



Қазақстан Республикасы  
Ұлттық инженерлік академиясының

# ХАБАРШЫСЫ

---

## ВЕСТНИК

Национальной инженерной академии  
Республики Казахстан

№ 2 (84)

Алматы  
2022

**МЕЖДУНАРОДНЫЙ  
НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ  
ВЕСТНИК НАЦИОНАЛЬНОЙ ИНЖЕНЕРНОЙ АКАДЕМИИ РК**

**ГЛАВНЫЙ РЕДАКТОР**  
**академик Б. Т. ЖУМАГУЛОВ**

**РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ:**

**Н. К. Надиров** – академик, заместитель главного редактора; **Е. И. Имангалиев** – ответственный секретарь; академик **Ж. М. Адиллов**, академик **А. Ч. Джомартов**, академик **Р. А. Алшанов**, академик **М. Ж. Битимбаев**, академик **А. В. Болотов**, академик **А. И. Васильев** (Украина), академик **Б. В. Гусев** (Россия), академик **Г. Ж. Жолтаев**, академик **В. Ч. Вуйцик** (Польша), академик **К. К. Кадыржанов**, академик **К. С. Кулажанов**, академик **А. А. Кулибаев**, академик **М. М. Мырзахметов**, академик **Х. Милошевич** (Сербия), академик **Г. А. Медиева**, академик **А. М. Пашаев** (Азербайджан), академик **Н. М. Темирбеков**, академик **А. К. Тулешов**, академик **Б. Б. Телтаев**, академик **Ю. И. Шокин** (Россия).

**INTERNATIONAL  
SCIENTIFICALLY-TECHNICAL JOURNAL  
HERALD TO NATIONAL ENGINEERING ACADEMY  
OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN**

**B. T. ZHUMAGULOV**  
**Editor-in-Chief, academician**

**THE EDITORIAL BOARD:**

**N. K. Nadirov** – academician, Deputy Editor; **Y. I. Imangaliyev** – Managing Editor; **Zh. M. Adilov**, academician; **A. Ch. Dzhomartov**, academician; **R. A. Alshanov**, academician; **M. Zh. Bitimbayev**, academician; **A. V. Bolotov**, academician; **A. I. Vasilyev**, academician (Ukraine); **B. V. Gusev**, academician (Russia); **G. Zh. Zholtayev**, academician; **Wójcik Waldemar** academician (Poland); **K. K. Kadyrzhanov**, academician; **K. S. Kulazhanov**, academician; **A. A. Kulibayev**, academician; **M. M. Myrzakhmetov**, academician; **H. Miloshevich**, academician (Serbiya); **G. A. Mediyeva**, academician; **A. M. Pashayev**, academician (Azerbaijan); **N. M. Temirbekov**, academician; **A. K. Tuleshov**, academician; **B. B. Teltayev**, academician; **Yu. I. Shokin**, academician (Russia).

## **УЧРЕДИТЕЛЬ:**

Республиканское общественное объединение  
«Национальная инженерная академия Республики Казахстан».

Издается с 1997 года.

Выходит 4 раза в год.

Свидетельство о регистрации издания № 287 от 14.11.1996 г.,  
выдано Национальным агентством по делам печати и массовой информации  
Республики Казахстан.

Свидетельство о перерегистрации № 4636-Ж от 22.01.2004 г.,  
выдано Министерством информации Республики Казахстан.

Журнал включен Комитетом науки Министерства образования и науки Республики Казахстан  
в перечень изданий для публикации основных результатов научно-технических работ соис-  
кателей ученых степеней доктора философии PhD и доктора по профилю и ученых званий  
доцента и профессора.

Журнал включен в международную англоязычную базу реферативных данных по техниче-  
ским наукам INSPEC.

Подписку на журнал можно оформить в отделениях связи АО «Казпочта»,  
ТОО Агентстве «Евразия пресс» и ТОО Агентстве «Еврика пресс».

### ***Подписной индекс:***

для физических лиц – **75188**,  
для юридических лиц – **25188**.

Подписка продолжается в течение года.

Адрес редакции: 050010, г. Алматы, ул. Богенбай батыра, 80, к. 415.

Тел. 8-7272-915290, факс: 8-7272-915190,

e-mail: [nia\\_rk@mail.ru](mailto:nia_rk@mail.ru), [ntpneark@mail.ru](mailto:ntpneark@mail.ru), [www.neark.kz](http://www.neark.kz)

## **FOUNDER:**

Republic public association  
“National Engineering Academy of the Republic of Kazakhstan”.

Published since 1997 year.

Issued 4 times a year.

Certificate about registration the edition N 287, November, 14, 1996,  
was given by National agency on affaires of press and mass information  
of the Republic of Kazakhstan.

Certificate about re-registration N 4636-Zh, January, 22, 2004,  
was given by Ministry of information of the Republic of Kazakhstan.

The Committee of Science of Ministry of Education and Science of the Republic of Kazakhstan has included the Journal into the list of issues for publication of the main results of scientific-technical investigations of applicants for scientific degrees ( Doctor philosophy PhD, Doctor on specialization) and academic ranks (Professor and Associate professor).

The Journal was included into international English-language abstracts database on technical sciences “INSPEC”.

Subscription to journal may be drawn up at post offices of OJSC “Kazpochta”,  
in PLL Agency “Evraziya press” and PLL Agency “Evrka press” .

### ***Subscription index:***

for natural persons – **75188**,

for juristic persons – **25188**.

Subscription continues during a year.

Address of editorial offices: 050010, Almaty city, Bogenbay Batyr str., 80, off. 415.

Tel. 8-7272-915290, fax: 8-7272-915190,

e-mail: [nia\\_rk@mail.ru](mailto:nia_rk@mail.ru), [ntpneark@mail.ru](mailto:ntpneark@mail.ru), [www.neark.kz](http://www.neark.kz)





***Бакытжан ЖУМАГУЛОВ,**  
депутат Сената Парламента РК,  
доктор технических наук,  
академик НАН РК*

## **НАУКА, БИЗНЕС И ПРЕОДОЛЕНИЕ ДЕФИЦИТА ИНЖЕНЕРОВ В КАЗАХСТАНЕ**

12 апреля в стране отмечается День работников науки. Как известно, он приурочен ко дню рождения академика К.И.Сатпаева – выдающегося ученого, одного из основоположников отечественной науки. Также этот день связан с первым прорывом человека в космос, совершенным с казахстанской земли, с космодрома Байконур.

Наука играет очень значимую роль в развитии как человеческой цивилизации в целом, так и каждой страны, включая Республику Казахстан.

Казахстанские ученые активно трудятся над решением важных задач, развивая перспективные направления отечественной науки. Государство, со своей стороны, предпринимает активные меры по поддержке науки, создает условия для эффективной деятельности и профессионального роста ученых, повышения их социального статуса.

Глава государства К.К.Токаев с самых первых дней работы в качестве Президента РК уделяет науке значительное внимание. Он подчеркивает, что без науки мы не сможем обеспечить прогресс нации. Особую актуальность столь пристальное внимание и такой подход приобретают в свете Послания народу от 16 марта 2022 года, задавшего для Нового Казахстана Путь обновления и комплексной модернизации.

Президент страны поставил перед отечественной наукой высокие цели и новые системные задачи, определив ее развитие как «важнейший приоритет». В Посланиях народу Казахстана 2019, 2020 и 2021 годов, а также в выступлении на заседании Национального совета общественного доверия в 2020 году он выделил такие программные целеустановки:

- повышение уровня научных исследований и их применения на практике;
- повышение и структурное совершенствование финансирования научных исследований;
- совершенствование правоотношений и институционального обеспечения в научной сфере, предоставление больших прав ученым;
- выстраивание цифровой экосистемы науки;

- получение конкретной социально-экономической, производственной, технической отдачи от каждой научной работы;
- участие в создании высокотехнологичных, наукоемких производств и технических услуг;
- повышение уровня развития аграрной науки и снижение дефицита профессиональных кадров;
- привлечение в науку средств крупнейших предприятий, особенно сырьевого сектора;
- разработка программного документа по научно-технологическому развитию страны, привлечение науки для решения прикладных проблем национального уровня;
- развитие фундаментальной науки.

Все эти установки стали важными и востребованными направлениями работы Правительства и Парламента РК, органов государственного управления, предприятий, организаций и объединений науки, ученых и специалистов, положительно воспринявших курс модернизации. И уже есть определенные подвижки.

При этом хочу акцентировать внимание на том, что вопросы **практической реализации достижений науки в практике**, прежде всего, в экономике, красной нитью проходят через весь комплекс выдвинутых целей, направлений и задач развития науки – в разрезе конкретной пользы для страны и народа.

В недавних выступлениях Глава государства заострил особое внимание на проблеме, способной критично повлиять на дальнейшее реформирование экономики, – **системном недостатке инженерных кадров современного уровня**.

Замечу, что инженерная деятельность – это ключевой инструмент не только для практической реализации научных результатов в реальном секторе экономики, но и в целом индустриализации страны, крайне необходимой в нынешней ситуации.

Сегодня этот инструмент у нас развит явно недостаточно. К примеру, остро стоит вопрос в металлургической, энергетической, нефтегазовой, нефтехимической и других отраслях. Так, средний возраст инженеров-энергетиков достиг 50 лет.

Между тем, сложные технологические процессы, их цифровизация и современные стандарты эффективности требуют инженеров нового поколения, которых критически не хватает.

За последние два года в Казахстан привлечено свыше 2 тысяч иностранных специалистов. Предприятия вынуждены серьезно переобучать большое число собственных кадров, уже имеющих высшее образование. На это расходуются миллиарды тенге.

Выпуск же специалистов-инженеров в разы отстает от реальных потребностей рынка труда, и их дефицит ежегодно растет.

За 30 лет мы прошли большой путь становления и совершенствования новой системы высшего образования. Поэтому для многих сторонних наблюдателей достаточно неожиданно, а для других, знакомых с состоянием дел, очень обнадеживающе прозвучали следующие слова Касым-Жомарта Токаева. Выступая 11 января 2022 года на заседании Мажилиса Парламента РК, он подчеркнул, что нам необходимо изменить взгляд на образование: «Пора увлечения гуманитарными специальностями прошла, приоритет нужно отдать техническим профессиям. Предстоит взрастить новое поколение инженеров, промышленников».

Даже само по себе обращение стратегического внимания на данный фактор достойно именоваться началом нового этапа в технологическом и инновационном развитии страны и ее системы высшего образования.

Но Глава государства выдвинул и ряд конкретных направлений решения этой непростой задачи. В их числе:

- удвоение числа государственных образовательных грантов для технических специальностей – в текущем году 60% всех образовательных грантов в Казахстане будут распределены с учетом подготовки инженерных кадров;
- расширение сети филиалов передовых технических вузов, к 2025 году открытие не менее пяти филиалов авторитетных зарубежных университетов, при этом двух филиалов вузов с техническим уклоном – на западе страны;
- перенастройка программы «Болашак» в поддержку инженерного образования.

Ученые и инженеры с надеждой восприняли такие установки политического курса, обозначенные Президентом страны.

Мы считаем, что поставленные задачи требуют принципиального совершенствования подходов и повышения ответственности основных акторов системы подготовки и использования специалистов инженерного профиля – организаций высшего и послевузовского образования, с одной стороны, и предприятий-работодателей – с другой.

Именно в этой связке генерируются основные факторы – материально-техническая, кадровая и методологическая база подготовки специалистов, содержание их образования и эффективное его использование на благо страны.

При этом ключевые задачи целесообразно решать более централизованно, на основе государственно-частного партнерства, охватывающего широкий круг участников. Ведь актуальные мировые парадигмы инженерного образования однозначно показывают необходимость резкого повышения качества подготовки инженеров в соответствии с запросами рынка труда, критериями современных технологий производства и управления. А это требует уже объединения усилий значительного числа организаций образования и работодателей, подключения государства и, безусловно, научно-инженерного сообщества, освоения новых форм и методов совместной работы.

В частности, важно открывать филиалы вузовских кафедр на передовых предприятиях страны. Руководству университетов инженерно-технической направленности полезно будет обратить внимание и на создание на предприятиях научно-образовательных центров как базы для практики студентов и проведения целевых научных разработок в интересах конкретного производства. В таких центрах необходимо будет создавать все необходимые условия для обучения и проживания направляемых в них студентов и сотрудников.

Со студенческими практиками есть еще одна проблема – предприятия не всегда в должной степени мотивированы и заинтересованы в таких практиках, к тому же на их обеспечение требуется дополнительное финансирование, которое предприятия не всегда в состоянии выделить. Поэтому объективно необходимо серьезное законодательное обеспечение для эффективного решения подобных вопросов, в том числе и за счет возможной целевой государственной поддержки.

Еще один важный аспект взаимодействия государства, бизнеса и образования – разработка и совершенствование профессиональных стандартов, которые определяются с участием работодателей и становятся основой учебных программ вузов. В этом плане Национальная палата предпринимателей РК «Атамекен» и отраслевые объединения работодателей должны усилить координацию деятельности по разработке профессиональных стандартов инженерно-технических направлений, чтобы максимально обеспечить их соответствие современным требованиям и, одновременно, запросам конкретных казахстанских работодателей.

Согласно постановлениям Кабинета Министров РК от 13 августа 1991 года № 475 и от 22 января 1992 года № 56, Национальная инженерная академия РК (НИА РК) определена высшим научно-методическим и координационным центром инженерного дела в Казахстане. Она имеет в своем составе мощный потенциал – свыше 300 ведущих ученых и специалистов-практиков инженерно-технического и производственного профиля, в том числе более 200 докторов наук, руководителей и видных специалистов крупнейших предприятий и высших учебных заведений страны. Академия располагает 10 филиалами и 13 отделениями в промышленных регионах, что гарантирует эффективное взаимодействие с реальной экономикой на местах. Среди членов академии немало выпускников ведущих технических вузов передовых зарубежных стран, и ныне поддерживающих прочную связь с авторитетными центрами обучения и научно-технического прогресса.

НИА РК продуктивно сотрудничает с Международной инженерной академией. В силу этого **Академия способна выполнить роль действенного моста в объединении и координации усилий вузов и предприятий-работодателей**, направленных на системное совершенствование инженерного образования, организации их **взаимодействия с государственными структурами**, а также взаимодействия с зарубежными и международными центрами в данной сфере.

Такое партнерство, по нашему мнению, не только возможно, но и необходимо в наиболее критичных и системообразующих направлениях совершенствования системы подготовки и использования современных инженерных кадров Казахстана.

В их числе, например, такие направления:

#### **Высокая востребованность инженерного труда.**

Подготовка современных инженеров намного затратней, чем гуманитариев, что очевидно. Для этого необходимо наличие рабочих мест, требующих высокой квалификации инженерного труда и обеспечивающих высокую отдачу в экономику, в развитие страны.

В связи с поставленной задачей важно наращивание количества и мощностей современных предприятий, осуществляющих выпуск продукции с высокой добавленной стоимостью. И обеспечение высокого уровня синхронизации их кадрового обеспечения с подготовкой специалистов инженерных профессий в вузах. Особенно необходимо законодательное мотивирование и стимулирование предприятий к участию в подготовке кадров и трудоустройстве выпускников. Это вопросы, относящиеся, в первую очередь, к компетенции системы государственного управления, касающиеся ее взаимодействия с системой высшего образования и производственным сектором.

Здесь – целый ряд перспективных направлений, нуждающихся в особом внимании, в самом серьезном законодательном стимулировании и организационной поддержке. Например, системное технологическое развитие реального сектора экономики на основе наилучших доступных технологий. Сегодня такой подход вместе с широким применением ресурсосберегающих технологий и практик системно закреплён в законодательстве страны новым Экологическим кодексом РК. Думаю, это магистральный путь мотивации предприятий к совершенствованию технологических процессов в соответствии с ведущими мировыми трендами. Или развитие агротехнологий – это актуально для мира в целом, где растёт напряженность в производстве продуктов питания, и для Казахстана, имеющего, бесспорно, высокий потенциал в данной сфере.

