,  $a_z$  – компоненты вектора реактивного ускорения в момент времени  $t$  (равны нулю на пассивных участках кеплеровой дуги),  $J_2$  – вторая зональная гармоника Земли ( $J_2 = 1082.628 \cdot 10^{-6}$ , что примерно в 1000 раз больше остальных зональных гармоник),  $r_{eq}$  – радиус Земли (6 378 137 м),  $\mu$  – гравитационный параметр.

В точке приложения импульса происходит мгновенное приращение скорости, и масса КА (масса аппарата с топливом) изменяется согласно формуле Циолковского [3]:

$$m_+ = m_- e^{\frac{-\Delta V}{g_e I_{sp}}}$$

где  $m_+$  – масса после маневра,  $m_-$  – начальная масса,  $\Delta V$  – изменение скорости,  $I_{sp}$  – удельная тяга,  $g_e$  – ускорение свободного падения Земли.

Орбитальный переход при помощи ЭРДУ требует более значительных временных затрат, чем химические ракетные двигатели, поэтому при выборе стратегии оптимизации выведения спутников с помощью малой тяги предпочтение отдаётся минимизации длительности перелёта.

Дифференциальные уравнения движения КА с ЭРДУ, записанные в геоинерциальной декартовой системе координат, имеют вид [4]:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d^2 x}{dt^2} = -\frac{\mu}{r^3} x + Q \frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\delta u}{m} e_p \\ \frac{dm}{dt} = -\frac{\delta P}{\omega} \end{array} \right\}$$

с начальными условиями  $x_0 = x(t_0)$ ,  $\dot{x}_0 = \dot{x}(t_0)$ ,

где  $x$  – вектор положения КА,  $\mu$  – гравитационный параметр,  $t$  – время,  $r$  – расстояние от притягивающего центра до КА,  $\delta$  – функция включения двигателя (равен 0 или 1),  $u$  – величина реактивной тяги,  $m$  – масса КА,  $\omega$  – скорость истечения ЭРДУ,  $e_p$  – единичный вектор вдоль вектора тяги ЭРДУ,  $Q$  – матрица поворота для учета вращения Земли,  $U$  – функция, обусловленная сплюснутостью Земли.

Задача минимизации длительности перелёта космического аппарата с малой тягой сводится к численно решаемой нелинейной краевой задаче с помощью принципа максимума Понтрягина. Задача решается по вычислительной схеме с использованием модифицированного метода Ньютона. Задача Коши интегрировалась методом Рунге-Кутты 8-го порядка с автоматическим выбором шага.

**Результаты.** В качестве инерциальной декартовой системы координат используется международная геоинерциальная система координат ICRS, определённая конвенцией 2003 года Международной службы вращения Земли и систем координат (IERS) [5]. С целью решения динамической задачи оптимизации выведения спутников космический аппарат (разгонный блок со спутниками) рассматривается в качестве материальной точки, без учета проектных параметров аппарата. В случае использования ХРД рассчитываются двухимпульсные одновитковые манёвры с двигателем удельным импульсом 333,2 сек. В случае ЭРДУ – двигателя постоянной тяги 0,332 Н и постоянным удельным импульсом 1500 сек.

В случае использования химических ракетных двигателей получаем, что в первой задаче, в котором рассматривалось выведение спутника массой 100 кг на орбиту с высотой апогея 8000 км и перигея 600 км попутно с выведением спутника массой 1000 кг на орбиту типа «Молния», затраты топлива составили **2858 кг**. Во второй задаче (выведение спутников массой 100 кг на орбиту высотой апогея 8000 км и перигея 600 км с разницей в долготе восходящего узла орбит в 30°) затраты топлива составили

**2415 кг.** В третьей задаче (выведение спутника массой 100 кг на орбиты высотой апогея 2000 км и перигея 800 км попутно с выводением спутника массой 1000 кг на круговую орбиту высотой 800 км) затраты топлива составили **414 кг.**

Результаты выведения спутников с помощью ХРД приведены в таблице 1.

*Таблица 1 – Результаты задач выведения спутников на заданные орбиты с помощью ХРД.*

	Сц. 1	Сц. 2	Сц. 3
Полный $\Delta V$ (м/с)	2856,7	4741,2	799,1
Масса топлива (кг)	2858	2415	414
Масса спутников (кг)	1100	200	1100

В случае выведения с помощью электроракетной двигательной установки получаем, что в первой задаче затраты топлива составили **1061 кг.** Выведение спутников по данной схеме может быть осуществлено в течение **543 суток.** Во второй задаче затраты топлива составили **679 кг** (выведение спутников за **348 суток**). В третьей задаче затраты топлива составили **116 кг** (выведение спутников за **59 суток**).

Результаты выведения спутников с помощью ЭРДУ приведены в таблице 2.

*Таблица 2 – Результаты задач выведения спутников на заданные орбиты с помощью ЭРДУ.*

	Сц. 1	Сц. 2	Сц. 3
Полный $\Delta V$ (м/с)	6217,2	6404,5	1197,7
Масса топлива (кг)	1061,2	678,9	115,9
Масса спутников (кг)	1100	200	1100
Общее время миссии (суток)	543	348	59

Таким образом, продемонстрирована техническая реализуемость задачи выведения спутников на орбиты для радиационного мониторинга Земли с помощью ХРД и ЭРДУ. При этом, использование ЭРДУ позволило сократить расходы топлива в **2.69 раз** в первой задаче, в **3.55 раз** во второй задаче и в **3.57 раз** в третьей задаче, но при этом, за счет значительно большей длительности перелёта (Таблица 3).

*Таблица 3 – Результаты задач выведения спутников на заданные орбиты, где  $dV$  – полный  $\Delta V$  (м/с),  $M$  – масса топлива (кг),  $T$  – время выведения спутников (в сутках).*

	Сц. 1			Сц. 2			Сц. 3		
	$dV$	$M$	$T$	$dV$	$M$	$T$	$dV$	$M$	$T$
Большая тяга	2857	2858	0,3	40741	2415	0,2	799	414	0,1
Малая тяга	6217	1061	529	6404	679	342	1198	116	48

**Заключение.** В статье рассматривается задача выведения спутников для радиационного мониторинга Земли с помощью химических ракетных двигателей – двигателей большой тяговооруженности, и электроракетной двигательной установкой – двигателей малой тяги. Электрореактивные двигатели малой тяги обладают высокой

скоростью истечения рабочего тела, что обеспечивает существенно меньший расход рабочего тела по сравнению с химическими ракетными двигателями – двигателями большой тяговооружённости. Однако манёвры с малой тягой могут быть достаточно продолжительными.

В работе траектория движения блока выведения с помощью ХРД аппроксимируется импульсным воздействием, а построение траектории выведения с малой тягой реализуется при условии минимизации продолжительности перелёта. Было продемонстрировано, что за счет использования ЭРДУ возможно значительно сократить расходы топлива, и таким образом, увеличить максимально допустимую массу полезной нагрузки. Однако использование двигателей малой тяги, по сравнению с двигателями большой тяги, приводит к увеличению длительности перелёта.

На практике, с целью нахождения компромисса между длительностью перелёта и расходом топлива, требуемого для выведения спутников с ЭРДУ или ХРД, также используется комбинация химической и электроракетной двигательных установок [6]. Такой подход позволяет использовать преимущества двигателей большой и малой тяги, сводя их недостатки к допустимому уровню с учетом требований и ограничений в поставленной задаче.

#### ЛИТЕРАТУРА

1 Салмин В. В., «Опимальное управление комбинированной системой, состоящей из двигателя ограниченной скорости истечения и двигателя ограниченной мощности,» *Космические исследования*, 1970, т. 8, № 4, pp. 545-541.

2 Izzo D., Problem description for the 9th Global Trajectory Optimisation Competition, Noordwijk, 2201 AZ The Netherlands: European Space Agency, 2017, pp. 9.

3 Левантовский В.И., *Механика космического полёта в элементарном изложении*, М.: Наука, 1980, с. 512.

4 Петухов В.Г. Оптимальные многовитковые траектории выведения космического аппарата с малой тягой на высокую эллиптическую орбиту. *Космические исследования*, 2009, том 47, № 3, с. 271-279.

5 McCarthy D. D. and Petit G., IERS Technical Note No. 32., IERS Conventions (2003), IERS Conventions Centre, Frankfurt am Main, 2004, pp. 127.

6 Григорьев И.С., Заплетин М.П., Самохина А.С. и Самохина М.А. Оптимизация экспедиции к Фобосу космического аппарата с комбинированной тягой с возвращением к Земле, *Инженерный журнал: наука и инновации*, издательство МГТУ им. Н.Э. Баумана (Москва), 2017, № 7, с. 1-24.

#### REFERENCES

1 Salmin V. V., «Opimal'noe upravlenie kombinirovannoj sistemoj, sostoyashchej iz dvigatelya ogranichennoj skorosti istecheniya i dvigatelya ogranichennoj moshchnosti,» *Kosmicheskie issledovaniya*, 1970, t. 8, № 4, pp. 545-541.

2 Izzo D., Problem description for the 9th Global Trajectory Optimisation Competition, Noordwijk, 2201 AZ The Netherlands: European Space Agency, 2017, pp. 9.

3 Levantovskij V.I., *Mekhanika kosmicheskogo polyota v elementarnom izlozhenii*, M.: Nauka, 1980, s. 512.

4 Petuhov V.G. Optimal'nye mnogovitkovye traektorii vyvedeniya kosmicheskogo apparata s maloj tyagoy na vysokuyu ellipticheskuyu orbitu. *Kosmicheskie issledovaniya*, 2009, tom 47, № 3, s. 271-279.

5 McCarthy D. D. and Petit G., IERS Technical Note No. 32., IERS Conventions (2003), IERS Conventions Centre, Frankfurt am Main, 2004, pp. 127.

6 Grigor'ev I.S., Zapletin M.P., Samohin A.S. i Samohina M.A. Optimizaciya ekspedicii k Fobosu kosmicheskogo apparata s kombinirovannoj tyagoj s vozvrashcheniem k Zemle, Inzhenernyj zhurnal: nauka i innovacii, izdatel'stvo MGTU im. N.E. Baumana (Moskva), 2017, № 7, s. 1-24.

**T. H. MAMMADZADA**

*Azerbaijan National Aviation Academy*

## **COMPARATIVE ANALYSIS OF THE LAUNCH OF SATELLITES FOR THE RADIATION MONITORING USING LOW AND HIGH THRUST ENGINES**

*This article considers the comparative analysis of the launch of satellites for the Earth radiation monitoring using low-thrust engines – electric propulsion system (EPS), and high thrust – chemical rocket engines (CRE). The launch scheme assumes successive delivery of satellites to the predetermined orbits with the help of a space tug, previously launched into a base circular orbit and equipped with CRE or EPS. The parameters of the trajectories are calculated – considering both the form of ridershare launch of a satellite and the clustered launch of two satellites into specified elliptical orbits. The flight of the spacecraft with the CRE is approximated by impulsive maneuvers, and the flight with the EPS is calculated under the condition of minimizing the flight time using the maximum principle of Pontryagin. The results obtained demonstrate the technical feasibility and advantages of satellite delivery into specified orbits using low and high thrust engines – chemical rocket engines and electric propulsion system.*

**Keywords:** *high thrust, low thrust, electric propulsion system, chemical rocket engine, orbital analysis, impulsive maneuvers, maximum principle, radiation monitoring.*

**T. G. МАММАДЗАДА**

*Ұлттық авиация академиясы, Баку, Әзірбайжан*  
*tmamedzadeh@gmail.com*

## **ҮЛКЕН ЖӘНЕ КІШІ ТАРТҚЫШ ҚОЗҒАЛТҚЫШТАРДЫҢ КӨМЕГІМЕН РАДИАЦИЯЛЫҚ БАҚЫЛАУ ҮШІН СПУТНИКТЕРДІ ШЫҒАРУДЫ САЛЫСТЫРМАЛЫ ТАЛДАУ**

*Мақалада жерді радиациялық бақылау үшін спутниктерді орбитаға шығару міндеттері қарастырылады, олар алдын-ала тірек айналмалы орбитаға шығарылған және үлкен тартқыш қозғалтқыштармен – химиялық зымыран қозғалтқыштарымен (RDD) және аз тартқышпен-электр зымыран қозғалтқышымен (EDDU) жабдықталған үдеткіш блоктың көмегімен қарастырылады. ХРТ және ЭРДУ көмегімен спутниктерді шығару траекторияларын құру және есептеу және шығару нәтижелерін салыстырмалы талдау жүргізіледі. Ғарыш аппаратының ХДҚ көмегімен ұшу импульстік әсермен жуықталады, ал ЭРДУ учаскесіндегі ғарыш аппаратының ұшу траекториясы понтрягиннің максимум принципін қолдана отырып, ұшу уақытын азайту шартымен есептеледі. Алынған нәтижелер үлкен тартқыш және кіші қозғалтқыштардың көмегімен спутниктерді шығарудың артықшылықтарын, сондай-ақ спутниктерді берілген орбиталарға шығару міндетінің техникалық орындылығын көрсетеді.*

**Түйін сөздер:** *үлкен тарту, төмен тарту, электр зымыран қозғалтқыштары, химиялық зымыран қозғалтқыштары, орбиталық талдау, импульстік жуықтау, максимум принципі, радиациялық бақылау.*

*A. ZH. NAUKENOVA<sup>1\*</sup>, B. E. BEKBAUOV<sup>2</sup>, A. G. AMANGOSSOVA<sup>3</sup>*

*<sup>1</sup>Al-Farabi Kazakh National University, Almaty, Kazakhstan*

*<sup>2</sup>LLP “KMG Engineering”, Astana, Kazakhstan*

*<sup>3</sup>Kh. Dosmukhamedov Atyrau state university, Atyrau, Kazakhstan*

## **DEVELOPING METHODOLOGY AND EXPERIMENTAL PROCEDURE FOR EXPERIMENTAL MICROFLUIDIC STUDY OF CHEMICAL ENHANCED OIL RECOVERY**

*The concern of this research was to review the different methodology on microfluidic experiments conducted to study chemical enhanced oil recovery methods on micromodel chips. In general, there are several ways to study EOR methods such core flooding and microfluidics. The disadvantage of first method is that the flow processes inside the core sample cannot be imagined. Hence, the second method helps us to fully visualize how fluid flow behaviour occurs through the porous medium of the rocks.*

*The various chemical EOR processes such as surfactant flooding, polymer flooding and ASP flooding were studied on microfluidic chips. These chemicals were injected into micromodels to drive out crude oil. It helps to understand the interactions between crude oil and chemicals, the advancement of front developed between displacing and displaced fluids and the viscous fingering effect. Visual studies enabled us to understand the effectiveness of polymer, surfactant and alkaline separately and as combined.*

*The different experimental methodologies to study the EOR methods are reviewed. Mainly experiments divided into two main groups: methods of geological characterisations influence to fluid transport while others study oil displacement at different condition, such high temperature, high pressure, low or high salinity, highly viscous oil. We reviewed methodologies applied to study an oil displacement by polymer, surfactant-polymer (SP) and alkaline surfactant polymer (ASP) solutions, their interactions and transport in porous media. Based on reviewed article the experimental procedure was developed. Analyses of published materials have helped to design and direct the methodology of research.*

***Keywords:** microfluidics, glass micromodel, ASP flooding, polymer flooding, recovery factor, concentration.*

**Introduction.** Enhanced oil recovery is the last stage of oil and gas production and its main objective is to mobilize the remaining oil through enhancing the oil displacement and volumetric sweep efficiency. For this purpose, different types of chemicals are used such as polymer, surfactant and alkaline. Polymer is added to brine to increase its viscosity, alkaline and surfactant to decrease water-oil interfacial tension. Altogether, injection of chemicals can lead to changes in fractional flow, mobility ratio. As a result, it helps to reduce viscous fingering and improve displacement profile, increase swept area [1]. There are several methods applied to laboratory study of chemical EOR methods such as core flooding and microfluidics.

Core flooding experiments are the classical way of performing oil recovery studies by displacing oil from saturated rock samples using various flooding approaches. An advantage of this method includes the possibility to perform measurements at similar to reservoir conditions. Limitations of the core flooding method include long and not always repeatable measurements, insufficient number of core plugs from the reservoir and time consuming,

---

\* E-mail корреспондирующего автора: [altynay.naukenova@gmail.com](mailto:altynay.naukenova@gmail.com)



specialized methods to visualize the processes inside the cores. The latter means that information about fluid displacement processes is normally based on indirect measurements. Immiscible fluid–fluid displacements can either be stable or unstable. The unstable displacement can further be categorized into viscous or capillary fingering and are major reasons for inefficiency in subsurface two-phase flow [2]. To assess the displacement processes, it is useful to have thorough understanding of displacement stability and fluid flow pathways [3]. Detailed mapping of fluid displacement in porous media can benefit from easy optical visualization. This, together with auxiliary measurements, can result in improved knowledge in the flow dynamics of fluids in pores and provide better input for numerical simulations, as shown recently by Yiotis et al. 4.

Microfluidic research method allows optical visualization of many physical processes. Microfluidics was first applied in microbiology as a tool for analytical analysis. However, nowadays its popularity dramatically increased, and it found application in many scientific fields, such as medicine, genetics and oil and gas industry. In oil and gas area it mainly applies for enhanced oil recovery (EOR). In EOR microfluidics utilized to study fluid flow patterns that occur inside pores and permeable zones of the sub surface rocks, which are not possible in case of core flooding. EOR micromodel chips help to get real-time flow behaviour by visualising of fluid flow and relevant in-situ phenomena observed during fluid flow in porous chips [5]. It became highly valued mainly because of its size. Commercially it is better because of reduction in the usage of chemicals as well as power consumption. [6]. This a new method for our industry research, it is applying around 15years, and for this time there is no such research done for the local oilfields.

Our aim is to study EOR methods on pre-Caspian basin oilfields and in this article we describe the methodology of conducting such experiment.

In the present article we demonstrated the study of oil displacement by polymer, SP and ASP solutions in an oil saturated packed bed in a microfluidic channel. For this article we analyzed several works on experimental study of chemical enhanced oil recovery conducted in micromodel set ups. Based on these works we developed our methodology. The methods, experimental set up and materials are described in this article. In the next work the results of the experiment with Pre-Caspian basin crude oil and brine will be described.

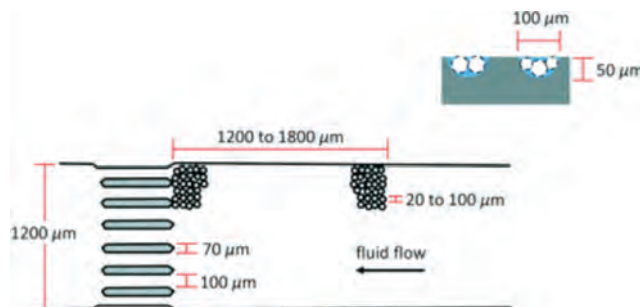
**Materials and methods.** In the laboratory model carbonate, sandstone grains from the fields can be applied. If they are not accessible the glass beads can be used to represent sandstone rock. If grains are chosen for work they should be sorted out to fill the micromodel. For this purpose, crushed sandstone are sorted in 45 micron sieves, since the thickness of the chip is 50 microns. However, problems with filling the channel can occur due to not uniform structure of grains and its roughness. The channel can be blocked, in our model the channel became impermeable after 1/3 is filled with grains. To solve the problem the structural sieving can be applied. It was decided to sieve the grains larger than 53 and less than 65, but the problem was not solved. (Shown on figure 1) Packed bed remains impermeable. Therefore, it was decided to use glass beads packed micromodel. Firstly, they were available in the lab and secondly, the beads commonly used to represent sandstone rocks. The main disadvantage is that glass beads have the same size and shape, therefore it creates homogenous pore structure which is not representative of real reservoir structure.



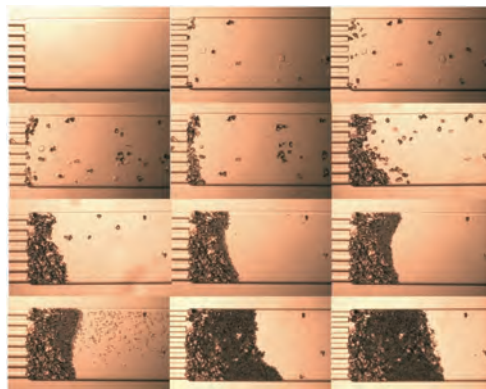


**Figure 1** – Sieving of crushed rock samples on vibratory sieve shaker

In the figure above the sieving process of crushed rock samples on vibratory sieve shaker is shown. In this case the micromodels are unconsolidated, quasi-2.5-dimensional beds of sandstone grains can be packed into micromodel channels.



**Figure 2** – Plan view of the microfluidic channel in which the packed bed is assembled.

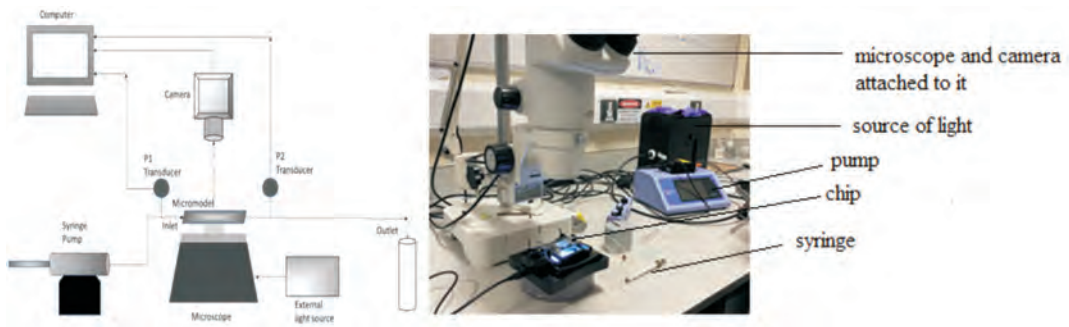


**Figure 3** – Assemble of packing process.

Fluid with glass beads/sandstone grains are dispensed from two ports on the right 14 or 18 mm upstream of the gap filter and expelled from a single port on the left (not shown).

Micromodel network can be uniform [4,7, 10] or structured [8, 9]. The channels mainly are 50  $\mu\text{m}$  or 20  $\mu\text{m}$  deep and width can be in wide range from custom made to individually fabricated. The chips can be made of borosilicate or dolomite glass and can hydrophobic or hydrophilic. There are different ways to make micromodel chips. It can be also made PDMS based chips, silicon wafer micromodels, etc. Initial models contained a monolayer of glass beads between two glass plates and done by Chatenever (1952). A plastic sheet was pressurized between beads by Oxall et al. (1952) to avoid bypass of fluids between plates and beads, Tsakiroglou et al. (2013). This model did not require any specific pattern of the porous medium. A micromodel can be reused many number of times compared to a core. The cleaning system is used to clean a fresh micromodel to prepare it for flooding experiments like making it to desirable wettability as well as cleaning it after the experiment is performed.

**Experimental set up.** The basic requirements are similar for different researchers. For the research the microfluidic system has parts which include inlet for fluids, a pump system to move these fluids through the microchips along with sensors to determine the pressure and flow rates at inlet and outlet of the microchips. To visualize pore-scale mechanisms in two dimensional micromodels camera coupled to an optical microscope is used.



**Figure 4** – Schematic diagram of microfluidic set up and picture of set up available

### Injection system

#### Syringe Pump and syringes

The syringe pump such as Harvard apparatus, pump 11 Pico plus elite can be used. The pump is used to push the syringe holder while an emulsion, brine and oil is filled into syringes. The flowrates for the experiments are the following:

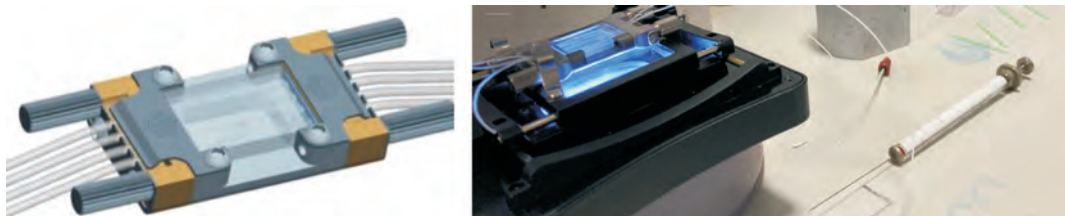
- x The minimum flow rate: 0.0005  $\mu\text{L}/\text{min}$
- x The maximum flow rate: 10.0  $\mu\text{L}/\text{min}$
- x The minimum pressure: 0 psi
- x The maximum pressure: 8 psi

Glass syringes from SGE syringes, in range 100-500  $\mu\text{L}$  were used.

Pressure transducers are utilized to measure pressure differences as well as absolute pressure at a point. The pressure difference is measured between inlet and outlet of the

micromodels through connection into tubing in and out of these models. The systems consist of a pressure transducer, a digital interface box and a display to a computer screen. The pressure is usually measured in bar

**Micromodel chip, chip holder, connection tubes.** Chip as mentioned above can be custom made (Dolomite Centre Ltd.) or fabricated in lab. Custom made chip has 6 channels. In general, only one channel used at a time. It has 2 inlet ports and 1 outlet. It is vital to have second inlet port, to relief air bubbles coming in to prevent 3 phase flow. Glass chip is placed in chip holder, tubes are connected to chip holder to inject and discharge necessary fluids.



*Figure 5* – Microchip image and chip and syringe available at lab

#### Data gathering and visualization system

Microscope Nikon SMZ745T or other with high resolution can be used. It should has high range of zoom from of 0.67x to 5x which provides a broad observation range to visualize pore scale processes. Microscope incorporates an optical path switching lever that enables to switch between eyepiece and camera.

High-speed 24-bit colour camera Pixelink PL-B742F is applied to capture images. It has many features that allows to take pictures each seconds, different colour range, at different resolution and many other.

To mimic the process well it is vital to use variable wavelength light source. Lumen 1600-LED, Prior Scientific is applied in the experiment for this purpose.

**Microscope for packing.** Since during the packing that is not necessary to take picture of the process, for this purpose simple and cheap IQCREW Portable LCD colour digital microscope by Amscope was used.

**Programs used to capture, process, record the data.** Captured images processed by Fiji – imageJ program. ImageJ is a Java-based image processing program developed at the National Institutes of Health and the Laboratory for Optical and Computational Instrumentation (LOCI, University of Wisconsin). ImageJ can display, edit, analyze, process, save, and print 8-bit color and grayscale, 16-bit integer, and 32-bit floating point images. It supports image stacks, it also can calculate area and pixel value statistics of user-defined selections and intensity-thresholded objects. It can measure distances and angles. (wikipedia)

ESI ElveFlow is used to record pressure sensors data.

Pixel link OEM is helped to control and manage the characteristics and properties of camera to have a good quality image.

**Auxiliary equipment.** For the polymer preparation magnetic stir was used. For the proper mixing high speed was chosen.

To measure basic properties such as density and viscosity Anton Paar viscometer was available in the lab. The interfacial tension between oil and water, oil and AS solution were measured by Du -Noüy ring tensiometer Sigma 703d (Dyne Testing Ltd). Ph of the brine was measured by electronic Ph meter.

**Experimental procedure used to study EOR methods.** Experimental procedure can be varied in different authors but mainly consist of the following steps:

Assembly the backed bed or fabrication the own micromodel

Displacement experiments for each flooding methods

Image analyses

For our experiment we develop the following procedure:

➤ Clean the chip and micromodel, change tubes (pipes)

➤ Pack the bed

➤ Saturate micromodel with brine

➤ Calculate absolute permeability

➤ Saturate micromodel with oil

➤ Capture image to determine  $S_{wi}$

➤ Initiate flood experiment

Depending on the flood experiment (Polymer/ASP/SP)

➤ Start the flood with necessary solution or brine

➤ Capture image to determine residual oil saturation and recovery factor

#### **Chip Cleaning.**

i. The chip holder is cleaned with isopropanol then distilled water

ii. Three pairs of tubing is cut using stanley knife. Each pair of tubing is connected to 2 inlets (A1, A2) and 1 outlet A3 through the rubber seal leading to the channel.



*Figure 9* – Schematic diagram of the channel, where bed is packed

iv. The chip is flushed using the isopropanol, then air and distilled water is injected in sequence to remove the solvents through A1 while A2 is blocked with a syringe to prevent a back flow. This is repeated until the channel is completely cleaned (verified by viewing under a microscope).

#### **Packing the bed.**

v. The chip holder seal was detached. By using tubing (A1) suspension of sandstone grains in isopropanol and distilled water mixture is sucked from vial containing it. Care should be taken to ensure that only a small amount was drawn up as too much sand could block the tubing. (what happened time to time anyway)

vi. The chip was re-inserted and held in place within the chip holder. A2 is blocked with a syringe while solution with beads was injected through A1 to push the beads through the channel. This procedure is altered so that A1 is blocked and distilled water is injected through A2. This is used to push the beads/grains deeper to the channel. The entire process should be repeated until grains build up and occupy about 1.5 the channel width.

vii. Once the desired length is achieved, the tubing can be replaced to prevent further grain injection

**Saturate micromodel with brine.**

viii. The three tubing should cut and connected to the inlets and outlet of the channel containing the packed bed. A2 is blocked with a syringe while brine is injected through A1 by using syringe pump at constant flow rate. To fully saturate the model 100microliter of brine is injected. During the injection of the brine absolute permeability will be measured.

ix. To measure absolute permeability pressure sensors should attached to the pumping unit, pressure and flow rate should be recorded. To have correct data at least 7 pressure values have to be measured at different flow rate. To calculate absolute permeability Darcy equation was used.

$$K = \frac{q\mu L}{A\Delta P}$$

where,  $k$  is the permeability of the packed bed in Darcy;  $A$  the cross-sectional area of the micromodel  $\mu m^2$ ;  $\Delta P$  press drop across the channel;  $\mu$  the dynamic viscosity of the injected fluid, brine for absolute permeability, oil for relative permeability;  $L$  is the length of the packed bed;

After that to create reservoir condition oil was injected to the micromodel.

**Oil injection.**

x. While observing under an optical microscope, the packed bed is flooded with crude oil by injecting through A1 while A2 is blocked with a syringe. This should be continued until the packed bed is saturated with the oil as evidenced by oil flowing out from the outlet tubing. The image will be captured to calculate initial oil and water saturation. Images will be processed on ImageJ tool. Based on pixel count initial oil saturation and water saturation can be calculated. (Image processing is time consuming process, therefore could not be performed during the internship. All image processing work will be start soon)

Next steps is flood experiments. This stage, we divided to the following parts:

- Flow rate screening to find suitable flow rate to mimic process behavior and relation flow rate and injection fluid interaction;
- Perform polymer flood at different concentration to observe front evaluation and understand relation between viscous fingering and polymer concentration;
- Alkaline-surfactant flooding then polymer flood to compare with ASP flood;
- To calculate IOR, oil production sequence is designed. Polymer or ASP flood is designed after waterflood.

1 parameter was changed at a time.

**Waterflooding.**

xi. The syringe containing brine is fitted to the pump and connected to a long tubing, which is then connected to A1 with A2 blocked to prevent oil flowing out. Brine is slowly injected in small amounts through A1 to clean the flow lines of oil from tubing A1 and A2. A2 is then blocked with a syringe and the pump is started. Brine was pumped into the packed bed at a constant flow rate 0.0008  $\mu L/min$  using the Harvard apparatus.



xii. Images should be captured just before the brine injection commences and throughout the duration of injection. The residual oil saturation is calculated through images.