#### **Создание системы гарантированного трудоустройства выпускников.**

Необходимо, в том числе в рамках цифровизации страны, выстроить действенную систему мониторинга, анализа и прогнозирования рынка труда инженеров, сформировать постоянно актуализируемые базы данных по эффективности использования специалистов (вплоть до персоналий).

Настоящий инженер в сегодняшнем мире – очень ценный ресурс. Это, в частности, подтвердила появившаяся совсем недавно – в начале февраля – информация о том, что Южная Корея в ближайшее время начнёт следить за передвижениями квалифицированных инженеров из наиболее ценных для государства отраслей. В этом задействованы серьезные государственные структуры – министерства промышленности и юстиции, Офис интеллектуальной собственности и даже Национальное агентство разведки, будет создана соответствующая база данных специалистов.

Думаю, какую-то часть подобных подходов целесообразно развивать и в Казахстане. С обязательным участием вузов, предприятий-работодателей и их объединений, Национальной академии наук, НИА РК и т.д.

В плане создания филиалов авторитетных зарубежных университетов, а также неизбежного грядущего расширения и совершенствования подготовки современных инженеров в казахстанских вузах особо полезно уже в ближайшее время создать эффективную систему опережающего прогнозирования конкретного трудоустройства выпускников-инженеров – это серьезная задача для Министерства образования и науки, отраслевых министерств совместно с задействованными филиалами, вузами и работодателями.

При этом, особенно в плане трудоустройства выпускников упомянутых филиалов, стоит обратить внимание на то, что иностранный бизнес сегодня широко представлен во всех отраслях экономики Казахстана. В республике действует свыше **7 тысяч деловых структур с иностранным участием**. Думаю, это одна из перспективных ниш для ориентирования подготовки инженеров нового поколения и их трудоустройства.

#### **Кардинальное совершенствование содержания и качества обучения.**

Здесь требуется системное развитие высокотехнологичной учебной базы вузов, непрерывное совершенствование инженерных образовательных программ, формируемых вузами в самом тесном взаимодействии с работодателями, полноценная учебно-производственная практика, ориентированная на конкретные предприятия страны.

В свете создания филиалов необходимо будет озаботиться и вопросами законодательного обеспечения их деятельности, совместимости программ, профессиональных стандартов, норм Болонского процесса и требований работодателей.

### **Переподготовка и повышение квалификации кадров.**

На нынешнем этапе особо актуальна задача повышения квалификации казахстанских менеджеров в сфере высшего технического образования и специалистов промышленных предприятий.

Одним из решений здесь могло бы стать создание НИА РК совместного с Международной инженерной академией принципиально нового Центра менеджмента в высшем техническом образовании (Центр МВТО). Курсы Центра должны быть нацелены на ключевые проблемы высшего технического образования, технологический прогресс, на совершенствование механизма превращения инновационных идей в продукты и услуги, которые обеспечат точки технологического роста и создания новых рабочих мест в стране.

Предварительные проработки НИА РК показывают целесообразность таких тематических направлений дисциплин курса повышения квалификаций, как инновационная политика и инновационный менеджмент, новые подходы в высшем инженерно-техническом образовании, интеллектуальные промышленные технологии и др.

Даже из этого неполного перечня видно, что поднятый Главой государства вопрос ликвидации дефицита инженерных кадров весьма принципиален и актуален. И объединение усилий вузов и предприятий, научно-инженерного сообщества и государства может внести весомый вклад в решение острой проблемы и способствовать выходу страны на новые инженерно-технологические горизонты развития.

В заключение подчеркну: казахстанские ученые – это настоящий золотой фонд интеллекта нации, имеющий большой творческий потенциал для продуктивного участия в создании Нового Казахстана.

С праздником, уважаемые коллеги!

*«Казахстанская правда» от 11 апреля 2022 года  
№ 67 (29694) 5 стр.*

*Полный вариант статьи можете прочитать по следующей ссылке:  
<https://kazpravda.kz/n/nauka-biznes-i-preodolenie-defitsita-inzhenerov-v-kazahstane/>*



УДК 004.8

<https://doi.org/10.47533/2020.1606-146X.150>

***Y. AMIRGALIYEV\**, *MATEUS MENDES*, *K. MUKHTAR*,  
*R. JANTAYEV*, *CH. KENCHIMOV***

*Suleyman Demirel University, Kaskelen, Kazakhstan*  
*Professor Politechnic Institute of Coimbra (ISES), Portugal*

### **RESNET50+TRANSFORMER: KAZAKH OFFLINE HANDWRITTEN TEXT RECOGNITION**

*Nowadays, due to the transition to digital data storage, there is a need to implement handwritten text recognition (HTR), which is an automatic translation of handwritten characters into a machine format. Handwriting recognition is complicated by the fact that there are many languages and it is possible to write the same character in different ways. In this regard, we conducted a study of a machine learning model for recognizing handwritten characters using databases of the Kazakh language. We trained the ResNet50 + Transformer deep learning model using two published databases of the Kazakh language: KOHTD and HKR. In the course of the study, these databases were studied on the component and qualitative sides with a comparison of the results of validation of the trained model. As a result, the KOHTD database showed results in the form of CER-9.46% and WER-20.18%, while the HKR database showed results in the form of CER-6.08% and WER-15.51%.*

**Keywords:** *ResNet50, Transformer, HTR, KOHTD, HKR, CNN, Kazakh HTR.*

**INTRODUCTION.** Handwritten text recognition (HTR), in view of its growing importance and the enthusiasm of many scholars, is gaining traction in academic study. In today's digital age, HTR is in high demand in the industry and is used to convert paper data to digital media in either an online or offline format [1]. The primary source for offline text translation into digital format is scanned or picture documents in image format [2]. Bank checks, medical documents, and postal documents are all examples of these documents. All this creates a great need to create curpnomastable HTR systems with the ability to function with a large number of documents in different languages. However, there are challenges linked with the fact that handwritten words vary in characteristics according on the author and linguistic traits such as slanted and rounded characters, diacritical dots, transverse stripes, and curved letters, as in any industry. The accuracy with which characters of varied

---

\* E-mail корреспондирующего автора: [201107062@stu.sdu.edu.kz](mailto:201107062@stu.sdu.edu.kz)

complexity are identified and, as a result, the level of discovering the most appropriate words, determines the effectiveness of the handwriting recognition system.

In the past years, the field of deep learning has achieved very good results in the field of optical character recognition, and many methods have proved to be very effective for many tasks, such as image classification, object detection and pattern recognition [3]. The field of research is handwriting recognition, which has not been left aside having demonstrated significant progress. Thanks to the use of Convolutional Recurrent Neural Networks (CRNN) [4]-[6], more and more effective recognition models have been identified as optical models. These networks use convolutional layers that are responsible for extracting objects from text images. Then the extraction result is fed to repeating layers that propagate and decode objects using Connectionist Time Classification (CTC), which leads to the final result. Inside the CNN there is a Long-term Short-Term Memory (STM) which is often used as a sequence decoder. Many more approaches, such as Multidimensional LSTM (MDLSTM), have been proposed in the future to improve the accuracy of this decoder [7], extending the capabilities of Recurrent Neural Network (RNN) architectures for multidimensional data. However, while MDLSTM [8], [9] is ineffective due to its computational cost and complexity, new studies have emerged in which simpler optical models are presented [12]. A Bidirectional Long-Term Short-Term Memory (BLSTM) [10] is one of such models. This model comes close to MDLSTM in terms of results. Although the results using such architectures seem promising, optical recognition models have some degrees of difficulty remembering long contexts. This is due to problems with vanishing gradients. In addition, to get better results, these models employ millions of trainable parameters. As a result, many real-world applications find it challenging to apply them [11].

In this article, we propose a study of the classification problems in handwritten input images of the Kazakh language based on a comparison of two databases of Cyrillic characters using the residual neural network (ResNet) image classification architecture. The Kazakh language differs from English in that it has a large number of letters and, accordingly, a large number of words, which in turn complicates recognition. And also, this complexity is manifested in the collection of databases, in which it is difficult to balance the qualitative side, which is directly proportional to the number and variety of handwritten words. The first KOHTD database has a very large database of handwriting scans in the form of individual words of the Kazakh language. It differs in that more than 95% consists exclusively of words of the Kazakh language. The second database differs in that it has a smaller number of scans but it has better quality. On the other hand, in contrast to the first base, preference is given more towards the Russian language, which can be seen in the ratio of words: 95% Russian words, 5% Kazakh words. This is explained by the fact that the Kazakh language in its arsenal of Cyrillic symbols differs from the Russian language in only 9 letters. Further in the study, there is a preprocessing of scans of these databases and subsequent training of the recognition model. The ResNet architecture was chosen as the model, which has become popular in the image classification environment and has many varieties. In our case, ResNet50 is a variety that forms 50 layers of a neural network and is well suited for large databases.





2. *HKR*. Russian and Kazakh databases for autonomous handwriting recognition are presented by the authors in the article “HKR for a handwritten database in Kazakh and Russian languages”[18]. The database contains about 95% of Russian and 5% of Kazakh words/sentences, respectively. And it consists of more than 1400 completed forms. There are about 63,000 sentences, more than 715,699 characters, created by about 200 different authors. The database mainly contains samples of data (Forms) of keywords in Kazakh and Russian languages (Districts, Cities, Villages, etc.), handwritten Kazakh and Russian Cyrillic alphabet, handwritten samples (Forms) of poems in Russian. The database is divided into two parts: the first contains scans of completed forms, the second contains prepared cuts of these forms. In this study we will use the second part. But unlike the previous database, scans are collected in the form of 1-3 words in one scan with dozens of repetitions from different writers. This, in turn, gives the database a certain quality and is very useful when teaching the recognition model. But at the same time, there are very few symbols of the Kazakh language in this database, or even some do not exist at all. In the picture below, we can notice this and also see the total number of characters.

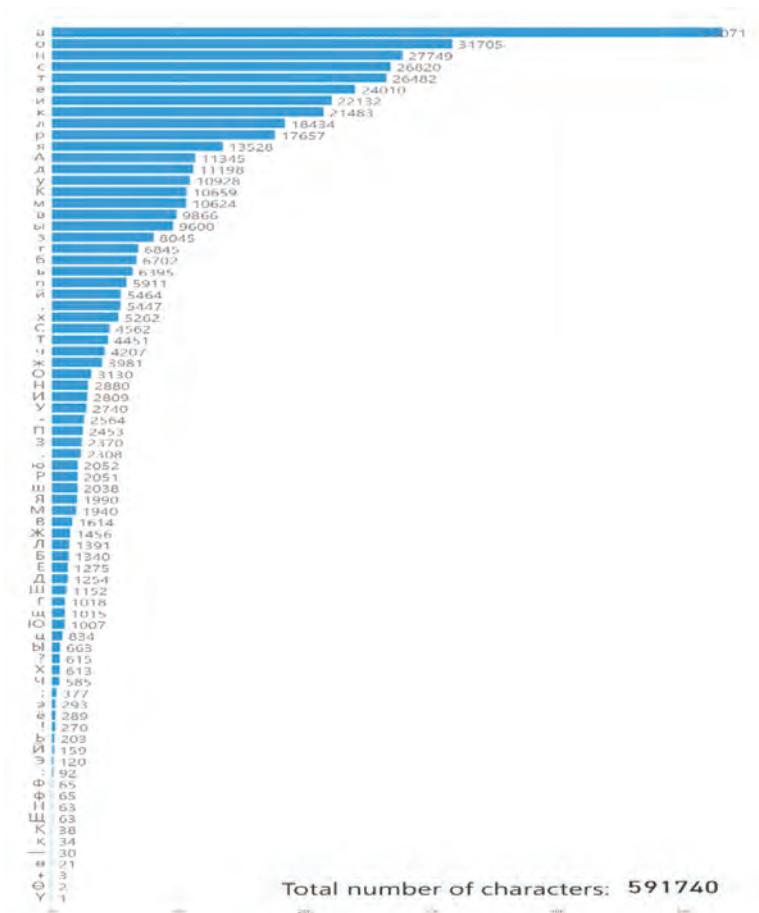
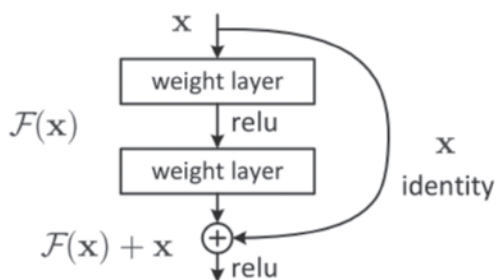


Figure 2 – The number of characters in the HKR database.

### III. METHODS

*3.1 Model.* When studying the literature, several approaches were found to implement the above-mentioned system using various CNN and RNN structures. But more attention was attracted by the ResNet50 architecture in conjunction with the Transformer model [19]. At the moment, the architecture, which is no less popular for its effectiveness from other architectures, is used in research both in the field of classification of objects with images and in character recognition. This architecture also differs in that it does not have RNN layers, which makes it possible to train the model in an unconventionally parallel method, as opposed to sequential in RNN layers.

The main idea of ResNet is to overcome the notorious vanishing gradient problem by introducing a «fast connection to the identifier», which is carried out by skipping one or more layers. The notorious vanishing gradient problem occurs during model training when increasing CNN layers, which seems logical when increasing the efficiency of the model. Due to the fact that the gradient spreads back to earlier layers, this leads to the fact that the model is limited to a certain number of CNN layers, an increase in which leads to an increase in training losses. As a consequence of this factor, well-known models such as VGG network [22] have only 19 convolutional layers, the AlexNet [20] and Google Net [21] have only 5 and 22 layers respectively. The method of solving this problem in the ResNet architecture is illustrated in the figure 3.



**Figure 3** – A residual block

Stacking layers, according to the authors [23] should not impair network performance since we could just superimpose identifier mappings on the present network and the new design would perform similarly. This means that a more complex model should not result in a larger learning error. In the mathematical equation of identity mapping with the residual network  $F(x, \{W_i\})$  denotes the residual mapping to be learned across the stacked-layer, and  $x$  denotes a shortcut connection to be inserted with residue, and both dimensions must be the same.

$$y = F(x, \{W_i\}) + x \quad (1)$$

In our case, we use a model with 50 layers. In Figure 4, we can see the architecture of the model in which the embedded identification blocks are shown with many layers of

convolutional blocks, the structure of which is shown in the right part of the image. “ReLU” is used as the activation layer.