**Polymer /surfactant polymer/ASP flooding.**

xiii. While being observed under an optical microscope and images continuously captures, 100microliter of prepared chemical solution (polymer/surfactant-polymer or ASP) is pumped into the packed bed trough A1 while A2 is blocked with a syringe.

xv. Images should be captured throughout the duration of chemical injection. Front evaluation, swept area, oil displacement will be calculated from images on ImageJ.

**Cleaning.**

xvi. The chip was flushed with polymer and Decon 90 solutions to remove the remained oil. After that, isopropanol/distilled water is injected in sequence to mechanically remove the grains/beads.

After cheap is clean above procedure is repeated for the next experiment.

Experimental procedure for the microfluidic was described above. Additionally, the following experiments will conducted:

- Polymer preparation
- Measurement of basic physical properties of oil, polymer, brine
- Measurement of interfacial tension for brine-oil, AS-oil

**Polymer Mixing.**

To prepare the polymer solution mechanical stirrer, scale and a beaker is needed. For each experiment different concentration and, therefore, different amounts of polymer is used. For these experiments, brine is used to mix the solution. Solution should be prepared carefully to avoid any precipitation and polymer sticking. For an appropriate mixing, the stirrer had to be set up at a speed fast enough to build a very strong vortex. Then, the weighted polymer will be added slowly by sprinkling it into the wall of the vortex. After 30 minutes of stirring, the RPM was increased to approximately 400 -500 RPM and was stirred for 3-4 hours. The mechanical stirrer heated up the solution, which also helped to improve the dissolution process. However, to prevent any blocking of the tubing and channel that can occur by polymer molecules stacked together or with undissolved particles, the polymer solution was filtered with filter paper in size of 15micron

**Conclusion.** Substantial amount of microfluidics works in EOR study has been reviewed. Many published materials have helped shed light into the advantages and disadvantages of microfluidics in oil and gas industries. By analyzing these works method of research has been developed to conduct the laboratory experiment on pre-Caspian basin oilfield. The main reason of applying microfluidic research is that wide range of study can be performed in experimental set up. The following studies such as study of flow behaviour at different conditions, effect of different patterns on fluid flow, interfacial interactions between oil, water and solutions, wettability effect on recovery factor, relative permeability studies can be evaluated and visualized. However, because of time limitation only a few of them can be performed. The study of flow behaviour at different concentration, front evolution at different flow rate and polymer, SP and ASP flood and their effectiveness and recovery factors were chosen for further study.

The micromodels are based on many raw materials. Among them the popular ones are the use of glass micromodels and PDMS micromodels. Based on availability of the

laboratory the dolomite glass model were chosen. At first, sandstone grains were preferred to pack the bed, however due to blocking of the channel the glass beads will be applied. It is possible to design a range of heterogeneity, pore structure and flow patterns.

We will study the displacement mechanism at different combinations and concentrations of polymer, surfactant and alkaline used for EOR processes. For this purposes polymer of the SNF company Flopaam 5205 is chosen. As a surfactant a Sodium C14-16 Olefin Sulfonate, as an alkaline Sodium hydroxide will be used. Different concentration of polymer and Alkaline-surfactant solutions will be prepared.

For the result analysis images processing tools are required and Image J image processing software were selected for this work. The experiment and its results will be described in the next article.

## REFERENCES

- 1 M. Buchgraber, T. Clemens, L.M. Castanier 2011. A microvisual study of the displacement of viscous oil by polymer solutions. *SPE Reservoir Evaluation & Engineering* 14(3):269-280. DOI:10.2118/122400-PA
- 2 C. Y. Zhang, et al 2011. Influence of viscous and capillary forces on immiscible fluid displacement: pore-scale experimental study in a water-wet micromodel demonstrating viscous and capillary fingering. *Energy Fuels* 25(8), 3493–3505.
- 3 M. Saadat et al 2021. A microfluidic study of oil displacement in porous media at elevated temperature and pressure. *Scientific Reports* 11:20349
- 4 A. Yiotis, et al 2021. Pore-scale effects during the transition from capillary- to viscosity-dominated flow dynamics within microfluidic porous-like domains. *Sci. Rep.* **11**(1), 3891
- 5 C. A. Conn, Kun Ma, G. J. Hirasakia, S. L. Biswal 2014. Visualizing oil displacement with foam in a microfluidic device with permeability contrast. *Journal Lab on a chip*, 14, 3968-3977. DOI: 10.1039/c4lc00620h
- 6 S. Gogoi, S. B. Gogoi 2019. Review on microfluidic studies for EOR *Journal of Petroleum Exploration and Production Technology* 9, pages2263–2277 DOI:10.1007/s13202-019-0610-4
- 7 Y. Tanino, et al 2018. Oil/water displacement in microfluidic packed beds under weakly water-wetting conditions: competition between precursor film flow and piston-like displacement. *Experiments in Fluids* 59:35 DOI: 10.1007/s00348-018-2490-7
- 8 S.A Bawden, et al 2016 Recreating mineralogical petrographic heterogeneity within microfluidic chips: assembly, examples, and applications. *Lab Chip*, 2016, 16, 4677 DOI: 10.1039/c6lc01209d
- 9 Buchgraber M (2008) An enhanced oil recovery micromodel study with associative and conventional polymers. University of Leo-ben, Leoben
- 10 Kenzhekhanov S (2017) Chemical EOR process visualisation using NOA81 micromodels. Colorado School of Mines, Golden

**A. Ж. НАУКЕНОВА<sup>1</sup>, Б. Е. БЕКБАУОВ<sup>2</sup>, А. Г. АМАНГОСОВА<sup>3</sup>**

<sup>1</sup> *әл-Фараби атындағы Қазақ Ұлттық университеті, Алматы, Қазақстан*

<sup>2</sup> *ЖШС “КМГ Инжиниринг”, Астана, Қазақстан*

<sup>3</sup> *Х. Досмұхамедов атындағы Атырау университеті, Атырау, Қазақстан*  
*altynay.naukenova@gmail.com*



## ХИМИЯЛЫҚ ӘДІСТЕРМЕН МҰНАЙ ӨНДІРУДІ АРТТЫРУДЫ ЭКСПЕРИМЕНТТІК МИКРОФЛЮИДТІ ЗЕРТТЕУЛЕР ЖҮРГІЗУ ӘДІСТЕМЕСІ МЕН ӘДІСТЕРІН ӘЗІРЛЕУ

Бұл зерттеудің мақсаты микромодель чиптерінде химиялық әдістермен мұнай өндіруді арттыру әдістемесін зерттеу үшін жүргізілген микро-сұйықтық эксперименттерінің әртүрлі әдістерін қарастыру болды. Жалпы алғанда, мұнай өндіруді арттырудың бірнеше әдісі бар, мысалы, суландыру және микрофлюидты. Бірінші әдістің кемшілігі – негізгі үлгінің ішіндегі ағым үдерістерін бейнесін бере алмауы. Сонымен, екінші әдіс тау жыныстарының кеуекті ортасы арқылы сұйық ағынының әрекетін толығымен бейнелеуге мүмкіндік береді.

Мұнай өндіруді арттырудың беттік-белсенді заттармен суландыру, полимерлермен суландыру және ASP суландыру тәрізді әртүрлі химиялық үдерістері микро-сұйықтық чиптерде зерттелді. Аталған химикаттар ишкі мұнайды ығыстыру үшін микромодельдерге енгізілді. Бұл ишкі мұнай мен химиялық заттардың өзара әрекеттесуін, ығыстыратын және ығыстырылатын сұйықтықтар арасындағы шекаралық фронттың алға жылжуын және тұтқыр саусақтардың әсерін түсінуге көмектеседі. Көрнекі зерттеулер суландыру жағдайында қолданылатын полимердің, беттік-белсенді заттың және сілтінің тиімділігін, жеке-жеке химикаттар үшін және олардың әртүрлі қоспалары үшін, түсінуге мүмкіндік берді.

Мұнай өндіруді арттыру әдістерін зерттеудің әртүрлі эксперименттік әдістемесі қарастырылған. Тәжірибелер негізінен екі басты топқа бөлінеді: бірінші топқа геологиялық сипаттамалардың сұйықтықтың берілуіне әсер ету әдістері, ал екінші топқа жоғары температура, жоғары қысым, төмен немесе жоғары тұздылық, жоғары тұтқыр май сияқты әртүрлі жағдайларда мұнайдың ығысуын зерттейтін эксперименттер жатады. Мұнайды полимерлер, беттік-полимерлер (PP) және сілтілі беттік-полимерлер (ASP) ерітінділерімен ығыстыруды, олардың кеуекті ортадағы әрекеттесуі мен тасымалдануын зерттеу үшін қолданылатын әдістер қарастырылған.

**Түйін сөздер:** микрофлюид, микромодель, АЭК суландыру, полимерлі суландыру, Мөк, концентрация.

**А. Ж. НАУКЕНОВА<sup>1</sup>, Б. Е. БЕКБАУОВ<sup>2</sup>, А. Г. АМАНГОСОВА<sup>3</sup>**

<sup>1</sup> Казахский национальный университет им. аль-Фараби, Алматы, Казахстан

<sup>2</sup> ТОО “КМГ Инжиниринг”, Астана, Казахстан

<sup>3</sup> Атырауский государственный университет им. Х. Досмухамедова, Атырау, Казахстан

altynay.naukenova@gmail.com

### РАЗРАБОТКА МЕТОДОЛОГИИ И МЕТОДИКИ ПРОВЕДЕНИЯ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ МИКРОФЛЮИДНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ ХИМИЧЕСКОГО МЕТОДА ПОВЫШЕНИЯ НЕФТЕОТДАЧИ

Цель этого исследования заключалась в рассмотрении различных методологий микрожидкостных экспериментов, проведенных для изучения методов повышения нефтеотдачи химическими методами на чипах микромоделей. В целом, существует несколько способов изучения методов повышения нефтеотдачи, такие как заводнение керна и микрофлюидное исследование. Недостатком первого метода является невозможность представить процессы течения внутри образца керна. Таким образом, второй метод помогает нам полностью визуализировать поведение потока жидкости через пористую среду в породе.

*Различные химические процессы повышения нефтеотдачи, такие как заводнение поверхностно-активными веществами, заводнение полимерами и заводнение полимер/ПА В/щелочь, были изучены на микрожидкостных чипах. Данные растворы вводили в микромодели для вытеснения сырой нефти, что впоследствии помогает понять взаимодействие между сырой нефтью и химическими веществами, продвижение фронта между вытесняющими и вытесняемыми флюидами и эффект вязкого пальцеобразования. Визуальные исследования позволили нам понять, какова эффективность заводнения полимером, поверхностно-активным веществом и щелочью по отдельности и в сочетании.*

*Рассмотрены различные экспериментальные методики изучения методов увеличения нефтеотдачи. В основном эксперименты делятся на две главные группы: первая группа охватывает методы влияния геологических характеристик на перенос жидкости, во вторую группу относятся эксперименты, изучающие вытеснение нефти при различных условиях: таких как высокая температура, высокое давление, низкая или высокая соленость, высоковязкая нефть. Рассмотрены методики, применяемые для изучения вытеснения нефти растворами полимеров, ПАВ-полимеров (ПП) и щелочных ПАВ-полимеров (АСП), их взаимодействия и переноса в пористых средах.*

*Проанализировав несколько методов проведения эксперимента и взяв их за основу и учитывая возможности лаборатории, имеющихся расходных материалов, была разработана методика проведения эксперимента.*

**Ключевые слова:** микрофлюид, микромодель, АСП заводнение, полимерное заводнение, КИН, концентрация.

УДК 519.635

<https://orcid.org/0000-0002-2877-2593>

<https://doi.org/10.47533/2020.1606-146X.227>

**А. А. ТАШЕВ<sup>1</sup>, Р. К. КАЗЫХАН<sup>2\*</sup>, Б. Р. АЙТБАЕВА<sup>3</sup>, К. А. КУДАЙКУЛОВ<sup>3</sup>**

<sup>1</sup>*Институт информационных и вычислительных технологий КН МОН РК,  
Алматы, Казахстан*

<sup>2</sup>*Казахский Национальный Университет имени аль-Фараби, г. Алматы, Казахстан*

<sup>3</sup>*РГП на ПХВ «Институт механики и машиноведения имени У.А. Жолдасбекова»,  
Алматы, Казахстан*

*azattash@mail.ru, rysgulkazykhan@mail.ru*

*azattash@mail.ru, rysgulkazykhan@mail.ru, rakhatay.a@mail.ru*

## **ВАРИАЦИОННЫЙ ПОДХОД ДЛЯ ОЦЕНКИ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ТЕМПЕРАТУРЫ ТЕЛА В ФОРМЕ ПРЯМОУГОЛЬНОГО ПАРАЛЛЕЛЕПИПЕДА ПРИ ВОЗДЕЙСТВИИ ТЕМПЕРАТУРЫ, ТЕПЛООБМЕНА И ТЕПЛОИЗОЛИРОВАННОСТИ НЕКОТОРЫХ ГРАНЕЙ**

*В статье описано использование вариационного метода с привлечением метода конечных элементов для оценки закона распределения температуры в теле в форме прямоугольного параллелепипеда. Рассматривается случай, когда на одной из грани прямоугольного параллелепипеда поддерживается определенная температура, а на противоположной стороне происходит теплообмен с окружающей средой. В соответствии с предложенным подходом предлагается аппроксимирующая функция в виде полинома третьей степени. Для определения закона распределения температуры в твердом теле в форме прямоугольного параллелепипеда составляется функционал, который состоит из членов, учитывающих температуру, теплообмен с окружающей средой, изолированность граней прямоугольного параллелепипеда, а также естественные граничные условия. Минимизируя этот функционал по узловым точкам прямоугольного параллелепипеда, определяется значение температуры в этих узлах. Далее, подставляя эти значения в аппроксимирующую функцию, получаем закон распределения температуры. При этом исследованы варианты, когда остальные грани прямоугольного параллелепипеда являются теплоизолированными или наоборот. Осуществлена оценка закона распределения температуры при различных количествах разбиения сторон прямоугольного параллелепипеда. Кроме того, произведено сравнение закона распределения температуры для прямоугольного параллелепипеда и близкого по габариту стержня при прочих равных условиях. Показаны их незначительные отличия.*

**Ключевые слова:** температура, трехмерный прямоугольный параллелепипед, аппроксимация, теплообмен, изолированность, твердое тело.

**Введение.** В Республике Казахстан, в ближнем и дальнем зарубежье проблемам теплопроводности уделяется большое внимание. В статье [1] аналитически смоделирована теплопроводность печатной проводной платы с выделением тепла. В работе [2] исследованы температурные поля в плите для лазерного нагрева. В статье [3] смоделирована проблема движущегося гауссова теплового потока, который возникает при синтезе порошкового слоя. В статье [4] исследована теплопроводность в транзисторе с использованием байесовского подхода. В работе [5] исследовано влияние неконденсирующегося газа на теплопроводность при стерилизации паром под

---

\* E-mail корреспондирующего автора: [rysugulkazykhan@mail.ru](mailto:rysugulkazykhan@mail.ru)

давлением. В статьях [6,7,8,9,10] исследованы многомерные задачи теплопроводности. В работе [10] исследована сходимость методов определения теплопроводности в прямоугольных пластинах. В работе [11] проведено аналитическое исследование стационарной задачи теплопроводности с помощью локальной дробной производной. В [12] исследована теплопроводность в твердых телах, с неоднородными граничными условиями, которые трудно решаются с помощью классических методов, таких как интегральные преобразования или разделение переменных. В [13] исследован метод локального дробного уравнения Эйлера для проблемы теплопроводности. В [14] решена проблема теплопроводности с помощью концепции сопротивления. В [15] рассмотрен процесс теплопередачи для двумерного уравнения Гельмгольца. В [16] аналитически решено уравнение теплопроводности для эксцентричного сферического кольца. В [17-20] были решены дифференциальные уравнения для течения жидкости и теплопроводности.