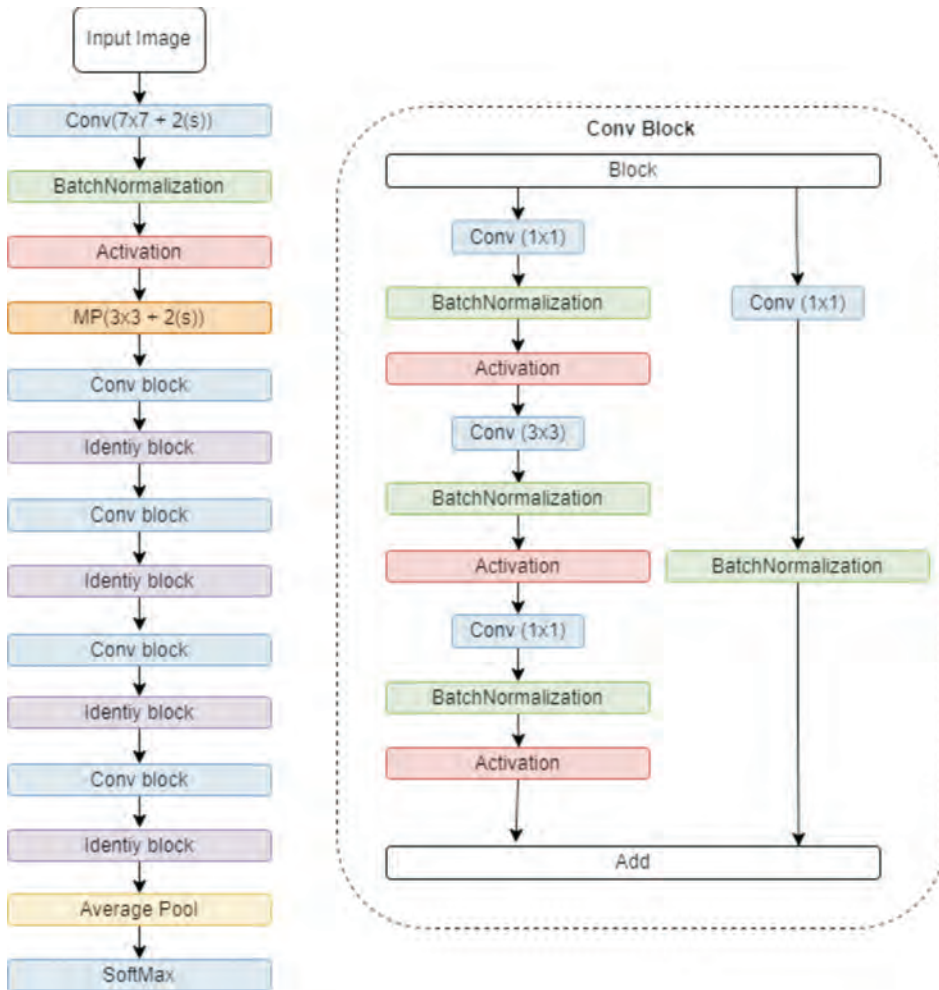
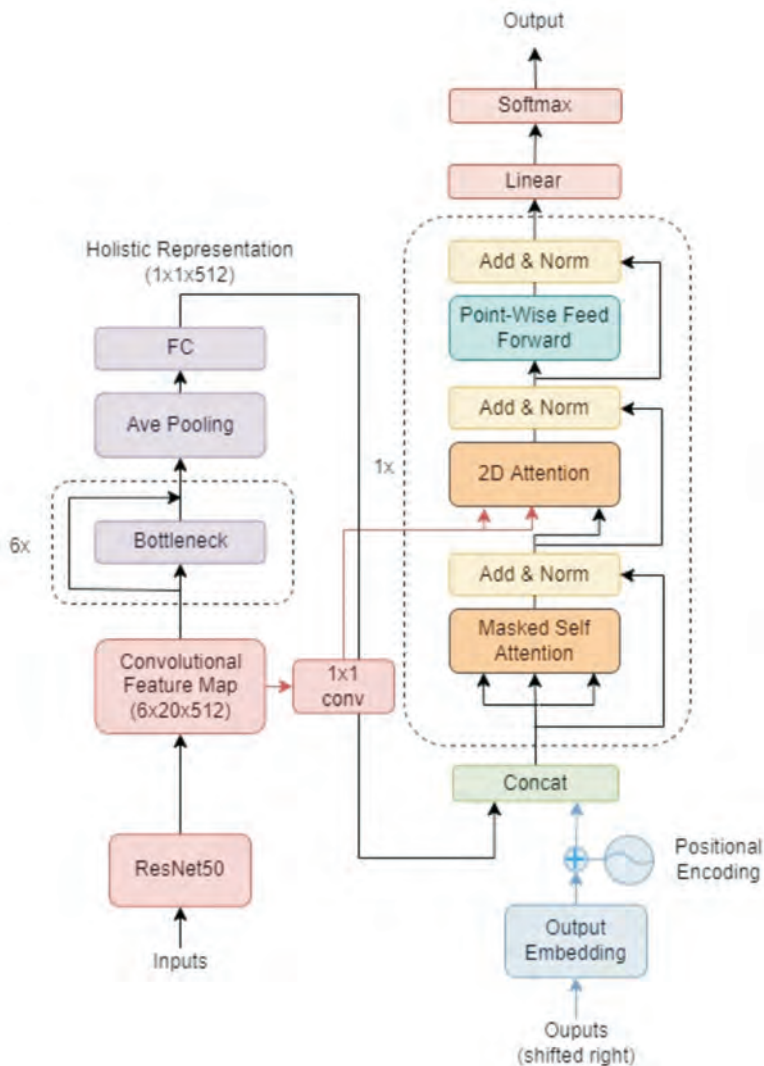


Figure 4 – ResNet50 model

Next, we need to consider the Transformer model. Before the evolution of the Transformer, sequential patterns were learnt using a notion known as the RNN network. RNN, on the other hand, struggled to remember prior information from long word sequences and so failed to predict the following words in the series. Long Short-Term Memory (LSTM), which features an inbuilt forget gate and addition gate, was created to solve this problem. With the addition of the attention notion, this idea can handle the long-term relationships between the phrases. It was still unable to capture the dependencies of long phrases, such as those of 1000 words. Furthermore, we know that sentence length changes from one phrase to the next, therefore training time varies as well. Because we have to unroll the LSTM network for each input sentence and compute the gradient at each time step while

backpropagating gradients, it takes a long time to train. To overcome all of these issues, researchers developed “The Transformer,” a robust yet simple network design that is built on attention and has the same property as the recurrence model. When performing tasks like as machine translation, question and answer modeling, and so on, the attention mechanism works well. It’s a straightforward recurrent attention system with an end-to-end memory network. It achieves superior outcomes without the use of sequence-aligned RNNs or convolution networks.



**Figure 5** – The Transformer Architecture.

In this study, we used an architecture that is a combination of ResNet50 as an encoder and Transformer as a decoder. In the figure 6 we can see that there are two sections of the architecture. The encoder is on the left, while the decoder is on the right.

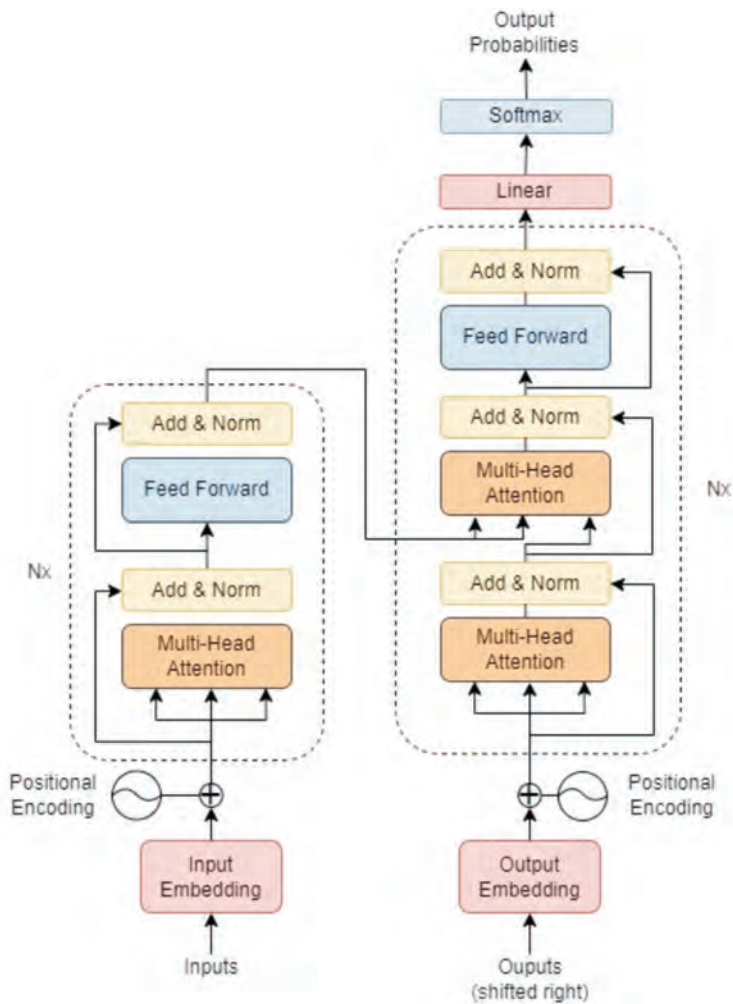


Figure 6 – Model architecture

In our experiment, in the encoder part, we used a ResNet50 for the deeper network. Feature mapping is then sent through two networks at the same time: a convolution layer (1x1) and a bottleneck. The outputs of the (1x1) convolution layer are sent into the decoder sublayer, which is the second multi attention mechanism, and are regarded as a query and key vector.

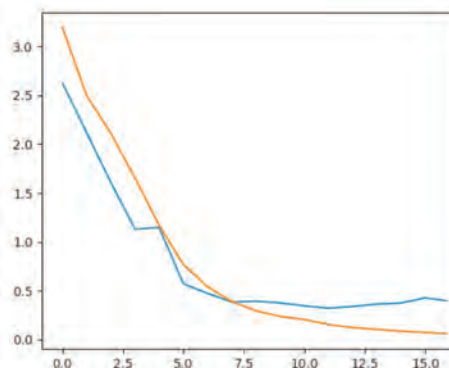
The character string is the input to the decoder embedding layer. The input string is character tokenized using the characters '<PAD>' at the start and '<EOS>' at the end. The preceding layer's output is fed into a masked multi-layer attention model, which is then normalized by adding a residual network. The output is then input into two-dimensional attentional layers, together with the output from feature mapping, and the layer is normalized using a residual network. The output of layer normalization is fed into a position-wise feed-forward network, which is then followed by layer normalization using a residual network, and 'Softmax' activation using 2-dimensional dense layers.

**IV. RESULTS.** The experiment was conducted on a computer with an intel core i5-10500 processor with 16 GB of RAM. At the beginning of the experiment, both bases were divided into three parts: for training, for validation and for the test, respectively. The volume of parts was taken from the general database through random selection, depending on the name of the scans.

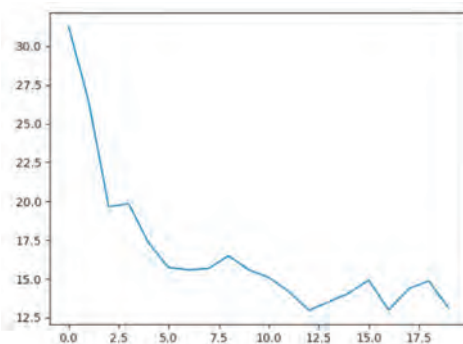
*Table 1* – Division results

Dataset	Training	Validation	Test	Total
KOHTD	130 697	7778	1880	140 355
HKR	60 396	3571	976	64 943

First, training was conducted on the KOHTD database. Learning parameters learning rate is 0.0001, dropout is 0.1 and batch size is 100. In case of immutability in the value loss parameter for 3 epochs, training stops. As a result, the training lasted more than 12 hours and stopped at 18 epochs. During the training, after each epoch, validation was carried out using the part of the database that is allocated for validation. With this, the following parameters such as loss, validation loss and CE (Character Error Rate) were calculated. Changes in this parameter can be seen in Figure 7 and 8, respectively.



*Figure 7* – Loss (orange) and validation loss (blue) values.



*Figure 8* – CER loss value.



Secondly, the training was conducted using the HKR database. The parameters were identical, that is, the learning rate is 0.0001, the dropout is 0.1, only the packet size was reduced by 50 since the image size was larger. As a result, the training lasted more than 10 hours and stopped at 17 epochs. During training changes in the parameters of the loss, validation loss and CER can be seen in Fig. 9 and 10, respectively.

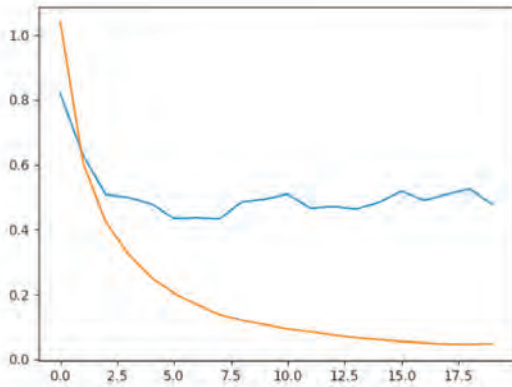


Figure 9 – Loss (orange) and validation loss (blue) values.

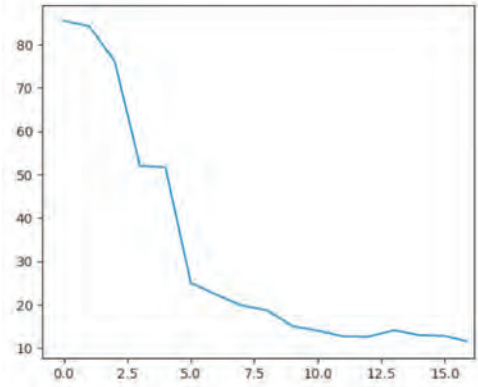


Figure 10 – CER loss value.

After the models were trained, a test was conducted using the part of the database that is intended for the test.



Figure 11 – Samples from prediction of KOHTD (1,2) and HKR (3,4) dataset.

For the sake of interest, the models were also tested on each other's test parts. The parameters CER and WER (word error rate) was chosen for validation. The results can be seen in Table 2.

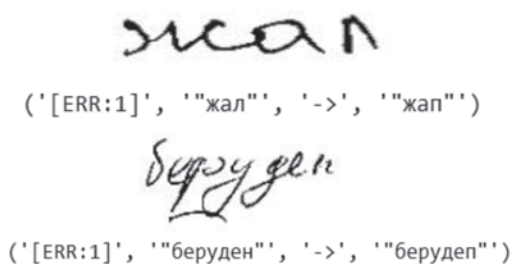


**Table 2** – Models validation results.

Model	Train Data	Test Data	CER	WER
ResNet50+Transformer	KOHTD	KOHTD	9.465%(±0.5%)	20.187%(±0.3%)
ResNet50+Transformer	HKR	HKR	6.088%(±0.3%)	15.513%(±0.2%)
ResNet50+Transformer	KOHTD	HKR	14.44%(±1.5%)	30.235%(±2.1%)
ResNet50+Transformer	HKR	KOHTD	87.19%(±3%)	97.929%(±2%)

**V. DISCUSSION.** Checking the trained model base by means of another was not originally part of the research plans. But they were carried out for more specific validation. As a result, at the first check of the KOHTD model based on HKR, the results were equal to CER-44.4% and WER-65%. This was due to the fact that the words in the KOHTD database are divided into separate scans and do not have a space character, and therefore this led to a recognition error. To improve the result, the words in the HKR test database were divided into separate scans. After that, we received the described results. As for the results of checking the KOHTD-based HKR model, we can say that they were expected, since basically the KOHTD database consists of Kazakh words and symbols. What can not be said about the HKR database, as a result of which the model was not able to recognize many Kazakh characters. But the test results on the base itself are very good. And also the KOHTD databases can be compared with the results in the article itself, which were equal to FLOR CER-6.52%, WER-24.52% [13]. In our case, CER turned out to be worse, but instead it turned out to improve the WER indicator.

And there is also a problem in the similarity of Cyrillic characters, such as ‘м’ and ‘и’, ‘л’ and ‘е’, ‘к’ and ‘κ’, etc. This, in turn, makes character recognition easier not only for the machine but also for the person himself. This problem can be considered one of the most important problems of recognizing handwritten characters, if possible, eliminating which can achieve very good recognition results.

**Figure 12** – Recognition errors.

**VI. CONCLUSION AND FUTURE WORK.** As a conclusion, we can say that the initial goals were fully achieved and the model showed good results in validating both databases. We can notice that both the model and the quality of the collected database affect the result. Therefore, in the future it is possible to conduct experiments with newer models with an improved base. And also, as an improvement in the work, there is possibility to

add a linear separation algorithm for the full implementation of the model as recognition of entire pages of handwriting. There is also an idea about the possibility of improving the model by adding a search from a ready-made dictionary of words to improve and avoid errors of similar characters. This would make it possible to increase the recognition quality of many models by several times.