В [21] исследовано термомеханическое характеристике стержня постоянного сечения.

В [22, 23] рассматривается горизонтальный стержень переменного сечения ограниченной длины. В работе определяются поле распределения температуры, перемещения, трех составляющих деформации и напряжений при условии, что оба конца стержня жестко закреплены.

Предложенный подход легко адаптируется к объектам неправильной формы и для неоднородных материалов.

В данной работе рассматривается оценка закона распределения температуры тела в форме прямоугольного параллелепипеда. Для этого использован вариационный подход в сочетании с методом конечных элементов. Это позволяет автоматически учитывать граничные условия.

**Постановка задачи.** Рассмотрим твердое тело в форме прямоугольного параллелепипеда (рисунок 1). Начало координат расположим в нижнем левом угле прямоугольного параллелепипеда (узел 0), как показано на рисунке. Вершины нумеруем, начиная с узла 0. Размеры прямоугольного параллелепипеда по осям  $x, y$  и  $z$  считаем равными  $a, b$  и  $c$ , соответственно. На грани (0, 1, 2, 3) происходит конвективный теплообмен, а на грани (4, 5, 6, 7) поддерживается постоянная температура  $T^*$ .

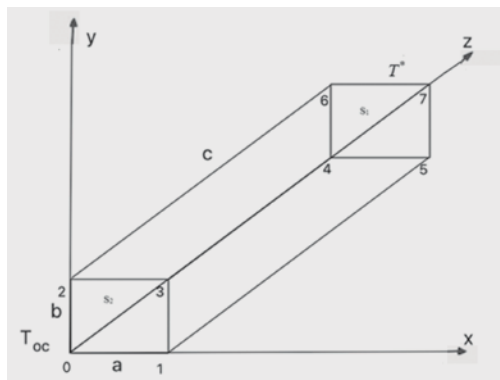


Рисунок 1 – Твердое тело в форме прямоугольного параллелепипеда

Уравнение теплопроводности для рассматриваемого тела имеет вид

$$K_{xx} \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \right) + K_{yy} \left( \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) + K_{zz} \left( \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) = 0, \quad (1)$$

$$K_{xx} \left( \frac{\partial T}{\partial x} \right) + K_{yy} \left( \frac{\partial T}{\partial y} \right) + K_{zz} \left( \frac{\partial T}{\partial z} \right) \Big|_{S_2} + h(T - T_0) = 0, \quad (2)$$

$$T \Big|_{S_1} = T^*, \quad (3)$$

где  $T$  – температура, °C;  $K_{xx}$ ,  $K_{yy}$ ,  $K_{zz}$  – коэффициенты теплопроводности по осям  $x$ ,  $y$  и  $z$ ,  $\frac{\text{кВт}}{\text{м}} \cdot \text{°C}$ ;  $h$  – коэффициент теплообмена,  $\frac{\text{Вт}}{\text{м}}$ ;  $S_1$  – поверхность в  $\text{м}^2$ , где задана температура  $T^*$ ;  $S_2$  – поверхность, в  $\text{м}^2$  где происходит теплообмен;  $T_{oc}$  – температура окружающей среды.

Уравнения (2) и (3) являются граничными условиями, причем уравнение (2) характеризует конвективный теплообмен на грани (0, 1, 2, 3) прямоугольного параллелепипеда (площадь  $S_1$ , а уравнение (3) – температуру, заданную на грани (4, 5, 6, 7) – (площадь  $S_2$ ). Уравнение (2) называется уравнением первого рода, а (3) – уравнением третьего рода.

Задача заключается в нахождении закона распределения температуры в твердом теле формы прямоугольного параллелепипеда.

**Метод решения.** Для решения поставленной задачи:

1. Сформирован функционал полной тепловой энергии, характеризующий исследуемый процесс с учетом воздействия температуры и наличия теплообмена на противоположных гранях прямоугольного параллелепипеда. Другие грани при этом могут быть теплоизолированными и нетеплоизолированными.

2. Разработан метод дискретизации тела в форме прямоугольного параллелепипеда.

3. Разработан метод построения аппроксимирующего полинома температуры от трех переменных.

4. Построен функционал полной тепловой энергии с использованием построенных аппроксимирующих полиномов от трех переменных и с учетом дискретизации.

5. Разработан метод построения разрешающих систем линейных алгебраических уравнений, основанный на минимизации построенного функционала, учитывающий естественные граничные условия.

6. Разработан метод решения полученных разрешающих систем линейных уравнений.

7. Разработана программа на языке Python для оценки закона распределения температуры тела в форме прямоугольного параллелепипеда.

Согласно вариационному принципу, решение рассматриваемой задачи эквивалентно минимизации функционала [1]:

$$J = \int_v \frac{1}{2} \left[ K_{xx} \left( \frac{\partial T}{\partial x} \right)^2 + K_{yy} \left( \frac{\partial T}{\partial y} \right)^2 + K_{zz} \left( \frac{\partial T}{\partial z} \right)^2 \right] dv + \int_{S_2} \frac{h}{2} (T - T_{oc})^2 dS = J_1 + J_2 + J_3 + J_4 \quad (4)$$

Для прямоугольного параллелепипеда формула (4) имеет вид:

$$J = \frac{1}{2} \int_0^a \int_0^b \int_0^c \left[ K_{xx} \left( \frac{\partial T}{\partial x} \right)^2 + K_{yy} \left( \frac{\partial T}{\partial y} \right)^2 + K_{zz} \left( \frac{\partial T}{\partial z} \right)^2 \right] +$$

$$\frac{h}{2} \int_0^a \int_0^b (T - T_{oc})^2 dx dy \Big|_{z=0} = J_1 + J_2 + J_3 + J_4$$
(5)

Когда боковые грани прямоугольного параллелепипеда не теплоизолированы к функционалу  $J$ , добавляются следующие члены:

$$J_5 = \frac{h}{2} \int_0^a \int_0^c (T - T_{oc})^2 dx dz \Big|_{y=0},$$

$$J_6 = \frac{h}{2} \int_0^a \int_0^c (T - T_{oc})^2 dx dz \Big|_{y=b},$$

$$J_7 = \frac{h}{2} \int_0^a \int_0^c (T - T_{oc})^2 dy dz \Big|_{x=a},$$

$$J_8 = \frac{h}{2} \int_0^a \int_0^c (T - T_{oc})^2 dy dz \Big|_{x=0},$$
(6)

где  $J_5, J_6, J_7, J_8$ , – характеризуют теплообмен на гранях (0, 1, 4, 5), (2, 3, 6, 7), (0, 2, 4, 6), (1, 3, 5, 7) прямоугольного параллелепипеда, соответственно.

В этом случае общий функционал равен  $J = \sum_{i=1}^8 J_i$ .

Для минимизации функционала  $J$  температура  $T(x, y, z)$  аппроксимируем полиномом от трех переменных:

$$T(x, y, z) = \varphi_0(x, y, z) * T_0 + \varphi_1(x, y, z) * T_1 + \varphi_2(x, y, z) * T_2 + \varphi_3(x, y, z) * T_3$$

$$+ \varphi_4(x, y, z) * T_4 + \varphi_5(x, y, z) * T_5 + \varphi_6(x, y, z) * T_6 + \varphi_7(x, y, z) * T_7$$

$$-a \leq x \leq a; -b \leq y \leq b; -c \leq z \leq c,$$
(7)

Где,  $\varphi_0(x, y, z), \varphi_1(x, y, z), \varphi_2(x, y, z), \varphi_3(x, y, z), \varphi_4(x, y, z), \varphi_5(x, y, z), \varphi_6(x, y, z), \varphi_7(x, y, z)$ , определяются как в работе [24].

Дифференцируя (7) по переменным  $x, y, z$ , получим:

$$\frac{\partial T}{\partial x} = \sum_{i=1}^7 \frac{\partial \varphi_i}{\partial x} T_i,$$

$$\frac{\partial T}{\partial y} = \sum_{i=1}^7 \frac{\partial \varphi_i}{\partial y} T_i,$$

$$\frac{\partial T}{\partial z} = \sum_{i=1}^7 \frac{\partial \varphi_i}{\partial z} T_i,$$
(8)

где

$$\frac{\partial \varphi_0}{\partial x} = \left( -\frac{1}{a} + \frac{z}{ac} + \frac{y}{ab} - \frac{yz}{abc} \right),$$

$$\frac{\partial \varphi_0}{\partial y} = \left( -\frac{1}{b} + \frac{z}{bc} + \frac{x}{ab} - \frac{xz}{abc} \right),$$



$$\frac{\partial \varphi_0}{\partial z} = \left( -\frac{1}{c} + \frac{y}{bc} + \frac{x}{ac} - \frac{xy}{abc} \right),$$

$$\frac{\partial \varphi_1}{\partial x} = \left( \frac{1}{a} - \frac{z}{ac} - \frac{y}{ab} + \frac{yz}{abc} \right),$$

$$\frac{\partial \varphi_1}{\partial y} = \left( -\frac{x}{ab} + \frac{xz}{abc} \right),$$

$$\frac{\partial \varphi_1}{\partial z} = \left( -\frac{x}{ac} + \frac{xy}{abc} \right),$$

$$\frac{\partial \varphi_2}{\partial x} = -\frac{y}{ab} + \frac{yz}{abc},$$

$$\frac{\partial \varphi_2}{\partial y} = \frac{1}{b} - \frac{z}{bc} - \frac{x}{ab} + \frac{xz}{abc},$$

$$\frac{\partial \varphi_2}{\partial z} = -\frac{y}{bc} + \frac{xy}{abc},$$

$$\frac{\partial \varphi_3}{\partial x} = \frac{y}{ab} - \frac{yz}{abc},$$

$$\frac{\partial \varphi_3}{\partial y} = \frac{x}{ab} - \frac{xz}{abc},$$

$$\frac{\partial \varphi_3}{\partial z} = -\frac{xy}{abc},$$

$$\frac{\partial \varphi_4}{\partial x} = -\frac{z}{ac} + \frac{yz}{abc},$$

$$\frac{\partial \varphi_4}{\partial y} = -\frac{z}{bc} + \frac{xz}{abc},$$

$$\frac{\partial \varphi_4}{\partial z} = \frac{1}{c} - \frac{y}{bc} + \frac{xy}{abc},$$

$$\frac{\partial \varphi_5}{\partial x} = \frac{z}{ac} - \frac{yz}{abc},$$

$$\frac{\partial \varphi_5}{\partial y} = -\frac{xz}{abc},$$

$$\frac{\partial \varphi_5}{\partial z} = \frac{x}{ac} - \frac{xy}{abc},$$

$$\frac{\partial \varphi_6}{\partial x} = -\frac{yz}{abc},$$

$$\frac{\partial \varphi_6}{\partial y} = \frac{y}{bc} - \frac{xz}{abc},$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial \varphi_6}{\partial z} &= \frac{1}{bc} - \frac{xy}{abc}, \\ \frac{\partial \varphi_7}{\partial x} &= \frac{yz}{abc}, \\ \frac{\partial \varphi_7}{\partial y} &= \frac{xz}{abc}, \\ \frac{\partial \varphi_7}{\partial z} &= \frac{xy}{abc}.\end{aligned}$$

Выражение для функционала  $J$  получается после подставления  $T$  из (7) и  $\left(\frac{\partial T}{\partial x}, \frac{\partial T}{\partial y}, \frac{\partial T}{\partial z}\right)$  из (8) в (5). Оно вычисляется с использованием модуля `sympy` языка Python, выражение которой здесь не приводится из-за громоздкости.

Для минимизации функционала  $J$  дифференцируем его по переменным  $T_0 - T_7$  и приравняем к нулю. В результате получаем систему линейных уравнений относительно переменных  $T_0 - T_7$ . При этом, если на грани (4, 5, 6, 7) температура задана ( $T_4 = T_4^*, T_5 = T_5^*, T_6 = T_6^*, T_7 = T_7^*$ ), то получаем систему линейных уравнений относительно  $T_0 - T_3$ .

Решение полученной системы уравнений позволяет определить значения температуры в узловых точках прямоугольного параллелепипеда. Подставляя эти значения в (7), получим закон распределения температуры в прямоугольном параллелепипеде.

Все эти расчеты были получены с использованием программы, разработанной на языке программирования Python.

**Практическая реализация.** Для практической реализации предложенного подхода была разработана программа на языке Python. В качестве примера был выбран куб (Рисунок 2) со следующими исходными данными:

$$\begin{aligned}a &= 0.06\text{m}, b = 0.06\text{m}, c = 0.06\text{m}, K_{xx} = 7500 \frac{\text{Вт}}{\text{м}^{\circ}\text{C}}, \\ T_{oc} &= 40^{\circ}\text{C}, T = 150^{\circ}\text{C}, h = 100000 \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2\text{C}}.\end{aligned}$$

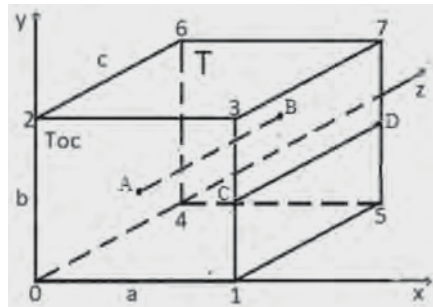


Рисунок 2 – Твердое тело в форме куба, состоящего из одного элемента

Если число разбиений прямоугольного параллелепипеда на элементы по осям  $x$ ,  $y$  и  $z$  обозначим как  $m_x$ ,  $m_y$  и  $m_z$ , соответственно, то для куба имеем  $m_x = m_y = m_z = m$ .

Введем массивы температур  $T1[0,8]$ ,  $T2[0,27]$ ,  $T3[0,63]$ ,  $T4[0,124]$ , соответствующие узловым точкам куба для количества разбиений  $m = 1, 2, 3, 4$ , соответственно. Значения температур в узловых точках куба для теплоизолированного случая оказались равными

1) при  $m = 1$  (рисунок 2):

$$T1[0,3] = 101.11, T1[4,7] = 150;$$

2) при  $m = 2$  (рисунок 3):

$$T2[0,8] = 101.11, T2[9,17] = 125.55, T2[18,27] = 150;$$

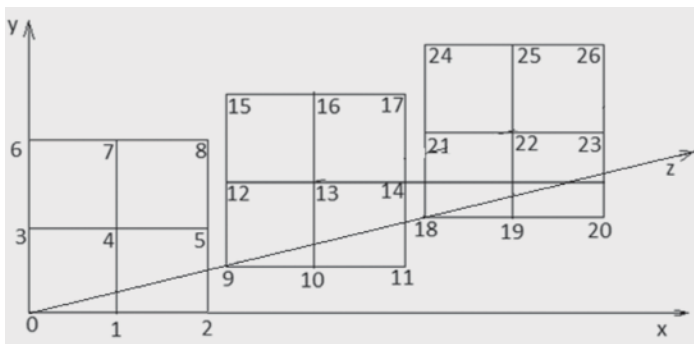


Рисунок 3 – Твердое тело в форме куба при разбиении на 8 элементов

3) при  $m = 3$  (рисунок 4):

$$T3[0,15] = 101.11, T3[16,31] = 117.4, T3[32,47] = 133.7, T4[48,63] = 150;$$

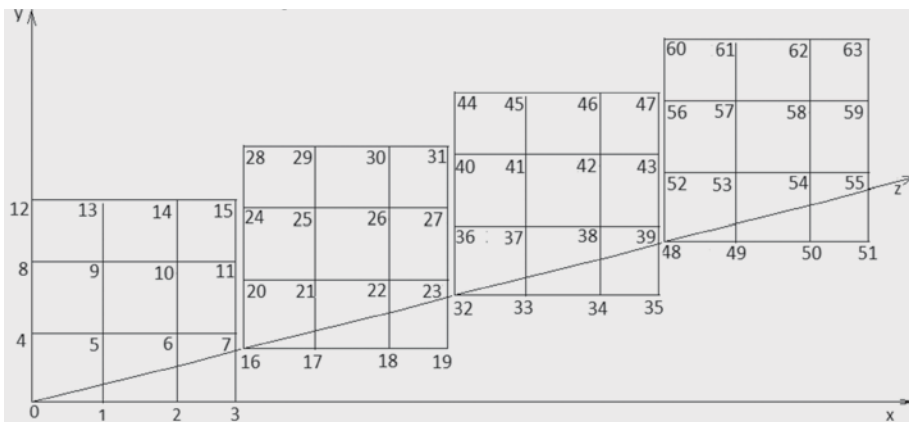


Рисунок 4 – Твердое тело в форме куба при разбиении на 27 элементов

4) при  $m = 4$  (рисунок 5):

$$T4[0,24] = 101.11, T4[25,49] = 113.33, T4[50,74] = 125.55, T4[75,99] = 137.77, T4[99,124] = 150;$$

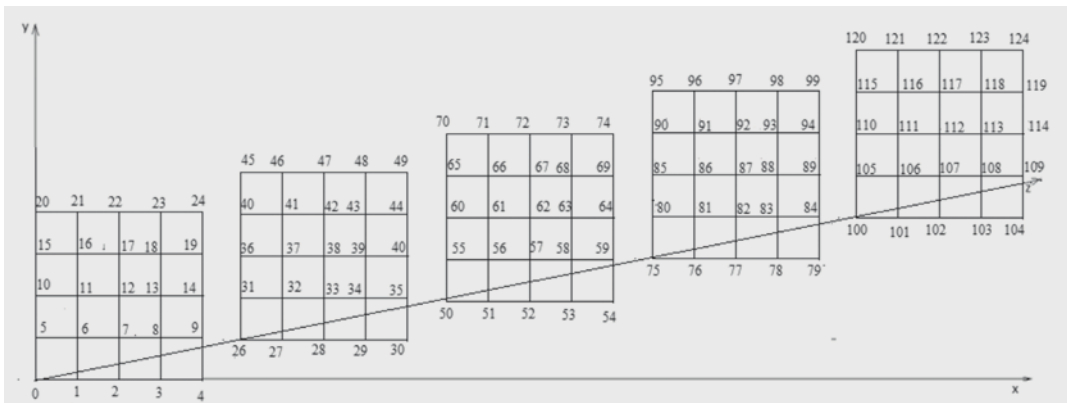


Рисунок 5 – Твердое тело в форме куба при разбиении на 125 элемента

Законы распределения температур для теплоизолированного случая, при  $m = 1$ ,  $m = 2$ ,  $m = 3$  и  $m = 4$  получились одинаковыми, соответствующие прямой линии между точками  $(0, 90)$  и  $(0.015, 100)$  (рисунок 6).

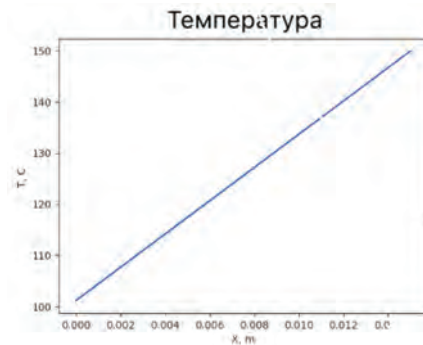


Рисунок 6 – Законы распределения температуры для теплоизолированного случая при  $m = 1$ ,  $m = 2$ ,  $m = 3$  и  $m = 4$ .

Из рисунка 3 видно, что закон распределения температур для  $m = 1$ ,  $m = 2$ ,  $m = 3$  и  $m = 4$  в теплоизолированном случае полностью совпадает.

Из данных  $T4[0,124]$  видно также, что при теплоизолированном случае температура в сечениях куба, перпендикулярной оси  $z$ , одинакова.

Значения температуры в узловых точках куба для нетеплоизолированного случая, когда  $m=1$ ,  $m = 2$ ,  $m = 2$  и  $m = 4$  получились равными:

**Заключение.** Согласно вариационному подходу получен общий функционал для тела формы прямоугольного параллелепипеда при воздействии температуры на некоторые грани и теплообмен на противоположной грани. При этом остальные грани считаются теплоизолированными. Минимизацией полученного функционала по температурам узловых точек прямоугольного параллелепипеда сформирована система линейных уравнений. Решение этой системы позволило получить температуру в узловых точках прямоугольного параллелепипеда, а подстановка этих значений в

формулу, предложенной полиномиальной аппроксимации, выявить закон распределения температуры в теле форме прямоугольного параллелепипеда.

Осуществлена практическая реализация разработанного подхода для конкретного примера, когда на одной из грани прямоугольного параллелепипеда поддерживается постоянная температура, а на противоположной происходит теплообмен с окружающей средой. При этом считается, что остальные грани параллелепипеда теплоизолированы. При этом рассматривались случаи разбиения прямоугольного параллелепипеда по оси  $z$  на 1, 2 и 3 элемента.

## ЛИТЕРАТУРА

- 1 Segerlind J. L. Applied finite element analysis // New York-London-Sydney-Toronto, John Wiley and Sons, 1976.
- 2 Rogiy B. Practical analytical modeling of 3D multi-layer Printed Wired Board with buried volumetric heating sources // International Journal of Thermal Sciences, 2018. – 129. - pp. 404–415
- 3 Xu G. Y., Wang J. B. Analytical solution of time fractional Cattaneo heat equation for finite slab under pulse heat flux // Applied Mathematics and Mechanics, 2018. – 39. - pp. 1465–1476
- 4 Forslund, R. Analytical solution for heat conduction due to a moving Gaussian heat flux with piecewise constant parameters // Applied Mathematical Modelling, 2019. – 66. - pp. 227–240
- 5 Франза М. В., Орланде Х. Р. В., Estimation of parameters of the dual-phase-lag model for heat conduction in metal-oxide-semiconductor field-effect transistors // International Communications in Heat and Mass Transfer, 2018. – 92. - pp. 107–111
- 6 Shen Y. Effect of non-condensable gas on heat conduction in steam sterilization process // Thermal Science, 2019. – 23. - pp. 2489–2494
- 7 Haji-Sheikh A., Beck J. V. Temperature solution in multi-dimensional multi-layer bodies // International Journal of Heat and Mass Transfer, 2002. – 45. - pp. 1865–1877
- 8 Aviles-Ramos C. Exact solution of heat conduction in composite materials and application to inverse problems // Journal of Heat Transfer, 1998. – 120. - pp. 592–599
- 9 Beck J. V. Verification solution for partial heating of rectangular solids // International Journal of Heat and Mass Transfer, 2004. – 47. - pp. 4243–4255
- 10 Beck J. V., Cole, K. D. Improving convergence of summations in heat conduction // International Journal of Heat and Mass Transfer, 2007. – 50. - pp. 257–268
- 11 Beck J. V. Conduction in rectangular plates with boundary temperatures specified // International Journal of Heat and Mass Transfer, 2008. – 51. - pp. 4676–4690
- 12 Wang X. Y. Local fractional functional decomposition method for solving local fractional Poisson equation in steady heat-conduction problem // Thermal Science, 2016. – 20. - pp. S785–S788.
- 13 Laraqi N. Simple and accurate correlations for some problems of heat conduction with nonhomogeneous boundary conditions // Thermal Science, 2017. – 21. - pp. 125–132
- 14 Gao F., Yang X. J. Local fractional Euler's method for the steady heat-conduction problem // Thermal Science, 2016. – 20. - pp. S735–S738
- 15 Ei Maakoul A. A general approach to solve heat conduction problems with internal heat sources using resistance and quadrupole concepts // International Journal of Heat and Mass Transfer, 2019. – 129. - pp. 793–800
- 16 Deng S. X., Ge X. X. Local fractional Helmholtz simulation for heat conduction in fractal media // Thermal Science, 2019. – 23. - pp. 1671–1675
- 17 Yilmazer A., Kocar C. Heat conduction in convectively cooled eccentric spherical annuli: A boundary integral moment method // Thermal Science, 2017. – 21. - pp. 2255–2266

- 18 Uddin M. J. Two parameter scaling group for unsteady convective magnetohydrodynamic flow // *Alexandria Engineering Journal*, 2016. – 55. - pp. 829–835
- 19 Kountouriotis Z. Development lengths in Newtonian Poiseuille flows with wall slip // *Applied Mathematics and Computation*, 2016. – 291. - pp. 98–114
- 20 Siddiqui O. K. Assessment of thermo-fluid analogies for different flow configurations: the effect of Prandtl number and laminar-to-turbulent flow regimes // *International Journal of Thermal Sciences*, 2018. – 129. - pp. 145–170
- 21 Arshidinova M., Begaliyeva K., Kudaykulov A., Tashev A. Numerical Modeling Of Nonlinear Thermomechanical Processes In a Rod Of Variable Cross Section In The Presence Of Heat Flow // *5th International Conference on Information Science and Control Engineering*, 2018. – pp. 351-354.
- 22 Wiwatanapataphee B. Oscillating pressure-driven slip flow and heat transfer through an elliptical microchannel // *Advances in Difference Equations*, 2019. ID 342.
- 23 Kudaykulov A., Tashev A.A., Askarova A. Computational algorithm and the method of determining the temperature field along the length of the rod of variable cross section // *Open Engineering*, June 2018.
- 24 Ташев А.А., Казыхан Р.К. Построение линейного интерполяционного полинома для трехмерного случая // *Вестник КазНУ. Серия Математика.* – Алматы, 2020. – 6. – С. 605-609.

## REFERENCES

- 1 Segerlind J. L. *Applied finite element analysis* // New York-London-Sydney-Toronto, John Wiley and Song, 1976.
- 2 Rogié B. Practical analytical modeling of 3D multi-layer Printed Wired Board with buried volumetric heating sources // *International Journal of Thermal Sciences*, 2018. – 129. - pp. 404–415
- 3 Xu G. Y., Wang J. B. Analytical solution of time fractional Cattaneo heat equation for finite slab under pulse heat flux // *Applied Mathematics and Mechanics*, 2018. – 39. - pp. 1465–1476
- 4 Forslund, R. Analytical solution for heat conduction due to a moving Gaussian heat flux with piecewise constant parameters // *Applied Mathematical Modelling*, 2019. – 66. - pp. 227–240
- 5 França M. V. Orlande H. R. B., Estimation of parameters of the dual-phase-lag model for heat conduction in metal-oxide-semiconductor field-effect transistors // *International Communications in Heat and Mass Transfer*, 2018. – 92. - pp. 107–111
- 6 Shen Y. Effect of non-condensable gas on heat conduction in steam sterilization process // *Thermal Science*, 2019. – 23. - pp. 2489–2494
- 7 Haji-Sheikh A., Beck J. V. Temperature solution in multi-dimensional multi-layer bodies // *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 2002. – 45. - pp. 1865–1877
- 8 Aviles-Ramos C. Exact solution of heat conduction in composite materials and application to inverse problems // *Journal of Heat Transfer*, 1998. – 120. - pp. 592–599
- 9 Beck J. V. Verification solution for partial heating of rectangular solids // *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 2004. – 47. - pp. 4243–4255
- 10 Beck J. V., Cole, K. D. Improving convergence of summations in heat conduction // *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 2007. – 50. - pp. 257–268
- 11 Beck J. V. Conduction in rectangular plates with boundary temperatures specified // *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 2008. – 51. - pp. 4676–4690
- 12 Wang X. Y. Local fractional functional decomposition method for solving local fractional Poisson equation in steady heat-conduction problem // *Thermal Science*, 2016. – 20. - pp. S785–S788



- 13 Laraq N. Simple and accurate correlations for some problems of heat conduction with nonhomogeneous boundary conditions // *Thermal Science*, 2017. – 21. - pp. 125–132
- 14 Gao F., Yang X. J. Local fractional Euler’s method for the steady heat-conduction problem // *Thermal Science*, 2016. – 20. - pp. S735–S738
- 15 Ei Maakoul A. A general approach to solve heat conduction problems with internal heat sources using resistance and quadrupole concepts // *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 2019. – 129. - pp. 793–800
- 16 Deng S. X., Ge X. X. Local fractional Helmholtz simulation for heat conduction in fractal media // *Thermal Science*, 2019. – 23. - pp. 1671–1675
- 17 Yilmazer A., Kocar C. Heat conduction in convectively cooled eccentric spherical annuli: A boundary integral moment method // *Thermal Science*, 2017. – 21. - pp. 2255–2266
- 18 Uddin M. J. Two parameter scaling group for unsteady convective magnetohydrodynamic flow // *Alexandria Engineering Journal*, 2016. – 55. - pp. 829–835
- 19 Kountouriotis Z. Development lengths in Newtonian Poiseuille flows with wall slip // *Applied Mathematics and Computation*, 2016. – 291. - pp. 98–114
- 20 Siddiqui O. K. Assessment of thermo-fluid analogies for different flow configurations: the effect of Prandtl number and laminar-to-turbulent flow regimes // *International Journal of Thermal Sciences*, 2018. – 129. - pp. 145–170
- 21 Arshidinova M., Begaliyeva K., Kudaykulov A., Tashev A. Numerical Modeling Of Nonlinear Thermomechanical Processes In a Rod Of Variable Cross Section In The Presence Of Heat Flow // 5th International Conference on Information Science and Control Engineering, 2018. – pp. 351-354.
- 22 Wiwatanapataphee B. Oscillating pressure-driven slip flow and heat transfer through an elliptical microchannel // *Advances in Difference Equations*, 2019. ID 342.
- 23 Kudaykulov A., Tashev A.A., Askarova A. Computational algorithm and the method of determining the temperature field along the length of the rod of variable cross section // *Open Engineering*, June 2018.
- 24 Tashev A.A., Kazyhan R.K. Postroenie linejnogo interpolacionnogo polinoma dlya trekhmernogo sluchaya // *Vestnik KazNITU. Seriya Matematika.*– Almaty, 2020. – 6. – S. 605-609.

***A. A. ТАШЕВ<sup>1</sup>, Р. Қ. ҚАЗЫХАН<sup>2</sup>, Б. Р. АЙТБАЕВА<sup>3</sup>, К. А. КУДАЙКУЛОВ<sup>3</sup>***

*<sup>1</sup>ҚР БҒМ ҒК ақпараттық және есептеу технологиялары институты,  
Алматы, Қазақстан*

*<sup>2</sup>Әл-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университеті, Алматы, Қазақстан*

*<sup>3</sup>ШЖҚ РМК "У.А. Жолдасбеков атындағы механика және машинатану  
институты", Алматы, Қазақстан*

*azattash@mail.ru, rysgulkazykhan@mail.ru*

*azattash@mail.ru, rysgulkazykhan@mail.ru, rakhatay.a@mail.ru*

**ТЕМПЕРАТУРА, ЖЫЛУ АЛМАСУ ЖӘНЕ КЕЙБІР БЕТТЕРДІҢ ЖЫЛУ  
ОҚШАУЛАУ ӘСЕРІНЕ ҰШЫРАҒАН КЕЗДЕ ТІКБҰРЫШТЫ  
ПАРАЛЛЕЛЕПИПЕД ТҮРІНДЕ ДЕНЕ ТЕМПЕРАТУРАСЫНЫҢ  
ТАРАЛУЫН БАҒАЛАУҒА АРНАЛҒАН ВАРИАЦИЯЛЫҚ ТӘСІЛ**

*Мақалада тікбұрышты параллелепипед түрінде денеде температураның таралу заңын бағалау ақырлы элемент әдісін қолдана отырып, вариациялық әдісті қолдану сипатталған.*

Тікбұрышты параллелепипедтің бір жағында белгілі бір температура сақталған кезде, ал қарама-қарсы жағында қоршаған ортамен жылу алмасу болған жағдайда қарастырылады. Ұсынылған тәсілге сәйкес үшінші дәрежелі көпмүшелік түрінде жуықтау функциясы ұсынылады. Тікбұрышты параллелепипед түрінде қатты денеде температураның таралу заңын анықтау үшін функционал құрылады, ол температураны, қоршаған ортамен жылу алмасуды, тікбұрышты параллелепипедтің беттерін оқшаулауды, сондай-ақ табиғи шекаралық жағдайларды ескеретін мүшелерден тұрады. Бұл функцияны тікбұрышты параллелепипедтің түйіндік нүктелері арқылы азайту осы түйіндердегі температура мәндерін анықтайды. Әрі қарай, осы мәндерді жуықтау функциясына ауыстыра отырып, біз температураның таралу заңын аламыз.