This research was supported by the Science Committee of the Ministry of Education and Science of the Republic of Kazakhstan, project GF AR 08053034.

## REFERENCES

- 1 R. Reeve Ingle. et. al., A Scalable Handwritten Text Recognition System, IEEE Trans. Pattern Anal. Mountain View, CA 94043, USA, 2019.
- 2 Tsochatzidis L, Symeonidis S, Papazoglou A, Pratikakis I. HTR for Greek Historical Handwritten Documents. J Imaging. 2021.
- 3 Phillip Benjamin Ströbel. et. al., Fink G.A., Evaluation of HTR models without Ground Truth Material, University of Zurich, University of Bern), 2022.
- 4 Chieh-Chi Kao. et. al., R-CRNN: Region-based Convolutional Recurrent Neural Network for Audio Event Detection, Amazon Alexa, 2019.
- 5 Xinyu Fu et. al., CRNN: A Joint Neural Network for Redundancy Detection, Solution Architect and Engineering Asia Pacific and Japan, Nvidia, 2017.
- 6 Baoguang Shi et al, An End-to-End Trainable Neural Network for Image-based Sequence Recognition and Its Huazhong University of Science and Technology, 2015.
- 7 Alex Sherstinsky et al. Fundamentals of Recurrent Neural Network (RNN) and Long Short-Term Memory (LSTM) Network, Physica D: Nonlinear Phenomena, 2018.
- 8 Has,im Sak, et. al. Long Short-Term Memory Recurrent Neural Network Architectures for Large Scale Acoustic Modeling, Google, USA, 2018.
- 9 Haowei Jiang et. al., Recurrent Neural Network from Adder's Perspective: Carry-lookahead RNN. Whiting School of Engineering, 2021.
- 10 Ralf C. Staudemeyer et. al., Understanding LSTM – a tutorial into Long Short-Term Memory Recurrent Neural Networks Last accessed November, Schmalkalden University of Applied Sciences, 2019.
- 11 Tomohiro Tanaka et. al., Evolution Strategy Based Neural Network Optimization and LSTM Language Model for Robust Speech Recognition, Tokyo Institute of Technology, Japan, 2018.
- 12 Daniel Hopp., Performance of LSTM Neural Networks in Nowcasting during the COVID-19 Crisis, UNCTAD Research Paper, 2021.
- 13 Nazgul Toiganbayeva, et al.KOHTD: Kazakh Offline Handwritten Text Dataset, Cornell University, 21(2021).
- 14 J. Puigcerver. et. al., Are Multidimensional Recurrent Layers Really Necessary for Handwritten Text Recognition, ICDAR, 2017.
- 15 T. Bluche, R. Messina, Gated convolutional recurrent neural networks for multilingual handwriting recognition, 14th IAPR international conference on document analysis and recognition (ICDAR), 2017.
- 16 A. F. de Sousa Neto, B. L. D. Bezerra, A. H. Toselli, E. B. Lima, Htrflor: a deep learning system for offline handwritten text recognition, 33rd SIBGRAPI Conference on Graphics, Patterns and Images (SIBGRAPI), 2020.
- 17 A. Abdallah, M. Hamada, D. Nurseitov, Attention-based fully gated cnn-bgru for russian handwritten text, Journal of Imaging 6 (12), 2020.

18 Daniyar Nurseitov, Kairat Bostanbekov, Daniyar Kurmankhojayev, Anel Alimova, Abdelrahman Abdallah, HKR For Handwritten Kazakh & Russian Database, Multimedia Tools and Applications, 2021.

19 Ashish Vaswani, et. al. Attention Is All You Need, Conference on Neural Information Processing Systems, 2017.

20 Alex Krizhevsky et al, ImageNet Classification with Deep Convolutional Neural Networks, 2012.

21 C Szegedy et al., Going Deeper with Convolutions, Google, USA, 2014.

22 Karen Simonyan et al, Very Deep Convolutional Networks for Large-Scale Image Recognition, ICLR, 2015

23 Kaiming He et al., Deep Residual Learning for Image Recognition, Microsoft Research, 2015.

***Е. АМИРГАЛИЕВ, МАТЕУШ МЕНДЕС, К. МҰХТАР,  
Р. ДЖАНТАЕВ, Ч. КЕНШИМОВ***

*Сулейман Демирель Университеті, Қаскелең, Қазақстан  
Коимбра политехникалық институтының профессоры (ISES), Португалия*

### **RESNET50 + TRANSFORMER: ҚАЗАҚ ТІЛІНДЕГІ ҚОЛЖАЗБА МӘТІНДІ ОҚШАУ РЕЖИМДЕ ТАҢУ**

*Қазіргі уақытта деректерді сандық сақтауға көшуге байланысты қолмен жазылған мәтінді тануды жүзеге асыру қажет, бұл қолмен жазылған таңбаларды машина форматына автоматты түрде аудару болып табылады. Қолжазбаны тану көптеген тілдердің болуымен және сол таңбаны әртүрлі жолмен жазуға болатындығымен қиындайды. Осыған байланысты біз қазақ тілінің дерекқорын пайдалана отырып, қолжазба таңбаларын тануға арналған машиналық оқыту моделіне зерттеу жүргіздік. Біз қазақ тілінің жарияланған екі: КОНТД және НКР дерекқорларын пайдалана отырып, resnet50+ Transformer тереңдетіп оқыту моделін оқыттық. Зерттеу барысында бұл мәліметтер базасы дайындалған модельдің валидация нәтижелерін салыстыра отырып, компоненттік және сапалық жағынан зерттелді. Нәтижесінде КОНТД дерекқоры CER-9,46% және WER-20,18% нәтижелерін көрсетті, ал НКР дерекқоры CER-6,08% және WER-15,51% нәтижелерін көрсетті.*

*Түйін сөздер: ResNet50, Transformer, HTR, КОНТД, НКР, CNN, қазақша HTR.*

***Е. АМИРГАЛИЕВ, МАТЕУШ МЕНДЕС, К. МҰХТАР, Р. ДЖАНТАЕВ,  
Ч. КЕНШИМОВ***

*Университет Сулеймана Демиреля, Каскелен, Қазақстан  
Профессор Политехнического института Коимбры (ISES), Португалия*

### **RESNET50+TRANSFORMER: РАСПОЗНАВАНИЕ РУКОПИСНОГО ТЕКСТА НА КАЗАХСКОМ ЯЗЫКЕ В АВТОНОМНОМ РЕЖИМЕ**

*В настоящее время, в связи с переходом на цифровое хранение данных, существует необходимость в реализации распознавания рукописного текста, который представляет собой авто-*

матический перевод рукописных символов в машинный формат. Распознавание рукописного ввода осложняется тем фактом, что существует много языков, и один и тот же символ можно писать по-разному. В связи с этим мы провели исследование модели машинного обучения для распознавания рукописных символов с использованием баз данных казахского языка. Мы обучили модель глубокого обучения ResNet50+ Transformer, используя две опубликованные базы данных казахского языка: КОНТД и НКР. В ходе исследования эти базы данных были изучены с компонентной и качественной сторон со сравнением результатов валидации обученной модели. В результате база данных КОНТД показала результаты в виде CER-9,46% и WER-20,18%, в то время как база данных НКР показала результаты в виде CER-6,08% и WER-15,51%.

**Ключевые слова:** ResNet50, Transformer, HTR, КОНТД, НКР, CNN, казахский HTR.

**Б. С. АХМЕТОВ<sup>1\*</sup>, В. А. ЛАХНО<sup>2</sup>**

<sup>1</sup>Казахский национальный педагогический университет имени Абая,  
г. Алматы, Казахстан

<sup>2</sup>Национальный университет биоресурсов и природопользования, г. Киев, Украина

## **ИСПОЛЬЗОВАНИЕ WAF ДЛЯ ЗАЩИТЫ ВНУТРЕННИХ СЕРВИСОВ УНИВЕРСИТЕТА В СТРУКТУРЕ ZERO TRUST**

*В статье изложены результаты пилотного исследования по использованию брандмауэра веб-приложений (Web Application Firewall или WAF) для защиты внутренних сервисов информационной образовательной среды университета (ИОСУ). Показано, что данная задача чрезвычайно важна в условиях глобализации образования. Использование WAF выполнено в структуре Zero Trust. Система тестировалась в два этапа. Во-первых, были использованы инструменты для автоматизации поиска веб-уязвимостей (сканеры веб-уязвимостей) ИОСУ. На втором этапе проводилось ручное тестирование приложений на уязвимости SQL-инъекций, межсайтового скриптинга и атак Path Traversal. Показано, что полученные результаты позволяют улучшить защиту сервисов в локальных сетях университета, что важно для достижения конечной цели – эффективная защита конечных пользователей и сервисов ИОСУ в условиях глобализации образования. Установлено, что использование WAF в системах с нулевым доверием – довольно распространенный вариант защиты сервисов внутри организаций, в том числе учебных. Показано, что использование открытых решений WAF в структуре Zero Trust позволяет более гибко и персонально подстраивать защиту под соответствующие нужды университетских сервисов.*

**Ключевые слова:** web сервисы университета, информационная безопасность, брандмауэры, OWASP, WAF.

**Введение.** В условиях продолжающейся пандемии, вызванной коронавирусом Covid-19, одним из важнейших направлений информатизации образования, в том числе в университетах Республики Казахстан (РК), стала организация учебного процесса, основанная на широком применении различных Интернет-сервисов. Например, к таким сервисам можно отнести: блоги и микроблоги; социальные сети; вики; медиа хранилища; поисковые системы и др. [1].

В условиях интенсивного развития систем дистанционного обучения (СДО) сформировались исключительно высокие требования к IT-инфраструктуре и компьютерным сетям университетов. Это, в свою очередь, вынуждает IT специалистов университетов усложнять эти инфраструктуры. Чем сложнее IT структура университетской сети и количество входящих в нее звеньев, тем выше вероятность появления уязвимых мест. На фоне роста популярности веб-приложений, используемых в процессе обучения [1-3], растет и необходимость их защиты от взлома и несанкционированного доступа (НСД). Это обусловлено тем, что более 75% хакерских атак направлены на уязвимости веб-приложений и сайтов. Последствия подобных злонамеренных действий достаточно очевидны и не очень приятны для компаний и организаций. Следствием такого доступа могут стать – потеря личных данных, включая платежную информа-

---

\* E-mail корреспондирующего автора: bakhytzhana.akhmetov.54@mail.ru

цию, возможность получения доступа к коммерческой тайне и конфиденциальным документам. Кроме того, уязвимости веб-приложений могут стать точкой входа злоумышленников в корпоративную сеть университета.

Классические общепринятые методы сетевой защиты не предотвращают атаки на веб-сервисы. Межсетевые экраны ориентированы на угрозы сетевого и транспортного уровней, в то время как веб-приложения работают на прикладном уровне.

Брандмауэр веб-приложений (Web Application Firewall) – тип брандмауэра, который применяется для защиты веб-приложений. В то время как прямой прокси-сервер защищает идентификацию клиентского компьютера с помощью посредника, WAF (web application firewall) развертывается перед веб-приложениями (в режиме обратного прокси-сервера) и анализирует двунаправленный трафик HTTP/HTTPS, обнаруживая вредоносный трафик и блокируя его. WAF не является окончательным решением безопасности организации, например, университета. Скорее, WAF предназначены для использования в сочетании с другими решениями безопасности периметра сети, такими как брандмауэры нового поколения (NGFW) и системами предотвращения вторжений (IPS) [4-9].

Таким образом, на основании вышеизложенного, актуальность темы обеспечения кибербезопасности информационно-образовательной среды университета (ИОСУ) обуславливается массовым переходом учебных заведений РК на дистанционные форматы обучения, что, в частности, вызвано пандемией коронавируса Covid-19.

**Основной материал статьи.** Сегодня множество преподавателей и студентов университетов пользуются веб-приложениями для поиска необходимой информации. Преподаватели и студенты (или клиенты Интернет-сервисов) предоставляют свои имена (а также, например, данные платежных систем и иную информацию), которые могут стать золотой жилой для хакеров, стремящихся завладеть конфиденциальной информацией. При этом защита сайта университета – это также вопрос защиты физического оборудования. Хакеры могут не только украсть конфиденциальную клиентскую информацию, но и заразить университетский сайт вредоносным ПО. Это, в свою очередь, может повлиять на физическое оборудование.

В большинстве случаев СДО представляют собой распределенные приложения, строящиеся на базе информационной системы (ИС) университетов. Такие распределенные приложения широко задействуют web-ресурсы в процессах интерактивного взаимодействия учащихся и научно-педагогических работников университетов. В процессе своего функционирования данная система подвергается ряду негативных влияний случайного и преднамеренного характера, что в результате может привести к нарушению информационной (ИБ) и кибернетической безопасности (КБ) не только СДО, но и всей ИС учебного заведения, а также нанести вред всем участникам учебного процесса. Соответственно, для уменьшения негативного воздействия и предотвращения рисков ИБ необходимо задействовать специализированные средства и механизмы защиты.

Брандмауэр веб-приложений (Web Application Firewall или сокращённо WAF) – это устройство, которое защищает веб-приложения от большинства существующих на сегодняшний день атак (в том числе от OWASP Top Ten).



WAF находится между внешними пользователями и веб-приложениями и анализирует весь HTTP/HTTPS-трафик, выявляя и блокируя вредоносные запросы до того, как они смогут повлиять на пользователей или на веб-приложение. В результате WAF защищают критически важные для бизнеса веб-приложения и веб-серверы от атак, см. рис. 1.

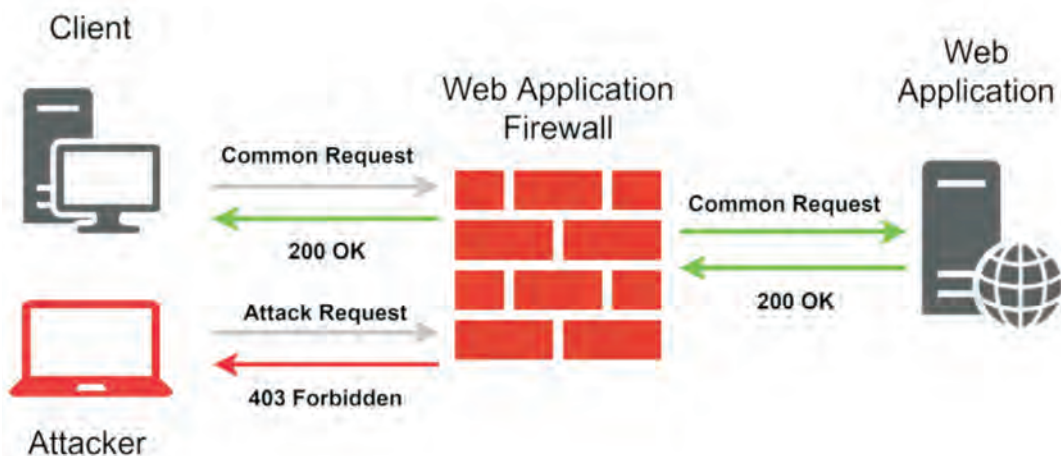


Рисунок 1 – Схема работы WAF

WAF работает на основе набора правил. Эти правила называют политиками, которые используются для фильтрации большинства известных на сегодняшний день атак. Многие службы WAF предоставляют набор правил по умолчанию. Данный список периодически обновляется.

WAF могут работать по модели отрицательной безопасности (черный список), положительной безопасности (белый список) или по гибридной модели.