Сонымен қатар, тікбұрышты параллелепипедтің қалған беттері жылу оқшауланған немесе керісінше болған кезде нұсқалар зерттелді. Тікбұрышты параллелепипедтің бүйірлерін бөрудің әртүрлі саны кезінде температураның таралу заңын бағалау жүзеге асырылды. Сонымен қатар, тіктөртбұрышты параллелепипед үшін температураның таралу заңы және басқа заттар тең болған кезде жақын өзек салыстырылды. Олардың шамалы айырмашылықтары көрсетілген.

**Түйін сөздер:** температура, үш өлшемді тікбұрышты параллелепипед, жуықтау, жылу алмасу, оқшаулау, қатты.

**A. A. TASHEV<sup>1</sup>, P. K. KAZYKHAN<sup>2</sup>, B. R. AITBAYEVA<sup>3</sup>, K. A. KUDAIKULOV<sup>3</sup>**

<sup>1</sup>*Institute of Information and Computing Technologies, CS MES RK, Almaty, Kazakhstan*

<sup>2</sup>*Al-Farabi Kazakh National University, Almaty, Kazakhstan*

<sup>3</sup>*RGP on PCV "Institute of Mechanics and Machine Science named after*

*A. Zholdasbekov", Almaty, Kazakhstan*

*azattash@mail.ru, rysgulkazykhan@mail.ru*

*azattash@mail.ru, rysgulkazykhan@mail.ru, rakhatay.a@mail.ru*

## **A VARIATIONAL APPROACH FOR ESTIMATING THE DISTRIBUTION OF BODY TEMPERATURE IN THE FORM OF A RECTANGULAR PARALLELEPIPED UNDER THE INFLUENCE OF TEMPERATURE, HEAT EXCHANGE AND HEAT ISOLATION OF SOME FACETS**

*The article describes the use of a variational method involving the finite element method to estimate the law of temperature distribution in a body in the form of a rectangular parallelepiped. The case is considered when a certain temperature is maintained on one of the faces of a rectangular parallelepiped, and heat exchange with the environment occurs on the opposite side. In accordance with the proposed approach, an approximating function in the form of a polynomial of the third degree is proposed. To determine the law of temperature distribution in a solid in the form of a rectangular parallelepiped, a functional is compiled, which consists of terms that take into account temperature, heat exchange with the environment, isolation of the faces of a rectangular parallelepiped, as well as natural boundary conditions. Minimizing this functional, the temperature values at these nodes are determined by the nodal points of a rectangular parallelepiped. Further, substituting these values into the approximating function, we obtain the temperature distribution law. At the same time, variants are investigated when the remaining faces of a rectangular parallelepiped are thermally insulated or vice versa. The temperature distribution law is estimated for different amounts of partitioning of the sides of a rectangular parallelepiped. In addition, a comparison of the temperature distribution law for a rectangular parallelepiped and a rod close in size, other things being equal, was made. Their minor differences are shown.*

**Keywords:** temperature, three-dimensional rectangular parallelepiped, approximation, heat transfer, isolation, solid.

**Ж. М. ТУЛЕУТАЕВА\*, В. В. ЖУРОВ, Э. К. ХАЙРУЛЛИНА**

*А. Сағынов атындағы Қарағанды техникалық университеті,  
Қарағанды, Қазақстан  
e-mail: erasl-79@mail.ru, zhurvityv@yandex.ru, eliko\_turchanka@mail.ru*

## **БІРТЕКТІ ВОЛЬТЕРРА ИНТЕГРАЛДЫҚ ТЕҢДЕУІНІҢ ШЕШІМІН АНЫҚТАУ**

Мақалада Вольтерраның екінші текті интегралдық теңдеуінің шешімі бар болатындығының анықтау сұрақтары зерттелді. Интегралдық теңдеуге ізделінді функция мен оң жақтағы функцияны ауыстыру қолданды. Осы ауыстыру қолданған соң, теңдеу ядросы «сығылмалы емес» интегралдық теңдеуіне келді. Жаңадан алынған теңдеуге Лаплас түрлендіруін қолданып, қарапайым бірінші ретті дифференциалдық теңдеуге келтірілді. Бұл теңдеудің шешімі анықталды. Берілген біртекті емес интегралдық теңдеуге сәйкес келетін біртекті интегралдық теңдеудің шешімі айқын түрде табылды. Біртекті интегралдық теңдеудің дербес жағдайлары және оның  $k$  параметрінің әртүрлі мәндеріндегі шешімдері жазылды. Шешімдері болатын интегралдық теңдеулердің кластары анықталды. Сингулярлы интегралдық теңдеуі [1-2] жұмыстарында қарастырылған. Ол интегралдың теңдеулердің де ядросы «сығылмалы емес», бірақ теңдеу өзгеше түрде берілген. Сондықтан зерттеліп отырған жұмыста шешімдерінің бар болуының класстары өзгеше түрде анықталған.

**Түйін сөздер:** Бессель функциясы, интегралдық оператор, «сығылмалы емес» ядро, Лаплас түрлендіруі.

**Кіріспе.** Кәзіргі сандық технология дәуірінде байланыс (контакт) техникасының қолдану аясы өте кең. Сондықтан, байланыс жүйесінде пайда болатын термофизикалық процестерді зерттеу автоматика мен бақылау-өлшеу аспаптарындағы, дәнекерлеу технологиясындағы, электр жабдықтарындағы байланыс элементтерінің негізгі болып табылатын әртүрлі құрылғылардағы жаңа жетістіктердің алғышарты болып табылады. Электр байланысының жылдамдығының жоғарылауына байланысты, яғни процестің қысқа мерзімінде байланыс жүйесінің температуралық өрісін және оның уақыт бойынша өзгеру динамикасын дәл анықтау тәжірибелік түрде мүмкін емес. Сондықтан электродтар арасындағы жылу және масса алмасу процестерін зерттеу қажет. Бұл зерттеулерді жүргізу кезінде температуралық өрісті зерттеу қажеттілігі туындайды.

Шекарасы жылжымалы болатын облыста параболалық теңдеу үшін шектік есептер классикалық есептерден әлде қайда ерекшеленеді. Шектік есептерге жылу потенциалдары әдісін қолдану арқылы екінші текті Вольтерра интегралдық теңдеуіне келтіруге болады.

**Зерттеу әдісі.** Бұл мақалада екінші текті Вольтерра интегралдық теңдеуінің шешімінің бар екендігін анықтау және осы теңдеудің шешімдерін зерттеу мақсатында жазылған.

Бізге екінші текті Вольтерра интегралдық теңдеуі берілген

---

\* E-mail корреспондирующего автора: erasl-79@mail.ru

$$\begin{aligned}
 v(t) - \frac{a}{2\sqrt{\pi}} \int_0^t \frac{1}{\sqrt{t}\sqrt{\tau}\sqrt{t-\tau}} e^{-\frac{t-\tau}{4a^2}} \cdot v(\tau) d\tau - \\
 - \frac{1}{ka\sqrt{\pi}} \int_0^t \sqrt{\frac{\tau}{t}} \frac{1}{\sqrt{Z-\tau}} e^{-\frac{t-\tau}{4a^2}} \cdot v(\tau) d\tau = f(t),
 \end{aligned}
 \tag{1}$$

мұндағы  $k$  – тұрақты оң шама,  $f(t)$  – берілген функция.

Бұл интегралдық теңдеулер осьтік симметриямен берілген, бір өлшемді тұрақсыз жылу процестерінің дамуын сипаттайтын шектік шарттарымен берілген жылуөткізгіштік теңдеулерді шешу барысында пайда болады.

**(1) Қинтегралдық теңдеуді дифференциалдық теңдеуге келтіру**

(1) теңдеуді келесі түрде жазып аламыз:

$$\begin{aligned}
 \frac{v(t)}{\sqrt{t}} e^{\frac{t}{4a^2}} - \frac{a}{2\sqrt{\pi}} \int_0^t \frac{1}{t\sqrt{t-\tau}} \cdot \frac{1}{\sqrt{\tau}} e^{\frac{\tau}{4a^2}} \cdot v(\tau) d\tau - \\
 - \frac{1}{ka\sqrt{\pi}} \int_0^t \frac{\tau}{t\sqrt{t-\tau}} \left\{ \frac{1}{\sqrt{\tau}} e^{\frac{\tau}{4a^2}} \cdot v(\tau) \right\} d\tau = \frac{f(t)}{\sqrt{t}} e^{\frac{t}{4a^2}}.
 \end{aligned}
 \tag{2}$$

(3) ауыстыруларды жасағаннан кейін

$$\frac{1}{\sqrt{t}} e^{\frac{t}{4a^2}} v(t) = v_1(t), \quad \frac{1}{\sqrt{t}} e^{\frac{t}{4a^2}} f(t) = f_1(t)
 \tag{3}$$

(2) теңдеу келесі түрге келеді

$$v_1(t) - \frac{a}{2\sqrt{\pi}} \int_0^t \frac{1}{t\sqrt{t-\tau}} \cdot v_1(\tau) d\tau - \frac{1}{ka\sqrt{\pi}} \int_0^t \frac{\tau}{t\sqrt{t-\tau}} \cdot v_1(\tau) d\tau = t f_1(t).$$

немесе

$$t \cdot v_1(t) - \frac{a}{2\sqrt{\pi}} \int_0^t \frac{1}{\sqrt{t-\tau}} \cdot v_1(\tau) d\tau - \frac{1}{ka\sqrt{\pi}} \int_0^t \frac{1}{\sqrt{t-\tau}} \cdot \tau v_1(\tau) d\tau = f_2(t).
 \tag{4}$$

мұндағы  $f_2(t) = t f_1(t)$ .

Интегралдық операторы үздіксіз функциялар  $v_1(t) \in C(0; +\infty)$  класында әрекет ететін ядросы  $K(t, \tau)$  бар теңдеу болатынын ескереміз.

$$K(t, \tau) = \frac{a}{2\sqrt{\pi}} \cdot \frac{1}{t\sqrt{t-\tau}} + \frac{1}{ka\sqrt{\pi}} \cdot \frac{\tau}{t\sqrt{t-\tau}} -$$

ол шектелмеген.

(4) теңдеуге көрсетілген белгілеулерді енгізе отырып, Лаплас түрлендіруін қолданамыз

$$\begin{aligned}
 \hat{v}_1(p) &= \int_0^\infty v_1(t) \cdot e^{-pt} dt \Leftrightarrow v_1(t) \div \hat{v}_1(p); \\
 \hat{f}_2(p) &= \int_0^\infty f_2(t) \cdot e^{-pt} dt \Leftrightarrow f_2(t) \div \hat{f}_2(p),
 \end{aligned}$$

мұндағы

$$\begin{aligned}\hat{v}_1(p) &= L[v_1(t)]; \\ \hat{f}_2(p) &= L[f_2(t)].\end{aligned}$$

Бұдан

$$\int_0^\infty \frac{1}{\sqrt{t}} \cdot e^{-pt} dt = \left\| \begin{aligned} pt &= z^2, \\ dt &= \frac{2z}{p} dz \end{aligned} \right\| = \frac{2}{\sqrt{p}} \int_0^\infty e^{-z^2} dz = \frac{\sqrt{\pi}}{\sqrt{p}};$$

$$t \cdot v_1(t) \div \hat{v}_1'(p).$$

(4) интегралдық теңдеуді келесі түрдегі дифференциалдық теңдеуге келеді

$$-\hat{v}_1'(p) - \frac{a}{2\sqrt{\pi}} \frac{\sqrt{\pi}}{\sqrt{p}} \hat{v}_1(p) - \frac{1}{ka\sqrt{\pi}} \cdot \frac{\sqrt{\pi}}{\sqrt{p}} \cdot (-\hat{v}_1'(p)) = \hat{f}_2(p),$$

Шыққан дифференциалдық теңдеуді келесі түрде жаза аламыз

$$\left[ \frac{1}{ka\sqrt{p}} - 1 \right] \hat{v}_1'(p) - \frac{a}{2\sqrt{p}} \hat{v}_1(p) = \hat{f}_2(p). \tag{5}$$

Біртекті сызықты дифференциалдық теңдеудің шешімін табу

(5) сызықты теңдеуге сәйкес келетін, біртекті теңдеудің шешімін табамыз

$$\left[ \frac{1}{ka\sqrt{p}} - 1 \right] \hat{v}_1'(p) - \frac{a}{2\sqrt{p}} \hat{v}_1(p) = 0. \tag{6}$$

(6) дифференциалдық теңдеуі келесі түрге ие болады:

$$\hat{v}_1(p) = \frac{C e^{\frac{1}{k}}}{(ka)^{\frac{1}{k}}} \cdot \frac{e^{-a\sqrt{p}}}{\left(\sqrt{p} - \frac{1}{ka}\right)^{\frac{1}{k}}}, \tag{7}$$

мұндағы C-тұрақты сан.