На втором этапе проводилось ручное тестирование приложений на уязвимости SQL-инъекции, межсайтового скриптинга, атаки Path Traversal. При попытке провести атаку приложения, защищенного межсетевым экраном, были получены ответы «403 Forbidden», что свидетельствует о невозможности проведения атак. Для фиксации атак на веб-сервер ModSecurity использовались два типа журналов: журнал ошибок (error.log) и журнал аудита modsec\_audit.log. Журнал ошибок создается при обнаружении ошибки или при попытке реализовать атаку. Поскольку ModSecurity работает в паре с Apache, все журналы ошибок (журналы ошибок Apache+журналы ошибок ModSecurity) создаются в одном файле. Журнал аудита начинает заполняться после фиксации события в журнале ошибок. В журнале аудита записывается более подробная информация о заблокированной атаке. Журналы аудита ModSecurity создаются в соответствии с уникальными идентификаторами журнала ошибок.

В качестве тест-сервера был выбран WAMP-сервер с установленным Wordpress и настроенной стандартной страницей. Для доступа используется IP-адрес 192.168.1.44 без WAF, и 192.168.1.251 – через WAF, см. рис 2.

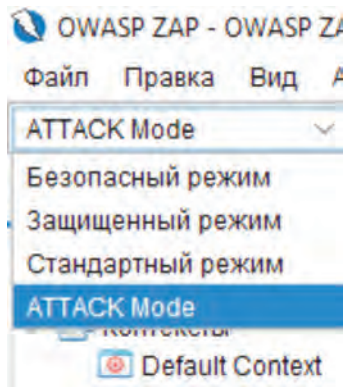


Рисунок 2 – Выбор режима сканирования

После завершения сканирования на вкладке «Уведомления», см. рис. 3, можно посмотреть результаты. Уведомления представлены 5 типами предупреждений, серьезность которых отображается определенным цветом флажка.

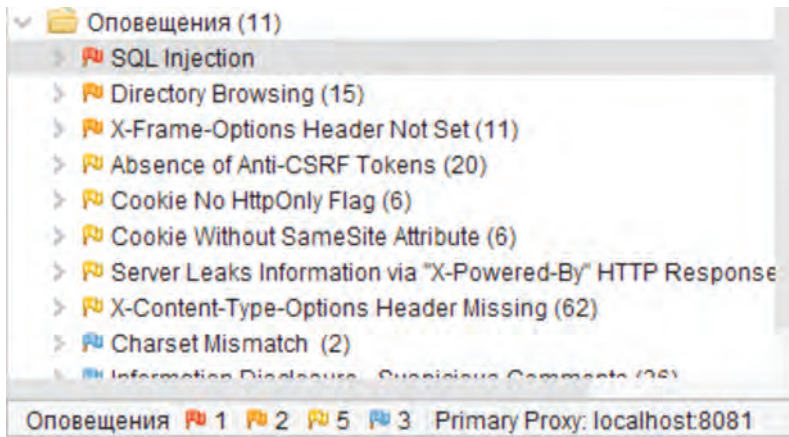


Рисунок 3 – Тестирование веб-страницы, которая не защищена WAF

В процессе исследования функции брандмауэра были возложены на программу ModSecurity. Для установки брандмауэра веб-приложений ModSecurity была выполнена установка веб-сервера Apache и произведена его настройка для дальнейшей работы в режиме обратного прокси-сервера.

Для блокировки атак на веб-сервер была загружена самая новая на данный момент версия правил OWASP CRS, загруженная с GitHub.

Для защиты от атак типа "отказ в обслуживании", "распределенный отказ в обслуживании" (DoS, DDoS) и bruteforce атак был установлен модуль mod\_evasive. Основные настройки данного модуля находятся в файле /etc/apache2/mods-enabled/evasive.conf.

На рисунке 4 показаны настройки параметров сканирования.



Сканер смог найти только информацию о версии операционной системы, Apache и PHP, см. рис. 5.

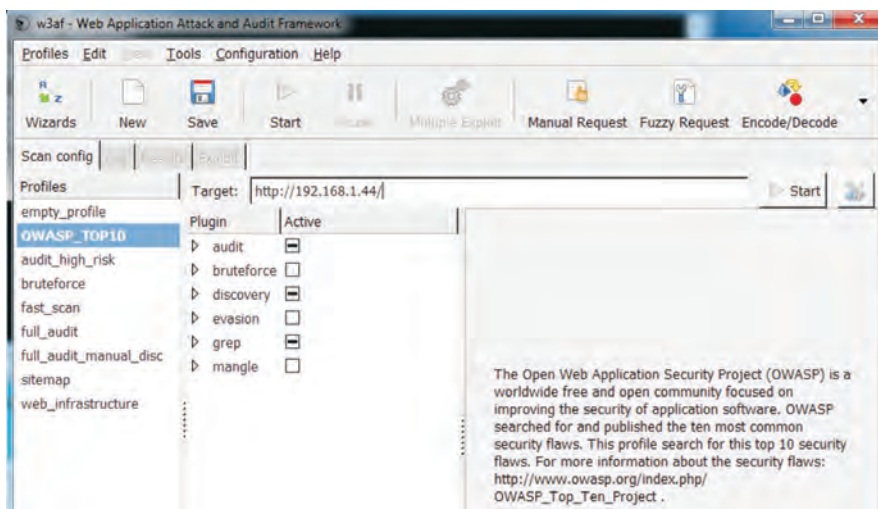


Рисунок 4 – Настройка параметров сканера

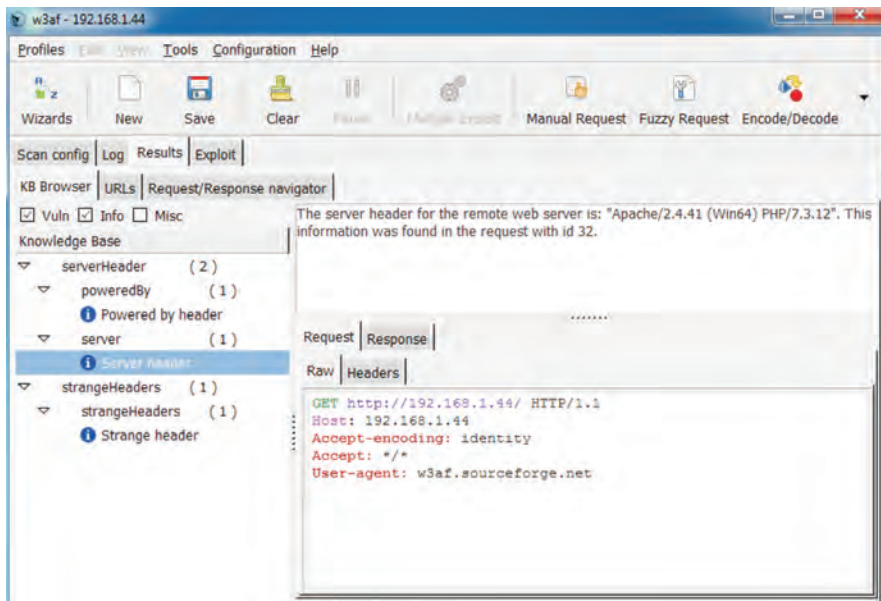


Рисунок 5 – Результаты сканирования без WAF

Сканирование через WAF закончилось быстрее, чем через без WAF. В результате сканер смог найти одну страницу с ошибкой веб-сервера Apache, см. рис. 6.

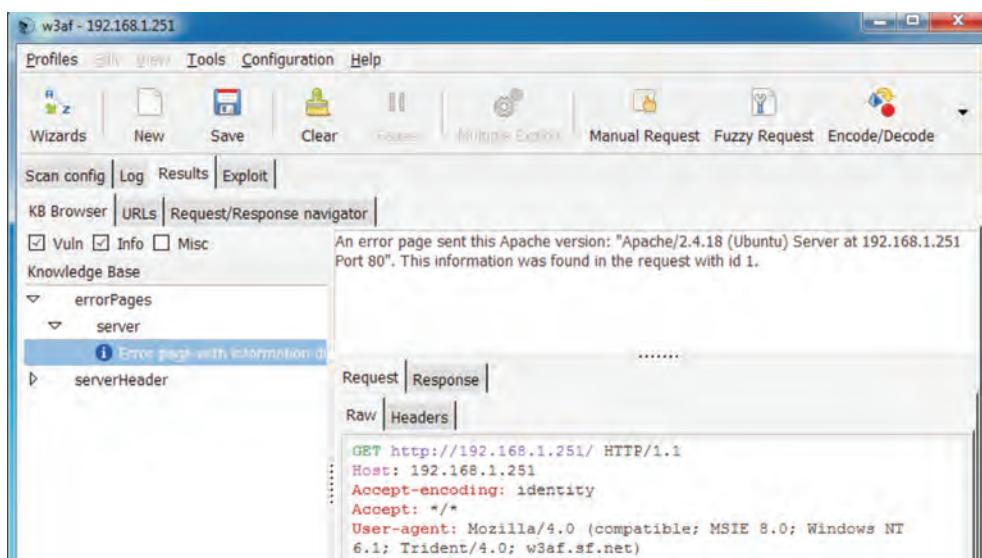


Рисунок 6 – Результаты сканирования через WAF

Традиционные сетевые брандмауэры защищают локальные сети от НСД. Их основная цель – отделить защищенную зону от менее безопасной и контролировать связь между ними. Ключевое техническое различие между брандмауэром уровня приложений и брандмауэрами сетевого уровня – это уровень, на котором они работают. Последнее определено моделью взаимодействия открытых систем, которая характеризует и стандартизирует функции связи в телекоммуникационных и вычислительных системах. WAF защищает от атак на седьмом уровне модели OSI – уровне приложений. Основными угрозами этого уровня являются атаки на разного рода фреймворки, манипуляция с файлами cookie, эксплуатация SQL-инъекций, атаки с использованием межсайтовых сценариев. Традиционные сетевые брандмауэры работают на уровнях 3 и 4 модели OSI, защищая сетевой трафик. По этой причине, традиционный сетевой брандмауэр сам по себе не защитит университетскую сеть от атак на веб-страницы.

**Выводы.** Проведено пилотное исследование по использованию WAF для защиты внутренних сервисов кибербезопасности ИОСУ в условиях глобализации образования. Использование WAF выполнено в структуре Zero Trust. Система тестировалась в два этапа. Во-первых, мы использовали инструменты для автоматизации поиска веб-уязвимостей (сканеры веб-уязвимостей) ИОСУ. На втором этапе проводилось ручное тестирование приложений на уязвимости SQL-инъекций, межсайтового скриптинга и атак Path Traversal. Показано, что полученные результаты позволяют улучшить защиту сервисов в локальных сетях университета. Проведенное исследование важно для достижения конечной цели – разработка методологии обеспечения кибербезопасности ИОСУ в условиях глобализации образования и эффективной защиты конечных пользователей и сервисов.

Установлено, что использование WAF в системах с нулевым доверием – довольно распространенный вариант защиты сервисов внутри организации. Но использование

открытых решений позволяет более гибко и персонально подстраивать защиту под соответствующие нужды университета.

**Благодарности.** Исследование финансируется Казахским национальным педагогическим университетом имени Абая (договор № ППС-ДН-01 от 12.02.2020).

## ЛИТЕРАТУРА

1 Моглан Д.В. Образовательное сетевое сообщество как одна из эффективных форм активизации учебно-познавательной деятельности студентов // Научно-технические ведомости Санкт-Петербургского государственного политехнического университета. Серия «Гуманитарные и общественные науки». 2014. № 4 (208). С. 183–191.

2 Иванченко Д.А. Роль Интернет-пространства в формировании образовательной информационной среды // Дистанционное и виртуальное обучение. 2011. № 2. С. 19–31.

3 Поначугин А.В. Выбор веб-сервиса для проведения потоковых лекций у студентов инженерных специальностей // Вестник Минского университета. 2021. Т. 9, №3. С.7.

4 Appelt, Dennis, et al. A machine-learning-driven evolutionary approach for testing web application firewalls. *IEEE Transactions on Reliability*, 2018, 67.3: 733-757.

5 Appelt, Dennis, et al. Automated testing for SQL injection vulnerabilities: an input mutation approach. In: *Proceedings of the 2014 International Symposium on Software Testing and Analysis*. 2014. p. 259–269.

6 Demertzis, Konstantinos; Iliadis, Lazaros. Cognitive Web Application Firewall to Critical Infrastructures Protection from Phishing Attacks. *Journal of Computations & Modelling*, 2019, 9.2: 1–26.

7 Garbis, Jason; Chapman, Jerry W. *Zero Trust Architectures*. In: *Zero Trust Security*. Apress, Berkeley, CA, 2021. p. 19–51.

8 Jingyao, Sun, et al. Securing a Network: How Effective Using Firewalls and VPNs Are?. In: *Future of Information and Communication Conference*. Springer, Cham, 2019. p. 1050–1068.

9 Macdonald, Neil; ORANS, Lawrence; SKORUPA, Joe. *The Future of Network Security Is in the Cloud*. Gartner. Viitattu, 2019, 1: 2021.

## REFERENCES

1 Moglan D.V. Obrazovatelnoye setevoye soobshchestvo kak odna iz effektivnykh form aktivizatsii uchebno-poznavatelnoy deyatelnosti studentov // Nauchno-tekhnicheskiye vedomosti Sankt-Peterburgskogo gosudarstvennogo politekhnicheskogo universiteta. Seriya «Gumanitarnyye i obshchestvennyye nauki». 2014. № 4 (208). S. 183–191.

2 Ivanchenko D.A. Rol Internet-prostranstva v formirovaniy obrazovatelnoy informatsionnoy sredy // Distantcionnoye i virtualnoye obucheniye. 2011. № 2. S. 19–31.

3 Ponachugin A.V. Vybora veb-servisa dlya provedeniya potokovykh lektsiy u studentov inzhenernykh spetsialnostey // Vestnik Minskogo universiteta. 2021. T. 9. №3. S.7.

4 Appelt, Dennis, et al. A machine-learning-driven evolutionary approach for testing web application firewalls. *IEEE Transactions on Reliability*. 2018. 67.3: 733-757.

5 Appelt, Dennis, et al. Automated testing for SQL injection vulnerabilities: an input mutation approach. In: *Proceedings of the 2014 International Symposium on Software Testing and Analysis*. 2014. p. 259–269.

6 Demertzis, Konstantinos; Iliadis, Lazaros. Cognitive Web Application Firewall to Critical Infrastructures Protection from Phishing Attacks. *Journal of Computations & Modelling*. 2019. 9.2: 1–26.

7 Garbis. Jason; Chapman. Jerry W. Zero Trust Architectures. In: Zero Trust Security. Apress. Berkeley. CA. 2021. p. 19–51.

8 Jingyao. Sun. et al. Securing a Network: How Effective Using Firewalls and VPNs Are?. In: Future of Information and Communication Conference. Springer. Cham. 2019. p. 1050–1068.

9 Macdonald. Neil; ORANS. Lawrence; SKORUPA. Joe. The Future of Network Security Is in the Cloud. Gartner. Viitattu. 2019. 1: 2021.