№149 [3; 272] және №9 [3; 259] формулаларынан, аламыз:

$$\frac{e^{-as}}{\left(s - \frac{1}{ka}\right)^{\frac{1}{k}}} = L \left[ \frac{\tau^{\frac{1}{k}-1}}{\Gamma\left(\frac{1}{k}\right)} e^{-\frac{\tau}{ka}} \right].$$

Осыдан кейін №29 [3; 261] формуласын ескеріп және (7) Лапласың кері түрлендіруін қолдана отырып, алатынымыз:

$$v_1(t) = \frac{C}{\Gamma\left(\frac{1}{k}\right)(ka)^{\frac{1}{k}}} \int_a^\infty \frac{\tau(\tau-a)^{\frac{1}{k}-1}}{2\sqrt{\pi t^{\frac{3}{2}}}} \cdot e^{-\frac{\tau^2}{4t}} \cdot e^{-\frac{\tau-a}{ka}} d\tau =$$

$$= \frac{C e^{-\frac{1}{k}}}{\Gamma\left(\frac{1}{k}\right)(ka)^{\frac{1}{k}}} \cdot \frac{1}{2\sqrt{\pi t^{\frac{3}{2}}}} \int_0^\infty \tau \cdot (\tau-a)^{\frac{1}{k}-1} e^{-\frac{\tau^2}{4t} + \frac{\tau}{ka}} d\tau.$$

Төмендегі

$$I(t, k) = \int_0^\infty \tau \cdot (\tau-a)^{\frac{1}{k}-1} e^{-\frac{\tau^2}{4t} + \frac{\tau}{ka}} d\tau,$$

енгізуді енгізе отырып, аламыз

$$v_1(t) = \frac{C e^{-\frac{1}{k}}}{\Gamma\left(\frac{1}{k}\right)(ka)^{\frac{1}{k}}} \cdot \frac{1}{2\sqrt{\pi t^{\frac{3}{2}}}} I(t, k). \quad (8)$$

Интегралды есептейміз

$$I(t, k) = \int_a^\infty \tau \cdot (\tau-a)^{\frac{1}{k}-1} e^{-\frac{\tau^2}{4t} + \frac{\tau}{ka}} d\tau =$$

$$= \int_a^\infty \tau \cdot (\tau-a)^{\frac{1}{k}} \exp\left\{-\frac{\tau^2}{4t} + \frac{\tau}{ka}\right\} d\tau +$$

$$+ a \int_a^\infty \tau \cdot (\tau-a)^{\frac{1}{k}-1} \exp\left\{-\frac{\tau^2}{4t} + \frac{\tau}{ka}\right\} d\tau.$$

[4, 2.3.15] (1) формуласын ескеріп, аламыз

$$I(t, k) = \Gamma\left(\frac{1}{k} + 1\right) \left(\frac{1}{2t}\right)^{\frac{1}{2i} - \frac{1}{2}} \exp\left\{\frac{t}{2k^2 a^2} + \frac{1}{2k} - \frac{a^2}{8t}\right\} D_{-\left(\frac{1}{k} + 1\right)}\left(\frac{ka^2 - 2t}{ak\sqrt{2t}}\right) +$$

$$+ a \Gamma\left(\frac{1}{k}\right) \left(\frac{1}{2t}\right)^{-\frac{1}{2k}} \exp\left\{\frac{t}{2k^2 a^2} + \frac{1}{2k} - \frac{a^2}{8t}\right\} D_{-\frac{1}{k}}\left(\frac{ka^2 - 2t}{ak\sqrt{2t}}\right) =$$

$$= \Gamma\left(\frac{1}{k}\right) \exp\left\{\frac{1}{2k}\right\} (2t)^{\frac{1}{2k}} \exp\left\{\frac{t}{2k^2 a^2} - \frac{a^2}{8t}\right\} \times$$

$$\times \left[ \frac{1}{k} \sqrt{2t} D_{-\left(\frac{1}{k} + 1\right)}\left(\frac{ka^2 - 2t}{ak\sqrt{2t}}\right) + a D_{-\frac{1}{k}}\left(\frac{ka^2 - 2t}{ak\sqrt{2t}}\right) \right].$$

Табылған  $I(t, k)$  мәнін (8) өрнекке қойып, (4) интегралдық теңдеуге сәйкес келетін біртекті теңдеудің жалпы шешімін аламыз:

$$v_1(t) = \frac{Ce^{\frac{1}{k}}}{(ka)^{\frac{1}{k}}} \cdot \frac{(2t)^{\frac{1}{2k}}}{2\sqrt{\pi t^{\frac{3}{2}}}} \exp\left\{\frac{t}{2k^2 a^2} - \frac{a^2}{8t}\right\} \times \left[ \frac{1}{k} \sqrt{2t} D_{-\left(\frac{1}{k}+1\right)}\left(\frac{ka^2-2t}{ak\sqrt{2t}}\right) + a D_{-\frac{1}{k}}\left(\frac{ka^2-2t}{ak\sqrt{2t}}\right) \right],$$

мұндағы [5, 9.241] (2) формуланы қараңыз)

$$D_{-p}(z) = \frac{e^{-\frac{z^2}{2}}}{\Gamma(p)} \int_0^\infty e^{-zx - \frac{x^2}{2}} x^{p-1} dx, \quad \text{Re } p > 0 \tag{9}$$

– параболалық цилиндр функциясы (немесе Вебер функциясы).

(3) ауыстыруын орнына қойып, алатынымыз

$$v(t) = \frac{Ce^{\frac{1}{k}}}{(ka)^{\frac{1}{k}}} \cdot \frac{(2t)^{\frac{1}{2k}}}{2\sqrt{\pi t}} \exp\left\{\frac{t}{2k^2 a^2} - \frac{t}{4a^2} - \frac{a^2}{8t}\right\} \times \left[ \frac{1}{k} \sqrt{2t} D_{-\left(\frac{1}{k}+1\right)}\left(\frac{ka^2-2t}{ak\sqrt{2t}}\right) + a D_{-\frac{1}{k}}\left(\frac{ka^2-2t}{ak\sqrt{2t}}\right) \right]. \tag{10}$$

Алынған (10) өрнегі бастапқыда берілген (1) теңдеуге сәйкес келетін біртекті теңдеудің жалпы шешімі болып табылады.

**k = 2 болған жағдайда.** Тәжірибелік тұрғыдан қарағанда k = 2 жағдайы өзгеше

$$v(t) = \frac{C\sqrt{e}}{\sqrt{2a\pi}(2t)^{\frac{3}{4}}} \cdot \exp\left\{-\frac{t}{8a^2} - \frac{a^2}{8t}\right\} \times \left[ \frac{\sqrt{2t}}{2} D_{-\frac{3}{2}}\left(\frac{a}{\sqrt{2t}} - \frac{\sqrt{t}}{a\sqrt{2}}\right) + a D_{-\frac{1}{2}}\left(\frac{a}{\sqrt{2t}} - \frac{\sqrt{t}}{a\sqrt{2}}\right) \right], \tag{11}$$

мұндағы [7] формула [9] ескере отырып

$$D_{-\frac{1}{2}}(z) = \sqrt{\frac{\pi z}{2}} K_{\frac{1}{4}}\left(\frac{z^2}{4}\right),$$

K(x) – екінші текті Бессель функциясы.

[5, 9.247] [5] формуладан, алатынымыз

$$\begin{aligned} D_{-\frac{3}{2}}(z) &= z D_{-\frac{1}{2}}(z) + 2 \frac{d}{dz} D_{-\frac{1}{2}}(z) = \\ &= \sqrt{\frac{\pi z^3}{2}} K_{\frac{1}{4}}\left(\frac{z^2}{4}\right) + \frac{d}{dz} \left( \sqrt{2\pi z} K_{\frac{1}{4}}\left(\frac{z^2}{4}\right) \right), \end{aligned}$$



онда жоғарыда көрсетілген формулаларды ескере отырып

$$K'_v(x) = -\frac{1}{2}(K_{v-1}(x) + K_{v+1}(x))$$

(11) формуладағы квадрат жақшаның ішіндегі өрнектер  $K_v\left(\frac{z^2}{4}\right)$  функциясының сызықты комбинациясы болып табылады, мұндағы

$$v = \left\{ \frac{1}{4}; \frac{3}{4}; \frac{5}{4} \right\}, \quad z = \frac{a}{\sqrt{2t}} - \frac{\sqrt{t}}{a\sqrt{2}}.$$

Асимптотикасынан байқайтынымыз

$$K_v(x) \approx \sqrt{\frac{\pi}{2}} \frac{e^{-x}}{\sqrt{x}} \left( 1 + O\left(\frac{1}{x}\right) \right), \quad x \rightarrow +\infty$$

және шектік қатынастардан, байқайтынымыз

$$\lim_{t \rightarrow 0; t \rightarrow +\infty} z^2 = \lim_{t \rightarrow 0; t \rightarrow +\infty} \left( \frac{a}{\sqrt{2t}} - \frac{\sqrt{t}}{a\sqrt{2}} \right) = +\infty.$$

Бұдан шығатын қортынды, (11) функциясы  $t \in (0; +\infty)$  болған жағдайда шектелген болып табылады.

Сонымен, осы шыққан нәтижерге сүйене отырып, келесі теореманы аламыз.

**Алынған нәтиже.** Теорема 1. Интегралдық теңдеу

$$\begin{aligned} v(t) - \frac{a}{2\sqrt{\pi}} \int_0^t \frac{1}{\sqrt{t}\sqrt{\tau}\sqrt{t-\tau}} \cdot e^{-\frac{t-\tau}{4a^2}} \cdot v(\tau) d\tau - \\ - \frac{1}{2a\sqrt{\pi}} \int_0^t \frac{\sqrt{\tau}}{t} \frac{1}{\sqrt{t-\tau}} \cdot e^{-\frac{t-\tau}{4a^2}} \cdot v(\tau) d\tau = 0 \end{aligned}$$

$v(t) \in L_\infty(0; +\infty)$  функциялар класында (11) формуламен анықталатын шешімге ие.

**$k = 1$  болған жағдайда.**  $k = 1$  болған жағдайда (10) өрнектен алатынымыз

$$\begin{aligned} v(t) = \frac{Ce}{a\sqrt{2\pi l}} \exp\left\{ \frac{t}{4a^2} - \frac{a^2}{8t} \right\} \times \\ \times \left[ \sqrt{2t} D_{-2} \left( \frac{a}{\sqrt{2t}} - \frac{\sqrt{2t}}{a} \right) + a D_{-1} \left( \frac{a}{\sqrt{2t}} - \frac{\sqrt{2t}}{a} \right) \right] \end{aligned} \quad (12)$$

[5, 9.254] (1) және (2) формулаларынан (12) үшін:

$$\begin{aligned} v(t) = \frac{Ce}{a\sqrt{2\pi t}} \cdot \exp\left\{ \frac{t}{4a^2} - \frac{a^2}{8t} \right\} \left[ \sqrt{\frac{\pi}{2}} \sqrt{2t} \exp\left\{ \frac{a^2}{8t} + \frac{t}{2a^2} - \frac{1}{2} \right\} \times \right. \\ \left. \times \sqrt{\frac{2}{\pi}} \exp\left\{ 1 - \frac{a^2}{4t} - \frac{t}{a^2} \right\} - \left( \frac{a}{\sqrt{2t}} - \frac{\sqrt{2t}}{a} \right) \operatorname{erfc} \left( \frac{a}{\sqrt{2t}} - \frac{\sqrt{t}}{a} \right) \right] + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &+ a\sqrt{\frac{\pi}{2}} \exp\left\{\frac{a^2}{8t} + \frac{t}{2a^2} - \frac{1}{2}\right\} \operatorname{erfc}\left(\frac{a}{2\sqrt{t}} - \frac{\sqrt{t}}{a}\right) \Bigg] = \\
 &= \frac{Ce^{\frac{3}{2}}}{a\sqrt{\pi}} \left[ \frac{1}{\sqrt{t}} \exp\left\{-\frac{t}{4a^2} - \frac{a^2}{4t}\right\} + \frac{\sqrt{\pi}}{ae} \exp\left\{\frac{3t}{4a^2}\right\} \operatorname{erfc}\left(\frac{a}{2\sqrt{t}} - \frac{\sqrt{t}}{a}\right) \right].
 \end{aligned}$$

Сонымен,  $k = 1$  болған жағдайда (10) теңдеу келесі түрге ие болады:

$$\begin{aligned}
 v(t) = & \frac{Ce^{\frac{3}{2}}}{a\sqrt{\pi}} \left[ \frac{1}{\sqrt{t}} \exp\left\{-\frac{t}{4a^2} - \frac{a^2}{4t}\right\} + \right. \\
 & \left. + \frac{\sqrt{\pi}}{ae} \exp\left\{\frac{3t}{4a^2}\right\} \operatorname{erfc}\left(\frac{a}{2\sqrt{t}} - \frac{\sqrt{t}}{a}\right) \right].
 \end{aligned} \tag{13}$$

Осыған байланысты келесі теорема дұрыс болып табылады.

**Тұжырым.** Теорема 2. Интегралдық теңдеу

$$\begin{aligned}
 v(t) - \frac{a}{2\sqrt{\pi}} \int_0^t \frac{1}{\sqrt{t}\sqrt{\tau}\sqrt{t-\tau}} \cdot \exp\left\{-\frac{t-\tau}{4a^2}\right\} \cdot v(\tau) d\tau - \\
 - \frac{1}{a\sqrt{\pi}} \int_0^t \sqrt{\frac{\tau}{t}} \frac{1}{\sqrt{t-\tau}} \cdot \exp\left\{-\frac{t-\tau}{4a^2}\right\} \cdot v(\tau) d\tau = 0
 \end{aligned}$$

$\exp\left\{-\frac{t}{a^2}\right\} v(t) \in L_{\infty}(0, +\infty)$  функциялар класында жататын (13) формула шешімі

болып табылады.

### ӘДЕБИЕТ

1 Amangaliyeva M.M., Jenaliyev M.T., Kosmakova M.T., Ramazanov M.I. About Dirichlet boundary value problem for the heat equation in the infinite angular domain// Boundary Value Problems. –2014. № 213. – P. 1–21.

2 Amangaliyeva M.M., Jenaliyev M.T., Kosmakova M.T., Ramazanov M.I. On one homogeneous problem for the heat equation in an infinite angular domain. //Siberian Mathematical Journal. –2015. № 56 (6). – P. 982-995.

3 Dech G. Rukovodstvo k prakticheskomu primeneniui preobrazovaniia Laplasi i Z-preobrazovaniia [Guide to the practical application of Laplace transform and Z-transform]. – Moscow: – Nauka.

4 Прудников А. П., Брычков Ю. А., Маричев О. И. Интегралы и ряды. Москва. Наука. 1981. – С.688.

5 Градштейн И.С., Рыжик И.М. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. – Москва. 1963. –С.1108.

### REFERENCES

1 Amangaliyeva M.M., Jenaliyev M.T., Kosmakova M.T., Ramazanov M.I. About Dirichlet boundary value problem for the heat equation in the infinite angular domain// Boundary Value Problems. – 2014. № 213. – R. 1-21.

2 Amangaliyeva M.M., Jenaliyev M.T., Kosmakova M.T., Ramazanov M.I. On one homogeneous problem for the heat equation in an infinite angular domain. //Siberian Mathematical Journal. –2015. № 56 (6). – R. 982-995.

3 Dech G. Rukovodstvo k prakticheskomu primeneniui preobrazovaniia Laplasi i Z-preobrazovaniia [Guide to the practical application of Laplace transform and Z-transform]. –Moscow: – Nauka.

4 Prudnikov A. P., Brychkov Yu. A., Marichev O. I. Integraly i ryady. Moskva. Nauka. 1981. – S.688.

5 Gradshtejn I.S., Ryzhik I.M. Tablicy integralov, summ, ryadov i proizvedenij. – Moskva. 1963. – S.1108.

**Ж. М. ТУЛЕУТАЕВА, В. В. ЖУРОВ, Э. К. ХАЙРУЛЛИНА**

*Карагандинский технический университет имени А.Сагынова*

*Караганда, Казахстан*

*e-mail: erasl-79@mail.ru, zhurvity@yandex.ru, eliko\_turchanka@mail.ru,*

## **ОПРЕДЕЛЕНИЕ РЕШЕНИЯ ОДНОРОДНОГО ИНТЕГРАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ ВОЛЬТЕРРА**

*В статье исследованы вопросы разрешимости Вольтеррового интегрального уравнения второго рода. С помощью замен искомой функции и правой части интегральное уравнение сведено к интегральному уравнению, ядро которого не является «сжимаемым». С помощью преобразования Лапласа полученное уравнение сведено к обыкновенному дифференциальному уравнению первого порядка. Найдено его решение. Решение однородного интегрального уравнения, соответствующего исходному неоднородному интегральному уравнению, найдено в явном виде. Выписаны частные случаи однородного интегрального уравнения и его решения при различных значениях параметра k. Указаны классы, в которых интегральное уравнение имеет решение. Сингулярные интегральные уравнения были рассмотрены в работах [1–3]. Их ядра также были «несжимаемы», но имели другой вид. В связи с этим весовые классы существования решения отличаются от класса существования решения уравнения, исследуемого в данной работе.*

**Ключевые слова:** *функция Бесселя, интегральный оператор, класс существенно ограниченных функций, преобразование Лапласа.*

**ZH. M. TULEUTAYEVA, V. V. ZHUROV, I. K. KHAIRULLINA**

*Karaganda Technical University named A. Sagynov,*

*Karaganda, Kazakhstan*

*e-mail: erasl-79@mail.ru, zhurvity@yandex.ru, eliko\_turchanka@mail.ru,*

## **DEFINITION OF THE SOLUTION OF THE HOMOGENEOUS VOLTERRA INTEGRAL EQUATION**

*In this paper, we study the solvability of a second-kind Volterra integral equation. By replacing the right-hand side and the unknown function, the integral equation is reduced to an integral equation, the kernel of which is not «compressible». Using the Laplace transform, the obtained equation is reduced to an ordinary first-order differential equation (linear). Its solution is found. The solution of the homogeneous*