### **Б. С. АХМЕТОВ<sup>1\*</sup>, В. А. ЛАХНО<sup>2</sup>**

<sup>1</sup>Абай атындағы Қазақ ұлттық педагогикалық университеті, Алматы, Қазақстан

<sup>2</sup>Украинаның Ұлттық биоресурстар және табиғатты пайдалану университеті, Киев, Украина

## **ZERO TRUST ҚҰРЫЛЫМЫНДА УНИВЕРСИТЕТТИҢ ІШКІ ҚЫЗМЕТТЕРІН ҚОРҒАУ ҮШІН WAF ПАЙДАЛАНУ**

Мақалада университеттің ақпараттық білім беру ортасының (УАББО) ішкі қызметтерін қорғау үшін веб-қосымшалардың (Web Application Firewall немесе WAF) брендмауэрін пайдалану бойынша пилоттық зерттеу нәтижелері көрсетілген. Бұл міндет білім берудің жаһандануы жағдайында өте маңызды екендігі көрсетілген. WAF қолдану Zero Trust құрылымында жүзеге асырылады. Жүйе екі кезеңде тестіленді. Біріншіден, УАББО веб-осалдықтарды іздеуді автоматтандыру үшін құралдар қолданылды (веб-осалдықтарды тексерушілер). Екінші кезеңде SQL-инъекцияларының, сайтаралық скриптингтің және Path Traversal шабуылдарының осалдығына қосымшаларды қолмен тестілеу жүргізілді. Алынған нәтижелер университеттің жергілікті желілерінде сервистерді қорғауды жақсартуға мүмкіндік беретіні көрсетілген, оның түпкі мақсаты – білім берудің жаһандануы жағдайында түпкі пайдаланушылар мен УАББО сервистерін тиімді қорғауға қол жеткізу. Нәлдік сенім жүйелерінде WAF қолдану көптеген ұйымдар, соның ішінде білім беру ұйымдары ішіндегі қызметтерді қорғаудың кең таралған нұсқасы екендігі анықталды. Zero Trust құрылымында ашық WAF шешімдерін пайдалану қорғауды университет қызметтерінің тиісті қажеттіліктеріне икемді және жеке реттеуге мүмкіндік беретіні көрсетілген.

**Түйін сөздер:** университеттің web қызметтері, ақпараттық қауіпсіздік, брендмауэр, OWASP, WAF.

### **Б. С. АХМЕТОВ<sup>1\*</sup>, В. А. ЛАХНО<sup>2</sup>**

<sup>1</sup>Abai Kazakh National Pedagogical University, Almaty, Kazakhstan

<sup>2</sup>National University of Life and Environmental Sciences of Ukraine, Kiev, Ukraine

## **USING WAF TO PROTECT THE UNIVERSITY'S INTERNAL SERVICES IN THE ZERO TRUST STRUCTURE**

The article presents the results of a pilot study on the use of a Web Application Firewall (Web Application Firewall or WAF) to protect the internal services of the information educational environment of the university (IEEU). It is shown that this task is extremely important in the context of globalization

*of education. The use of WAF is performed in the Zero Trust structure. The system was tested in two stages. Firstly, tools were used to automate the search for web vulnerabilities (web vulnerability scanners) IEEU. At the second stage, manual testing of applications for vulnerabilities of SQL injection, cross-site scripting and Path Traversal attacks was carried out. It is shown that the results obtained make it possible to improve the protection of services in the university's local networks, which is important for achieving the ultimate goal - effective protection of end users and IEEU services in the context of globalization of education. It has been established that the use of WAF in systems with zero trust is a fairly common option for protecting services within organizations, including educational ones. It is shown that the use of open WAF solutions in the Zero Trust structure allows you to more flexibly and personally adjust protection to the appropriate needs of university services.*

**Keywords:** *university web services, information security, firewalls, OWASP, WAF.*

**Р. Б. БАЙМАХАН<sup>1</sup>, А. Р. БАЙМАХАН<sup>2</sup>, А. А. СЕЙНАСИНОВА<sup>3</sup>,  
Г. М. БАЙМАХАНОВА<sup>4</sup>, З. М. АБДИАХМЕТОВА<sup>2\*</sup>**

<sup>1</sup>*Институт механики и машиноведения им. академика У.А. Жолдасбекова,  
г. Алматы, Казахстан*

<sup>2</sup>*Казахский национальный университет имени аль - Фараби, г. Алматы, Казахстан*

<sup>3</sup>*Академия гражданской авиации, г.Алматы, Казахстан*

<sup>4</sup>*Южно-Казахстанский государственный педагогический университет,  
г. Шымкент, Казахстан*

## **РАЗРАБОТКА МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ И ИССЛЕДОВАНИЯ НАКРЕНЕНИЯ ЗДАНИЙ НА ГРУНТОВОМ ОСНОВАНИИ АНИЗОТРОПНОГО СТРОЕНИЯ**

*Кратким обзором раскрывается состояние проблемы об огромных ущербах последствий обрушений современных высотных зданий в мире и в связи с этим неизученности грунтовых оснований анизотропного строения.*

*Предлагается расчетная математическая модель грунтовой среды сложного анизотропного строения и алгоритмы ее применения в практических расчетах.*

*Приводятся результаты исследования и их анализ, выясненные закономерности деформированных наклоненных состояний системы, состоящей из оснований – фундамента и зданий в зависимости от величины углов сложного наклонного слоистого основания. В виде таблиц и большого количества рисунков показываются выясненные основные закономерности наклонения зданий и сооружений, имевшие место в больших городах Казахстана, например, в городе Алматы.*

**Ключевые слова:** *грунты, анизотропия, модель, деформация, основание, обрушение, разрушение.*

**Введение.** Современное строительство городских зданий характеризуется высотой и прочностью конструкционной, фундаментной и грунтовой оснований. При этом грунты могут быть совершенно различные как по составу, так и по прочности. К плохим грунтам относятся рыхлые, засоленные, находящиеся в худших гидрогеологических условиях, также неоднородные по составу, анизотропностью строений и другие. Несмотря на предварительную изученность строительной площадки с соблюдением требований строительных законов – СНиП, продолжают процессы наклонения и обрушения городских высотных домов и зданий с разными скоростями. К сожалению, количество таких обрушений и разрушений в мире продолжается по сей день. Например, в 2011 году в Шанхае обрушился 13-этажный дом. Через 2 года в 2013 году такая же участь постигла все дома целого микрорайона «Бесоба» города Караганды Казахстана. 1 июня в 2016 году монолитный жилой дом №136 в микрорайоне Алгабас-6 Алатауского района города Алматы наклонился на 37 сантиметра. 200 жильцов дома были эвакуированы из-за угрозы обрушения. Наблюдалась явная просадка грунта. Через год – 16 июня 2017 г. – наклонился еще один 9-ти этажный дом, на этот раз уже на 40 см.

---

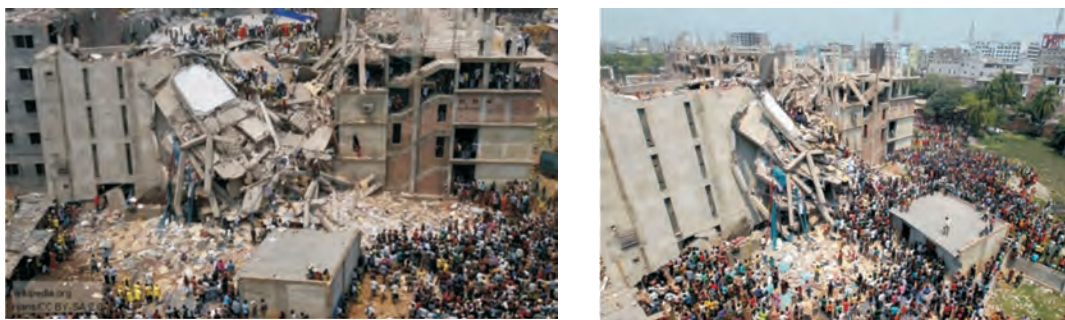
\* E-mail корреспондирующего автора: [zukhra.abdiakhmetova@gmail.com](mailto:zukhra.abdiakhmetova@gmail.com)



Таких примеров во всем мире бесчисленное множество. Многие из них происходили с предварительными накренениями без каких-либо землетрясений.

Целью написания данной статьи является обзорно показать характер обрушений и обратить внимание на степень изученности вопроса о закономерностях деформации рыхлых и водонасыщенных грунтов строительной площадки, который часто имеет анизотропные строения. Так как кроме некоторых предположений о плохих грунтовых условиях причины истинной картины процесса обрушения с предварительными накренениями еще не изучены, авторы предлагают изучить процессов накренения с помощью создания модели грунтовой среды, которые имеют наклоннослоистое строение, численными методами механико –математического моделирования и выяснить картину деформированных состояний в зависимости от углов заложения слоев и от степени водонасыщенности.

**Обзор обрушений современных зданий и моделей их исследования.** Для установления типов и характеров обрушений современных высотных зданий и сооружений ниже на рисунках 1 показаны два примера из таких крупных событий. 29 июня 1995 года в Сеуле обрушилось здание торгового центра Сампунг (Sampoong). Эта была крупнейшая техногенная катастрофа в истории Южной Кореи. В течение 20 секунд южное крыло полностью обрушилось, убив 502 человека и завалив обломками ещё 1500 [1]. На левом рисунке 1 показана картина обрушения торгового центра Сампунг в Сеуле в 1995г.



*Рисунок 1* – Процесс обрушения здания торгового центра в Южной Корее и в Бангладеш

Еще одно, более крупное обрушение высотных зданий в истории, произошло 24 апреля 2013 года в Бангладеш, которое случайно совпало по времени с карагинскими обрушениями, эпизод которого показан на правом рисунке 1. На сегодняшний день эта авария является самой значительной во всей мировой истории. В результате обрушения погибло 1129 человек и более 2500 получили ранения. За считанные секунды огромный 8-этажный торгово-промышленный центр Рана Плаза рухнул, оставив неповрежденным только первый этаж.

В основании фундаментов находилось подземное озеро, никаких мер по защите строительных конструкций выполнено не было. Из рисунков нетрудно заметить, что перед обрушениями здания были заметно накрены. Это говорит о неравномерности деформации осадка грунта основания. Практически все дома карагинского ми-

крорайона обрушались медленно через стадии накрещения. Точно такой же характер имели алматинские 9-ти этажки в микрорайоне «Зердели». В СНиПах [2], [3], [4], [5], которые являются главными строительными законами, наиболее полный учет отсутствует. Причиной тому является сложность решение такой задачи аналитическими методами.

Если в изотропной среде упругое состояние массива определяется двумя постоянными - коэффициентом Пуассона  $\nu$  и модулем Юнга -  $E$ , то состояние анизотропной среды, в частности транслопной – определяется пятью постоянными. Ими являются модули два Юнга  $E_1$ ,  $E_2$ , модуль сдвига, два коэффициента Пуассона –  $\nu_1$  и  $\nu_2$ . Здесь даже практически невозможно моделировать конструкционные особенности инженерных сооружений. Поэтому реальные ответственные инженерные сооружения моделируются и решаются только численными методами. Первые работы по учету анизотропии грунта и основанию систематизированы в работе А.К.Бугрова, А.И. Голубева [6]. Некоторые из них перечислены в книге В.А. Бабешко, В.А. Волосухина, В.П. Дыба [7]. Например, вопросам проектирования оснований и фундаментов зданий и сооружений фундаментов высотных зданий посвящена работа В.К. Федулова, Л.Ю. Артемьевой [8]. Некоторые отдельные вопросы фундаментов высотных зданий имеются в книге О.А. Шулятьева [9]. По экспериментальной части методы испытания грунтовых оснований, материалов и конструкций изложены в книге В.В. Лебедева, В.П. Ярцева, В.Г. Однолько [10]. Также в книге В.М. Антонова отражены некоторые вопросы экспериментальных исследований армированных оснований [11]. Исследованиям, связанным с выяснением характера разрушений различных фундаментных стальных конструкций, взаимодействующих с грунтовым основанием, посвящены следующие работы зарубежных авторов. В работе Behzad Kalantari [12] проведен большой обзор состояния фундамента, возведенного на рыхлых грунтах. J. Q. Liu и J. L. Liu [13] рассматривали характер бокового смещения мягких грунтов фундаментного основания. X.S. Chenga, G. Zhenga, Y. Diaoa, T.M. Huanga, C.H. Denga, Y.W. Leia, H.Z. Zhou [14] изучен механизм активного разрушения котлована, удерживаемого консольными смежными сваями. Если Akbar Pirmoz и Min (Max) Liu [15] моделированием конечными элементами анализируют разрушение котлованных стальных соединений, то Amir Hossein Arshian и Guido Morgenthal [16] изучают такие же разрушения трехмерных железобетонных каркасных конструкций. Анализ проведенного обзора показывает на отсутствие математической модели учета анизотропии грунта наклоннослоистого строения. В научно-практическом отношении необходимо поэтапно изучить и установить сначала закономерности деформаций грунтов строительных площадок с учетом анизотропии строения.

**Разработка расчетной модели грунта анизотропного строения.** Проведенный обзор огромного числа литературы показывает отсутствие математической модели грунтов наклоннослоистого строения, не говоря о разрушениях. Ж.С. Ержановым, Ш.М. Айталиевым, Ж.К. Масановым создана модель горных пород наклоннослоистого строения в связи с рассмотрением устойчивости горных выработок [17]. Такая модель наклоннослоистого горного массива вполне подходит и к массивам грунта аналогичного строения. На базе этой модели создаем расчетную конечноэлементную схему исследования упругой устойчивости подфундаментного грунтового слоя



в общем случае для наклоннослоистого строения. Как известно, из теории упругости компоненты деформаций и напряжений, являясь функцией перемещения, в плоской задаче имеют три составляющие в каждой расчетной точке плоской области. Компоненты напряжений представим через компоненты деформаций в виде [17]

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_z \\ \tau_{xz} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} d_{11}d_{12}d_{13} \\ d_{21}d_{22}d_{23} \\ d_{31}d_{32}d_{33} \end{bmatrix} \quad (1)$$

где  $\sigma_x, \sigma_z, \tau_{xz}$  – компоненты напряжения,  $\varepsilon_x, \varepsilon_z, \gamma_{xz}$  – компоненты деформаций, матрица  $[D]$  – элементами которого являются коэффициенты  $d_{ij}, i = 1, 2, 3; j = 1, 2, 3$  является матрицей упругих характеристик. Компоненты деформации выразим через компоненты перемещения:

$$\begin{aligned} \varepsilon_x &= \frac{\partial u}{\partial x}, \\ \varepsilon_z &= \frac{\partial w}{\partial z}, \end{aligned} \quad (2)$$

$$\gamma_{xz} = \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z}.$$

$$\{\varepsilon\}^T = \{\varepsilon_x, \varepsilon_z, \gamma_{xz}\} \quad (3)$$

На рисунке 2 показано плоское сечение массива грунта, которое имеет анизотропное наклоннослоистое строение.