*integral equation corresponding to the original nonhomogeneous integral equation found in explicit form. Special cases of a homogeneous integral equation and its solutions are written for different values of the parameter  $k$ . Classes are indicated in which the integral equation has a solution. Singular integral equations were considered in works [1–3]. Their kernels were also «incompressible», but kernels had another form. In this connection, the weight classes of the solution existence differ from the class of the solution existence for the equation considered in this work.*

**Keywords:** *Bessel function, integral operator, class of essentially bounded functions, Laplace transformation.*

---

---

## СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ

1. Айжанова А. А. – Казахстанский инженерно-технологический университет, кафедра инженерии компьютерных, автоматизированных и телекоммуникационных систем, Алматы, Казахстан
2. Айтбаева Б. Р. – докторант, Алматинский технологический университет, Алматы, Казахстан
3. Амангосова А. Г. – Атырауский государственный университет им. Х.Досмухамедова, Атырау, Казахстан
4. Амирханова Г. А. – PhD, старший преподаватель кафедры искусственного интеллекта и Big Data КазНУ имени аль-Фараби, Алматы, Казахстан
5. Амренов А. К. – PhD студент, Евразийский университет имени Л.Н. Гумилева, Астана, Казахстан
6. Ашимов Е. К. – старший преподаватель КазНУ имени аль-Фараби, Алматы, Казахстан
7. Байманкулов А.Т. – профессор Костанайского регионального университета, Костанай, Казахстан
8. Байгараева Ж. Е. – докторант 1-го курса КазНУ имени аль-Фараби, Алматы, Казахстан
9. Бекбауов Б. Е. – ТОО “КМГ Инжиниринг”, Астана, Казахстан
10. Бектемысова Г. У. – кандидат технических наук, профессор кафедры «Компьютерной инженерии», Международный университет информационных технологий, Алматы, Казахстан
11. Бургегулов А. Д. – докторант КазНУ имени аль-Фараби, Алматы, Казахстан
12. Васина И. А. – ТОО «RDfige Group», Алматы, Казахстан
13. Велямов Т. Т. – Казахстанский инженерно-технологический университет, кафедра инженерии компьютерных, автоматизированных и телекоммуникационных систем, Алматы, Казахстан
14. Дарибаев Б. С. – доктор PhD по информационным системам, зав.кафедрой информатики КазНУ имени аль-Фараби, Алматы, Казахстан

15. Демеубаева Л. К. – Казахстанский инженерно-технологический университет, кафедра инженерия компьютерных, автоматизированных и телекоммуникационных систем, Алматы, Казахстан
16. Джумагалиев Р. М. – ТОО «Global Fire Protection», Алматы, Казахстан
17. Джумагалиев Т. Р. – ТОО «Global Fire Protection», Алматы, Казахстан
18. Джусупбекова Г. Т. – кандидат педагогических наук, заведующая кафедрой «Информационные технологии», Южно-Казахстанский университет им.М.Ауезова, Шымкент, Казахстан
19. Досмагулова К. А. – PhD студент, КазНУ имени аль-Фараби, Алматы, Казахстан
20. Дүйсенбеккызы Ж. – магистр, старший преподаватель КазНУ имени аль-Фараби, Алматы, Казахстан
21. Ердесова Ш. А. – преподаватель кафедры клинических дисциплин ВМШ, Казахский национальный университет им. аль-Фараби, Алматы, Казахстан
22. Жуаспаев Т. А. – ст.преподаватель Костанайского инженерно-экономического университета, Костанай, Казахстан
23. Жунусова Ж. Х. – профессор КазНУ имени аль-Фараби, Алматы, Казахстан
24. Журов В. В. – кандидат технических наук, и.о.доцента, Карагандинский технический университет имени А.Сагинова, Караганда, Казахстан
25. Зиятбекова Г. З. – PhD, и.о. доцента КазНУ имени аль-Фараби; СНС Института Информационных и вычислительных технологий КН МНВО РК, Алматы, Казахстан
26. Изтаев Ж. Д. – кандидат педагогических наук, заведующий кафедрой «Информационные системы и моделирование», Южно-Казахстанский университет им.М.Ауезова, Шымкент, Казахстан
27. Иксанов С. – докторант КазНУ имени аль-Фараби, Алматы, Казахстан
28. Ключева Е.Г. – Карагандинский технический университет, Караганда, Казахстан

- 
29. Иманбаев Н.С. – к. ф.-м. н., профессор, Южно-Казахстанский государственный педагогический университет, Шымкент, Казахстан; гнс, Институт математики и математического моделирования, Алматы, Казахстан
30. Казыхан Р. К. – докторант, Казахский Национальный Университет имени аль-Фараби, Алматы, Казахстан
31. Копбосын Л. С. – к.т.н., старший преподаватель КазНУ имени аль-Фараби, Алматы, Казахстан
32. Кокушев О. К. – ТОО «Global Fire Protection», Алматы, Казахстан
33. Кошанова М. Д. – МКТУ им. К.А.Ясави, Туркестан, Казахстан
34. Конусбаев А. Б. – ТОО «Проектная академия KAZGOR», Алматы, Казахстан
35. Кудайкулов К. А. – РГП на ПХВ «Институт механики и машиноведения имени У.А. Жолдасбекова», Алматы, Казахстан
36. Маммадзада Т. Г. – аспирант Азербайджанской национальной академии авиации, Баку, Азербайджан
37. Макулова А. Т. – доктор экономических наук, профессор школы Цифровых технологий университета Нархоз, Алматы, Казахстан
38. Мансурова М. Е. – к.ф.-м.н., доцент, заведующая кафедрой искусственного интеллекта и Big Data КазНУ имени аль-Фараби, Алматы, Казахстан
39. Муратов Е. Б. – магистрант КазНУ имени аль-Фараби, Алматы, Казахстан
40. Муратбеков М. А. – МКТУ им. К.А.Ясави, Туркестан, Казахстан  
Муханбет А. А. преподаватель, КазНУ им. аль-Фараби, Алматы, Казахстан
41. Наукенов А. Ж. – КазНУ им. аль-Фараби, Алматы, Казахстан
42. Накибаева М. Т. – старший преподаватель, КазНУ им. аль-Фараби, Алматы, Казахстан
43. Нури Х. – магистр КазНУ имени аль-Фараби, Алматы, Казахстан
44. Нурушева А. М. – PhD, доцент, Евразийский университет имени Л.Н. Гумилева, Астана, Казахстан



45. Ордабаева Г. К. – старший преподаватель кафедры «Информационные системы», Казахский национальный университет имени аль-Фараби, Алматы, Казахстан
46. Резник Б. Е. – д.т.н., профессор кафедры строительства и геоинформатики в Берлинском университете прикладных наук, Берлин, Германия
47. Самбетбаева А. К. – старший преподаватель КазНУ имени аль-Фараби, Алматы, Казахстан
48. Сапарбаев А. Д. – доктор экономических наук, профессор кафедры «Международные отношения и мировая экономика», Казахский национальный университет имени аль-Фараби, Алматы, Казахстан
49. Ташев А. А. – Институт информационных и вычислительных технологий КН МОН РК, Алматы, Казахстан
50. Тулеутаева Ж. М. – магистр прикладной математики, старший преподаватель, Карагандинский технический университет имени А.Сагинова, Караганда, Казахстан
51. Турметов Б. Х. – МКТУ им. К.А.Ясави, Туркестан, Казахстан
52. Уатбаев М. М. – PhD докторант кафедры «Компьютерной инженерии», Международный университет информационных технологий, Алматы, Казахстан
53. Уразбоев Г. У. – профессор, проректор по международному сотрудничеству Ургенчского государственного университета, г.Ургенч, Узбекистан
54. Хайруллина Э. К. – преподаватель, Карагандинский технический университет имени А.Сагинова, Караганда, Казахстан
55. Хасанов М. М. – ст. преподаватель Ургенчского государственного университета, г.Ургенч, Узбекистан

## СОДЕРЖАНИЕ

*Б. Жумагулов.* Избирательная система тоже должна стать «слышащей» ..... 5

### ИНФОРМАЦИОННЫЕ-КОММУНИКАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

*Г. У. Бектемысова, М. М. Уатбаев, Ш. А. Ердесова.* Определение архитектуры построения единого центра обработки вызовов для экстренных служб ..... 9

*Т. Т. Велямов, А. А. Айжанова, Л. К. Демеубаева.* Интеллектуальная информационная система обеспечения устойчивости функционирования технологического оборудования при случайных отказах с минимальными издержками ..... 16

*Г. Т. Джусупбекова, А. Д. Сапарбаев, А. Т. Макулова, Ж. Д. Изтаев, Г. К. Ордабаева.* Актуальность и перспективы развития ситуации оптимизации облачных сервисов ..... 27

*Г. З. Зиятбекова, Л. С. Копбосын, А. К. Самбетбаева, Ж. Дүйсенбекқызы, Е. Б. Муратов, А. Д. Бургегулов.* Прогнозирование абиотических факторов для разработки системы «умный офис» ..... 41

*Е. Г. Клюева.* Разработка приложения для определения оптимальной формы разбиения элементов матриц большой размерности для умножения на трех гетерогенных процессорах ..... 55

*А. А. Муханбет, М. Т. Накибаева, Б. С. Дарибаев.* Разработка квантового калькулятора на платформе IBM quantum experience и его приложения для преобразования десятичной системы счисления в двоичную ..... 65

*А. М. Нурушева, А. К. Амренов.* Использование и анализ межсетевого экрана следующего поколения для обеспечения безопасности информационно-коммуникационной инфраструктуры ..... 77

*Б. Е. Резник, М. Е. Мансурова, Ж. Е. Байгараева, Г. А. Амирханова, С. Ш. Иксанов.* Система классификации транспортных средств на дорожных сооружениях с использованием искусственного интеллекта ..... 85

*Г. У. Уразбоев, А. Т. Байманкулов, М. М. Хасанов, Т. А. Жуаспаев.* Периодические решения модифицированного уравнения Кортевега-де Фриза в гемодинамике ..... 95

### ПРИКЛАДНАЯ МАТЕМАТИКА

*Р. М. Джумагалиев, О. К. Кокушев, Т. Р. Джумагалиев, А. Б. Конусбаев, И. А. Васина.* Новые подходы к обеспечению пожарной безопасности многоэтажных жилых зданий на стадии проектирования ..... 103

<i>К. А. Досмагулова, Е. К. Ашимов, Ж. Х. Жунусова, Х. Нури.</i> Минимальная плотность трех разных размерных окружностей треугольной упаковки .....	115
<i>Н. С. Иманбаев.</i> Нули целой функции, связанной нагруженным дифференциальным оператором первого порядка на отрезке .....	124
<i>М. Д. Кошанова, М. А. Муратбекова, Б. Х. Турметов.</i> О разрешимости начально-краевой задачи для нелокального гиперболического уравнения .....	133
<i>Т. Г. Маммадзада.</i> Сравнительный анализ выведения спутников для радиационного мониторинга с помощью двигателей большой и малой тяговооруженности .....	143
<i>А. Ж. Наукенова, Б. Е. Бекбауов, А. Г. Амангосова.</i> Разработка методологии и методики проведения экспериментальных микрофлюидных исследований химического метода повышения нефтеотдачи .....	149
<i>А. А. Ташев, Р. К. Казыхан, Б. Р. Айтбаева, К. А. Кудайкулов.</i> Вариационный подход для оценки распределения температуры тела в форме прямоугольного параллелепипеда при воздействии температуры, теплообмена и теплоизолированности некоторых граней .....	160
<i>Ж. М. Тулеутаева, В. В. Журов, Э. К. Хайруллина.</i> Определение решения однородного интегрального уравнения Вольтерра .....	172
<b>СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ</b> .....	181

## CONTENTS

<i>B. Zhumagulov</i> . The elections system should also become "hearing" .....	5
--------------------------------------------------------------------------------	---

### INFORMATION AND COMMUNICATION TECHNOLOGIES

<i>G. U. Bektemyssova, M. M. Uatbayev, Sh. A. Erdesova</i> . Defining the architecture for building a unified call center for emergency services .....	9
--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	---

<i>T. T. Velyamov, A. A. Aizhanova, L. K. Demeubayeva</i> . Intelligent information system for providing the stability of the functioning of technological equipment in the event of random failures with minimum costs. ....	16
-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	----

<i>G. T. Dzhusupbekova, A. D. Saparbayev, A. T. Makulova, Zh. D. Iztayev, G.K.Ordabaeva</i> . Relevance and prospects for the development of the situation of optimization of cloud services .....	27
----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	----

<i>G. Z. Ziyatbekova, L. S. Kopbosyn, A. K. Sambetbayeva, Zh. Duisenbekkyzy, E. B. Muratov, A. D. Burgegulov</i> . Predicting abiotic factors to develop a smart office system .....	41
--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	----

<i>Ye. G. Klyuyeva</i> . Development of the application for determination of the optimal partitioning form of large-dimensional matrix's elements for multiplication on three heterogeneous processors .....	55
--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	----

<i>A. A. Mukhanbet, M. T. Nakibayeva, B. S. Daribayev</i> . Development of a quantum calculator on the IBM quantum experience platform and its application for converting the decimal number system to binary .....	65
---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	----

<i>A. M. Nurusheva, A. K. Amrenov</i> . Use and analysis of next generation firewall to achieve security of information and communication infrastucture .....	77
---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	----

<i>B. E. Resnik, M. E. Mansurova, Zh. E. Baigarayeva, G. A. Amir Khanova, S. Sh.Ixanov</i> . The classification system of vehicles on road structures using artificial intelligence .....	85
-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	----

<i>G. U. Urazboev, A. T. Baimankulov, M. M. Hasanov, T. A. Zhuaspayev</i> . Periodic solutions of the modified Korteweg-de Vries equation in hemodynamics .....	95
-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	----

### APPLIED MATHEMATICS

<i>R. M. Djumagaliev, O. K. Kokushev, T. R. Djumagaliev, A. B. Konusbayev, I. A. Vassina</i> . New approaches to ensuring fire safety of multistorey residential buildings at the design stage.....	103
-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-----

<i>K. A. Dosmagulova, E. K. Ashimov, Zh. Kh. Zhunussova, H. Noori</i> . Minimum Density of Triangulated Packing's Three Different Size Circles .....	115
------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-----

<i>N. S. Imanbaev.</i> Zeros of an entire function connected by a loaded first-order differential operator on a segment .....	124
<i>M. Koshanova, M. Muratbekova, B. Turmetov.</i> On the solvability of the initial-boundary value problem foa nonlocal hyperbolic equation .....	133
<i>T. H. Mammadzada.</i> Comparative analysis of the launch of satellites for the radiation monitoring using low and high thrust engines .....	143
<i>A. Zh. Naukenova, B. E. Bekbauov, A. G. Amangossova.</i> Developing methodology and experimental procedure for experimental microfluidic study of chemical enhanced oil recovery .....	149
<i>A. A. Tashev, P. K. Kazykhan.</i> A variational approach for estimating the distribution of body temperature in the form of a rectangular parallelepiped under the influence of temperature, heat exchange and heat isolation of some facets .....	160
<i>Zh. M. Tuleutayeva, V. V. Zhurov, I. K. Khairullina.</i> Definition of the solution of the homogeneous Volterra integral equation .....	172
<b>THE INFORMATION ABOUT AUTHORS</b> .....	181

Редактор *М. Ахметова*  
Верстка на компьютере *Е.В. Огурцовой*

Адрес редакции:  
Национальная инженерная академия РК  
*050010, г. Алматы, ул. Богенбай батыра, 80*  
*Тел. 8(727)-2915290*

Подписано в печать 15.03.2023 г.  
Гарнитура Таймс. Формат 70x100 <sup>1</sup>/<sub>16</sub>.  
Уч.-изд. л. 10,8. Тираж 1000 экз.

*Отпечатано в типографии ТОО «Luxe Media Publishing»*