**Рисунок 2** – К построению модели плоской сечений наклоннослоистого грунтового основания

Обобщенный закон Гука для плоского сечения массива грунтового основания слоистого строения по аналогии работы [17] имеет вид, который получен вычеркиваниями соответствующих строк и столбцов для перехода к плоскому случаю

$$\begin{aligned} \sigma_x &= c_{11}\varepsilon_x + c_{13}\varepsilon_z + c_{15}\gamma_{xz}, \\ \sigma_z &= c_{31}\varepsilon_x + c_{33}\varepsilon_z + c_{35}\gamma_{xz}, \end{aligned} \quad (4)$$

$$\tau_{xz} = c_{51}\varepsilon_x + c_{53}\varepsilon_z + c_{55}\gamma_{xz}$$

Как было сказано выше, закон Гука (4) содержит 5 независимых коэффициентов анизотропии. Согласно этой работе, Закон Гука для грунтового основания наклонно-слоистого строения ( $\varphi \neq 0$ ) с учетом угла наклона  $\varphi$  имеет вид:

$$c_1 = \cos^2\varphi, c_2 = \sin^2\varphi, c_3 = \cos^4\varphi, c_4 = \sin^4\varphi, c_5 = \sin\varphi \cos\varphi, c_6 = \sin^2\varphi \cos^2\varphi. \quad (5)$$

$$c_0 = (1 + \nu_1)(n(1 - \nu_1) - 2\nu_2^2), c_{11} = c_{22} = (E_1(n - \nu_2^2))/c_0,$$

$$c_{13} = (\nu_2 E_1)/(n(1 - \nu_1) - 2\nu_2^2), \quad (6)$$

$$c_{33} = ((1 - \nu_1)E_1)/(n(1 - \nu_1) - 2\nu_2^2), c_{55} = G_2.$$

Выражения для коэффициентов упругости (1) переходят к следующему виду:

$$d_{11} = c_{11}c_3 + 2(c_{13} + 2c_{44})c_6 + c_{33}c_4, d_{12} = c_{13} + (c_{11} + c_{33} - 2c_{13} - 4c_{44})c_6,$$

$$d_{13} = (c_{11}c_1 - c_{33}c_2 - (c_{11} + 2c_{44})\cos 2\varphi)c_5, \quad (7)$$

$$d_{22} = c_{11}c_4 + 2(c_{13} + 2c_{44})c_6 + c_{33}c_3, d_{23} = (c_{11}c_2 - c_{33}c_1 + (c_{13} + 2c_{44})\cos 2\varphi)c_5,$$

$$d_{33} = c_{44} + (c_{11} + c_{33} - 2(c_{13} + 2c_{44}))c_6.$$

Если подставим значения выражений  $c_{1...6}$  из (10) в последнее выражение, то получим

$$d_{11} = c_{11}\cos^4(\varphi) + c_{33}\sin^4(\varphi) + 2(c_{13} + 2c_{44})\sin^2(\varphi)\cos^2(\varphi),$$

$$d_{12} = c_{13} + (c_{11} + c_{33} - 2(c_{13} + 2c_{44}))\sin^2\varphi\cos^2\varphi,$$

$$d_{13} = (c_{11}c_1 - c_{33}c_2 - (c_{11} + 2c_{44})\cos 2\varphi)\sin\varphi\cos\varphi,$$

$$d_{22} = c_{11}\sin^4(\varphi) + 2(c_{13} + 2c_{44})\sin^2\varphi\cos^2\varphi + c_{33}\cos^4\varphi, \quad (8)$$

$$d_{23} = (c_{11}\sin^2\varphi - c_{33}\cos^2\varphi + (c_{13} + 2c_{44})\cos 2\varphi)\sin\varphi\cos\varphi,$$

$$d_{33} = c_{44} + (c_{11} + c_{33} - 2(c_{13} + 2c_{44}))\cos^2(\varphi)\sin^2(\varphi).$$

Для наклоннослоистой среды матрица упругих характеристик  $[D]$  через коэффициенты упругости будет иметь вид

$$[D] = \begin{bmatrix} d_{11} & d_{12} & d_{13} \\ d_{22} & d_{23} \end{bmatrix} \quad (9)$$

Матрица упругости  $[D]$ , в отличие от горизонтальной слоистости, будет полностью заполненной, то есть нулевых элементов не будет. Количество независимых коэффициентов будет 6. С помощью алгоритмов (1) – (9) этой новой расчетной модели массива грунта, который имеет наклоннослоистое строение, мы можем составить уравнение равновесия МКЭ.

**Составление уравнений равновесия МКЭ.** По изложенным алгоритмам (1)-(8) составлена компьютерная программа счета. Краткий МКЭ алгоритм решения данной

задачи сводится к следующему. Основное разрешающее уравнение МКЭ – уравнение-равновесие имеет вид [18]

$$[K]\{U\} = \{P\}. \quad (10)$$

где  $[K]$  – матрица жесткости системы;  $\{U\}$ ,  $\{P\}$  – вектора неизвестных перемещений и известных сил, которые формируются для рассматриваемого конечного элемента от весов вышележащих элементов и сводятся к узловым точкам. После решения системы уравнений (10) становятся известными составляющих вектора перемещений  $\{U\}$ . Компоненты деформаций и напряжений вычисляются с помощью следующих известных соотношений МКЭ

$$\{\varepsilon\} = [B]\{U\}, \quad (11)$$

$$\{\sigma\} = [D]\{\varepsilon\}, \quad (12)$$

где  $\{\varepsilon\}^T = \{\varepsilon_x, \varepsilon_z, \gamma_{xz}\}$  – составляющие деформаций;  $[B]$  – градиентная матрица;  $\{U\} = \{u, v\}$  – вектор составляющих перемещений;  $\{\sigma\}^T = \{\sigma_x, \sigma_z, \tau_{xz}\}$  – вектор составляющих напряжений;  $[D]$  – матрица упругих характеристик.

**Решение задачи об определении закономерности деформаций здания и фундамента на наклонном основании.** Для раскрытия истинной картины влияния «плохого грунта» на деформированные состояния системы «Здание – фундамент – основание» задачу решаем в следующей последовательности. Сначала определим деформированное состояние слоистого грунта строительной площадки в нетронутом виде в зависимости от величины углов наклонов слоев, то есть природных состояний. При этом размеры и форму конечной расчетной области назначаем исходя из размеров одной из будущего котлована трапециевидной формы. На втором шаге отдельно будем решать задачу о влиянии анизотропии грунта основания на величину и форму деформации фундаментной конструкции. На третьем шаге решим задачу об определении закономерности деформированных состояний всей системы, состоящей из здания, фундамента и оснований сложного в общем случае анизотропного строения.

**Расчет деформированного состояния грунта строительной площадки анизотропного строения.** Для проверки достоверности и точности решения задачи по предлагаемой модели расчета предварительно решена задача Шехтера, которая имеет аналитическое решение [19]. Смысл этой задачи сводится к следующему. На середину плиты бесконечной длины, лежащей на полуплоскости, приложена сосредоточенная нагрузка  $P$ . МКЭ представление этой задачи показано на рисунке 3. Данная задача близко отражает нашу задачу о системе «Фундамент-основание» и имеет точное решение. В работе приведены точные значения для вертикальной составляющей перемещения, которая равна:  $w_z^{\text{Анал}} = 0,33$  на контакте плиты с грунтовым основанием.

В качестве теста эта задача решена нами методом конечных элементов для расчетной области, показанной на рисунке 3, при следующих геометрических размерах:  $L = 100$  м,  $h = 40$  м,  $P = 100$  тонн. Упругие характеристики полуплоскости:  $E = 1 \cdot 10^2$

МПа,  $\nu = 0.4$  и фундаментной плиты с высотой 0,5 м:  $E = 2.1 \cdot 10^4$  МПа,  $\nu = 1.6$ . Рассматриваемая система находится в условиях плоской деформации.

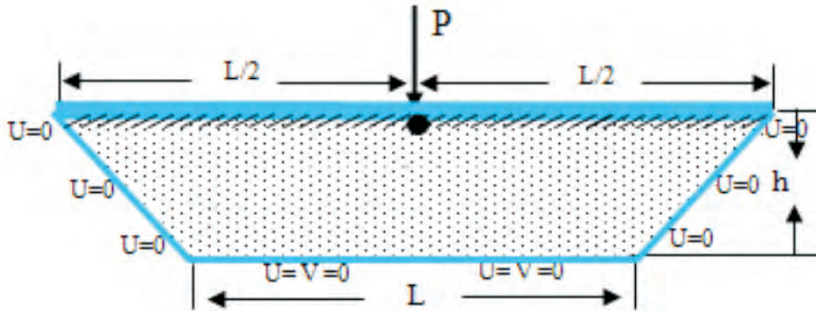


Рисунок 3 – Нагрузка фундаментной плиты бесконечной длины на упругой полуплоскости

На вертикальной оси симметрии под фундаментом на контактной точке, показанной черным кружочком, вертикальная составляющая перемещений:  $w_z^{\text{Анал}} = 0,33$  см, что точно совпадает с ее аналитическим решением. В таблице 1. приведены значения физико-механических свойств реальных грунтов, которые действительно имеют анизотропные строения. На рисунке 4 показано поперечное сечение исследуемой области с граничными условиями в перемещениях.

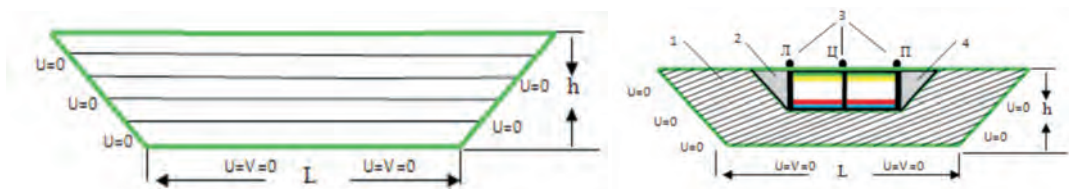


Рисунок 4 – Расчетная схема к определению полей деформации горизонтально слоистого грунта до разработки котлована (левый рисунок) и расчетная схема задачи фундамент – наклоннослоистое грунтовое основание (правый рисунок)

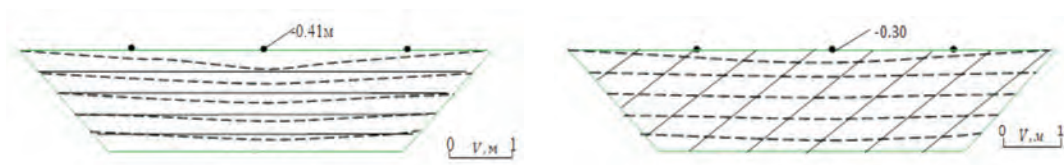
Размеры расчетной области, показанной на рисунке 4: высота фундамента 5 м, длина фундамента 15 м, ширина по основанию расчетной области на земной поверхности – 40 м, ширина основания расчетной области – 30 м, ширина закладочных материалов – 3 м, высота расчетной области – 15 м.

После этого проведены конечноэлементные исследования по выявлению закономерности деформированных состояний грунтов строительной площадки, углы наклонов для теоретического расчета меняются от нуля до  $90^\circ$ . В таблице 1. приведены значения физико-механических свойств реальных грунтов, которые действительно имеют анизотропные строения.

**Таблица 1** – Физико-механические и прочностные свойства некоторых грунтов анизотропного строения [1]

№ п/п	Грунты	Модули Юнга, Мпа		Коэффициенты Пуассона		Модуль сдвига, Мпа	Объемный вес	Силы сцепления, Мпа		Углы внутреннего трения, градус	
		$E_1$	$E_2$	$\nu_1$	$\nu_2$			$G_2$	$\gamma$	$C_1$	$C_1$
1	Суглинок насыщенный	30.0	15.0	0.36	0.24	7.60	2.00	0.03	0.06	19	23
2	Грунт	10.0	20.0	0.30	0.40	7.40	1.90	0.080	0.120	20	24
3	Песок мелкий	81.3	85.0	0.28	0.30	32.70	2.11	0.002	0.002	35	37

После этого проведены конечноэлементные исследования по выявлению закономерности деформированных состояний грунтов строительной площадки, углы наклонов для теоретического расчета меняются от нуля до  $90^\circ$ . Результаты расчетов по определению деформированных состояний для различных углов заложений слоев приведены далее на рисунках 5.



**Рисунок 5** – Упругая деформация оснований при горизонтальной ( $\varphi = 0$ ) наклонной ( $\varphi = 30^\circ$ ) слоистости

Из эпюр-перемещений рисунка 5 заметим, что максимальная деформация всего тела основания вниз, симметрично вертикальной, наблюдается относительно оси и поверхности основания. Максимальный прогиб вертикальной составляющей центральной точки на земной поверхности фундаментного основания, помеченной черной точкой, составляет  $V = 0.41\text{м}$ .

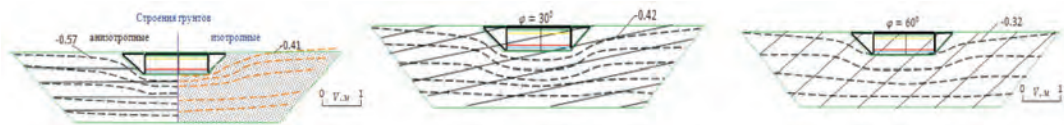
Анализ этих эпюр показывает, что грунты оснований сооружений на строительной площадке в естественно-природном состоянии имеют неоднородные деформации. Чем круче залегание слоев грунта, тем меньше величина деформации. Таким образом, с помощью предложенной новой расчетной модели грунта выяснены закономерности деформированных состояний наклоннослоистого основания сооружений строительной площадки.

**Расчет влияний фундамента на деформацию грунта основания наклонно-слоистого строения.** Переходим ко второй задаче. Для конструктивных элементов фундамента приняты следующие значения физико-механических свойств:  $E = 1.704 - 10^4$  Мпа,  $\nu = 0.25$ ,  $\gamma = 2.5 - 10^2$  Мн/м<sup>3</sup>. Для грунтового основания остаются прежние данные. Для материалов засыпки:  $E = 0.60 - 10^4$  Мпа,  $\nu = 0.28$ ,  $\gamma = 2.3 - 10^2$  Мн/м<sup>3</sup>. Для анализа полей деформации выбираем некоторые характерные расчетные точки. Такие

точки показаны на рисунке 4. Такие три точки, которые находятся на поверхности фундамента, отмечены буквами: «Л» – левая; «Ц» – центральная и «П» – правая, относительно центральной вертикальной оси и их места показаны черными кружочками.

Физико-механические свойства массива: упругие постоянные и объемный вес для массива изотропно строения равны:  $E = 1 \cdot 10^2$  Мпа,  $\nu = 0,2$ ,  $\varphi = 2,0 \cdot 10^{-2}$  МН/м<sup>3</sup>. Такие параметры для массива анизотропного строения соответственно равны:  $E_1 = 0,576 \cdot 10^2$  Мпа,  $E_2 = 0,256 \cdot 10^2$  Мпа,  $\nu_1 = 0,31$ ,  $\nu_2 = 0,28$ ,  $G_2 = 0,12$  Мпа и объемный вес –  $\gamma = 2,2 \cdot 10^{-2}$  МН/м<sup>3</sup>. Для данной расчетной области оставлена прежняя разбивка: 9604 конечные элементы с 9801 узловыми точками. Результаты исследования по определению различных деформированных состояний от собственного веса грунта и фундаментной конструкции показаны на рисунках 6.

Для сравнения отличий грунта изотропного строения от грунтов анизотропного строения, отдельно исследовано деформированное состояние грунта однородного изотропного строения. Физико-механические свойства грунта такого строения приняты:  $E = 0,71 \cdot 10^4$  Мпа,  $\nu = 0,31$ ,  $\gamma = 2,0 \cdot 10^2$  МН/м<sup>3</sup>. Так как при горизонтальной слоистости (угол заложения  $\varphi = 0$ ) область имеет упругую симметрию, поля деформации тоже будут симметричными, а при изотропно однородном грунте тем более будет симметричной. Поэтому ниже, на рисунке 7, показаны на правой половине от оси симметрии – линией красным цветом, эпюры для изотропного варианта, а на левой части – для анизотропного варианта. Хотя грунты имеют примерно одинаковые упругие свойства, из-за слоистости и анизотропии левая часть деформируется больше, чем правая.



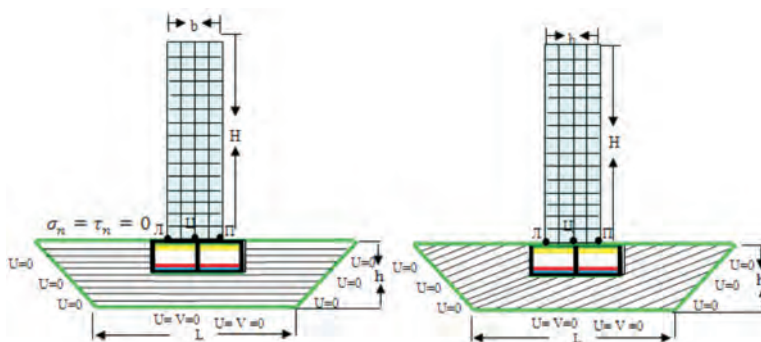
**Рисунок 6** – Эпюры перемещений грунта фундаментного основания и вокруг него; левая часть – грунты анизотропного горизонтально слоистого ( $\varphi = 0$ ), а правая часть – изотропного строения. Средний и правый рисунки соответствуют эпюрам перемещений грунтов наклоннослоистого строения: при  $\varphi = 30^\circ$  и  $\varphi = 60^\circ$ .

Здесь в системе «Фундамент-наклоннослоистое грунтовое основание» наблюдается следующая закономерность. Наибольшие по величине деформации на эпюрах наблюдаются, когда углы наклонов слоев ближе к горизонтальной слоистости. Самая наименьшая деформация имеет место при вертикальной слоистости – при  $\varphi = 90^\circ$ . Таким образом, с помощью предложенной расчетной модели грунта изучены основные закономерности деформационных состояний подфундаментного грунтового основания в зависимости от величины углов наклонов грунтового основания, что столь важно учесть при проектировании фундаментных оснований высотных зданий и сооружений.

**Расчет деформационного состояния системы «здание-фундамент-основание».** Исходные данные задачи для проведения расчетов и алгоритмов вычисления для пяти

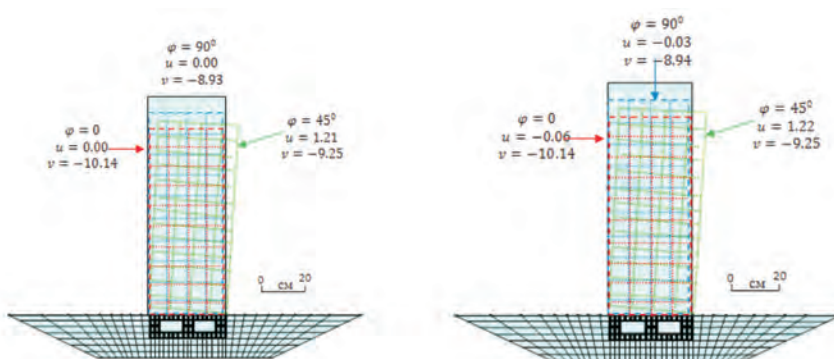


типов нагрузок были изложены во втором разделе. На рисунках 7 показана расчетная область системы, состоящей из здания, фундамента и оснований горизонтального (левый рисунок) и наклоннослоистого (правый рисунок). Черными кружочками на основании зданий показаны выбранные для анализа точки. Здесь же показаны смешанными граничные условия задачи, которые заданы компонентами напряжений  $\sigma_n$ ,  $\tau_n$  для свободной земной поверхности и перемещениями  $u, v$  на боковых границах и на нижнем основании.

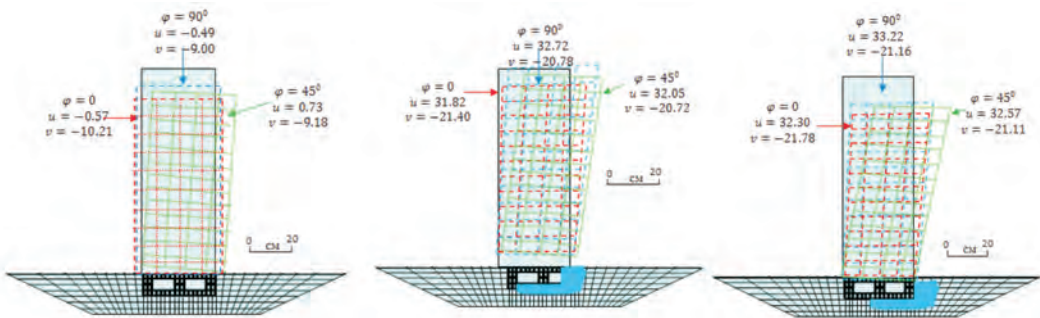


**Рисунок 7** – а – вариант горизонтально слоистые (левый рисунок) и б – наклонно-слоистые основания (правый рисунок)

Из-за большого размера матрицы жесткости системы разработан алгоритм динамического сдвига сегмента оперативной памяти. Анализ полученных результатов показан в виде графиков зависимостей для полей перемещений и эпюр напряжений. Главным фактором, влияющим на величину концентраций напряжений, является угол наклона слоев. Расчеты для всех 5-ти задач проводились с шагом  $\varphi=5^\circ$ . На рисунках 8 и 9 показаны эпюры деформаций в виде компонент перемещений, полученных от действия перечисленных сил, опуская изложения алгоритмов воздействия ветровых сил.



**Рисунок 8** – Левый рисунок – деформированные состояния здания от нагрузок собственного веса, при различных углах наклона плоскости изотропии грунтовых слоев в основании:  $\varphi = 0$ ,  $\varphi = 45^\circ$  и  $\varphi = 90^\circ$ . Правый рисунок – деформированные состояния здания от нагрузки тектонического сжатия при различных углах наклона плоскости изотропии грунтовых слоев в основании:  $\varphi = 0$ ,  $\varphi = 45^\circ$  и  $\varphi = 90^\circ$



**Рисунок 9.** Деформированные состояния здания от нагрузки ее собственного веса и ураганного давления на стену здания с левой стороны при различных углах наклона плоскости изотропии грунтовых слоев в основании:  $\varphi=0$ ,  $\varphi=45^\circ$  и  $\varphi=90^\circ$ ; второй рисунок – деформированные состояния здания с учетом водонасыщенности под фундаментного грунтового основания с правого основания при различных углах наклона плоскости изотропии грунтовых слоев в основании:  $\varphi=0$ ,  $\varphi=45^\circ$  и  $\varphi=90^\circ$ ; третий рисунок – деформированные состояния здания от комплекса воздействия геостатических, гравитационных, тектонических, ветровых нагрузок и водонасыщенности грунтового основания при различных углах наклона плоскости изотропии грунтовых слоев в основании:  $\varphi=0$ ,  $\varphi=45^\circ$  и  $\varphi=90^\circ$

**Заключение.** Изучением и систематизированием физико-механических свойств грунтов неоднородного строения, характерных для стройплощадок города Алматы, последовательно решены задачи об определении НДС на геостатические, гравитационные, тектонические, ветровые и на гидростатические нагрузки.

Выяснено, что значения и характер деформации нетронутого грунта изотропного и анизотропного строения отличаются. Во всех вариантах проникание воды к основанию здания приводит к отклонению ее от центра тяжести. Такой сценарий наблюдался во время обрушения домов микрорайона «Бесоба» города Караганды. Результаты наших расчетов совпадают с величиной накренения на 32 см 9-ти этажного дома в микрорайоне Алгабас-6 (Зердели) города Алматы.

Установлено, что наибольшую опасность к обрушению здания представляет скрытое проникание воды к области основания фундамента.

Таким образом, проведенные исследования современными методами механико-математического моделирования и численных методов расчета, совпадение результатов (34 см) с наблюдаемыми (32 см) и измеренными величинами накренения зданий домов «Зердели» города Алматы показывают высокую достоверность полученных результатов.

Итог проведенных исследований и их анализ позволяет в следующем шаге разработать математическую модель управления состоянием устойчивости высотных зданий и сооружений.

## ЛИТЕРАТУРА

1 История катастрофы. Обрушение за 20 секунд торгового центра в Корее. 1 июля 2014г. [polit.info/2037-obrushenie-za-...sekund-katastrofa-v...](http://polit.info/2037-obrushenie-za-...sekund-katastrofa-v...)

2. СНИП 2.01.07-85. Нагрузки и воздействия.
- 3 СНИП 2.02.01-83. Основания зданий и сооружений.
- 4 СНИП РК 3.02-02-2009. Общественные здания и сооружения.
- 5 СП 22.13330.2011 Свод правил «Основания зданий и сооружений». Москва 2011.159 с.
- 6 Бугров А.К., Голубев А.И. Анизотропные грунты и основания сооружений. – Санкт-Петербург: Недра, 1993. – 226 с.
- 7 Бабешко В.А., Волосухин В.А., Дыба В.П. Инженерные методы расчета оползневых склонов и откосов грунтовых плотин. – Краснодар; Новочеркасск, 2013. – 216 с.
- 8 Федулов В.К., Артемова Л.Ю. Проектирование оснований и фундаментов зданий и сооружений. – М.: МАДИ, 2015. – с. 21-52.
- 9 Шулятьев О.А. Фундаменты высотных зданий // Вестник ПНИПУ. – М., 2014. – №4. – с. 12-17.
- 10 Леденёв В.В., Ярцев В.П., Однолько В.Г. Испытание грунтовых оснований, материалов и конструкций. – Тамбов: Изд-во ТГТУ, 2014.– 240 с
- 11 Антонов В.М. Экспериментальные исследования армированных оснований. – Тамбов: Издательство ТГТУ, 2011. – 80 с.
- 12 Behzad Kalantari Foundations on Expansive Soils: A Review. Article (PDF Available) in Research Journal of Applied Sciences, Engineering and Technology 4(18) · September 2012. pp. 3231-3237
- 13 J. Q. Liu and J. L. Liu, “Character of the Lateral Displacement of Soft Soil Foundation under Embankment”, Advanced Materials Research, Vols. 197-198, pp. 987-991, 2011
- 14 X.S. Chenga, G. Zhenga, Y. Diaoa, T.M. Huang, C.H. Denga, Y.W. Leia, H.Z. Zhou. Study of the progressive collapse mechanism of excavations retained by cantilever contiguous piles // Engineering Failure Analysis. 2016. №72. pp. 73-78
- 15 Akbar Pirmoz, Min (Max) Liu. Finite element modeling and capacity analysis of post-tensioned steel frames against progressive collapse// Engineering structures. 2016. №126. Pp. 446–456.
- 16 Amir Hossein Arshian, Guido Morgenthal. Three-dimensional progressive collapse analysis of reinforced concrete frame structures subjected to sequential column removal// Engineering structures. 2017. №132. Pp. 87–97.
- 17 Ержанов Ж.С., Айталиев Ш.М., Масанов Ж.К. Сейсмонапряженное состояние подземных сооружений в слоистом анизотропном массиве. – Алма-Ата: Наука, 1980. – с. 96–102.
- 18 Баймахан Р.Б. Расчет сейсмонапряженного состояния подземных сооружений в однородной толще методом конечных элементов – Алматы, 2002. – с. 13 -74.
- 19 Шехтер О.Я. Расчет бесконечной фундаментной плиты, лежащей на упругом основании конечной и бесконечной мощности и нагруженной сосредоточенной силой // Труды НИИ фундаментостроя. – М.: Госстройиздат, 1939. – №10. – С. 133-139.

## REFERENCES

- 1 Istoriya katastrofy. Obrushenie za 20 sekund trgovogo centra v Koree. 1 iyulya 2014g. polit.info>2037-obrushenie-za...sekund-katastrofa-v...
- 2 SNiP 2.01.07-85. Nagruzki i vozdeystviya.
- 3 SNiP 2.02.01-83. Osnovaniya zdaniy i sooruzhenij.
- 4 SNiP RK 3.02-02-2009. Obshchestvennye zdaniya i sooruzheniya.
- 5 SP 22.13330.2011 Svod pravil «Osnovaniya zdaniy i sooruzhenij». Moskva 2011.159 s.
- 6 Bugrov A.K., Golubev A.I. Anizotropnye grunty i osnovaniya sooruzheniya. – Sankt-Peterburg: Nedra, 1993. – 226 с.

7 Babeshko V.A., Volosuhin V.A., Dyba V.P. Inzhenernye metody rascheta opolznevyyh sklonov i otkosov gruntovyh plotin. – Krasnodar; Novocherkassk, 2013. – 216 c.

8 Fedulov V.K., Artemova L.YU. Proektirovanie osnovanij i fundamentov zdaniy i sooruzhenij. – M.: MADI, 2015. – s. 21-52.

9 SHulyat'ev O.A. Fundamenty vysotnyh zdaniy // Vestnik PNIPU. – M., 2014. – №4. – s. 12-17.

10 Ledenyov V.V., YArcev V.P., Odnol'ko V.G. Ispytanie gruntovyh osnovanij, materialov i konstrukcij. – Tambov: Izd-vo TGTU, 2014.– 240 c

11 Antonov V.M. Eksperimental'nye issledovaniya armirovannyh osnovanij. – Tambov: Izdatel'stvo TGTU, 2011. – 80 c.

12.Behzad Kalantari Foundations on Expansive Soils: A Review. Article (PDF Available) in Research Journal of Applied Sciences, Engineering and Technology 4(18) • September 2012. pp. 3231-3237

13 J. Q. Liu and J. L. Liu, “Character of the Lateral Displacement of Soft Soil Foundation under Embankment”, Advanced Materials Research, Vols. 197-198, pp. 987-991, 2011

14 X.S. Chenga, G. Zhenga, Y. Diaoa, T.M. Huanga, C.H. Denga, Y.W. Leia, H.Z. Zhou. Study of the progressive collapse mechanism of excavations retained by cantilever contiguous piles // Engineering Failure Analysis. 2016. №72. pp. 73-78

15 Akbar Pirmoz, Min (Max) Liu. Finite element modeling and capacity analysis of post-tensioned steel frames against progressive collapse// Engineering structures. 2016. №126. Pp. 446–456.

16 Amir Hossein Arshian, Guido Morgenthal. Three-dimensional progressive collapse analysis of reinforced concrete frame structures subjected to sequential column removal// Engineering structures. 2017. №132. Pp. 87–97.

17 Erzhanov ZH.S., Ajtaliev SH.M., Masanov ZH.K. Sejsmonapryazhennoe sostoyanie podzemnyh sooruzhenij v sloistom anizotropnom massive. – Alma-Ata: Nauka, 1980. – s. 96–102.

18 Bajmahan R.B. Raschet sejsmonapryazhennogo sostoyaniya podzemnyh sooruzhenij v neodnorodnoj tolshche metodom konechnyh elementov – Almaty, 2002. – s. 13 -74.

19 SHekhter O.YA. Raschet beskonechnoj fundamentnoj plity, lezhashchej na uprugom osnovanii konechnoj i beskonechnoj moshchnosti i nagruzhennoj sosredotochennoj siloj // Trudy NII fundamentstroya. – M.: Gosstrojizdat, 1939. – №10. – S. 133-139.

**Р. Б. БАЙМАХАН<sup>1</sup>, А. Р. БАЙМАХАН<sup>2</sup>, А. А. СЕЙНАСИНОВА<sup>3</sup>,  
Г. М. БАЙМАХАНОВА<sup>4</sup>, З. М. АБДИАХМЕТОВА<sup>2</sup>**

<sup>1</sup> Академик У.А.Жолдасбеков атындағы механика және инженерлік ғылымдар институты, Алматы, Қазақстан

<sup>2</sup> әл-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университеті, Алматы, Қазақстан,

<sup>3</sup> Азаматтық авиация академиясы, Алматы, Қазақстан

<sup>4</sup> Оңтүстік Қазақстан мемлекеттік педагогикалық университеті,  
Шымкент, Қазақстан

**АНИЗОТРОПТЫ ҚҰРЫЛЫМ НЕГІЗІНДЕГІ ҚҰРЫЛЫСТАРДЫҢ  
ҚИСАЮЫН ЗЕРТТЕУ ЖӘНЕ МАТЕМАТИКАЛЫҚ МОДЕЛДІ ҚҰРУ**

*Қысқаша шолу әлемдегі заманауи көп қабатты үйлердің құлауынан туындаған орасан зор*

залал проблемасының жай-күйін және осыған байланысты анизотропты құрылымның жер негіздерін білмеуін көрсетеді.

Күрделі анизотропты құрылымы бар топырақ ортасының есептеу математикалық моделі және оны практикалық есептеулерде қолдану алгоритмдері ұсынылған.

Зерттеу нәтижелері және оларды талдау, сондай-ақ жүйенің базалық-іргетас пен ғимараттардан тұратын деформацияланған қисаю күйінің заңдылықтары, күрделі көлбеу қабатты негіздің бұрыштарының мәніне байланысты келтірілген. Кестелер түрінде және көптеген суреттерде Қазақстанның ірі қалаларында болған ғимараттар мен құрылыстардың еңкейтудің негізгі заңдылықтары, мысалы, Алматы қаласында көрсетілген.

**Түйін сөздер:** топырақ, анизотропия, модель, деформация, негіз, құлау, қирау.

**R. B. БАЙМАХАН<sup>1</sup>, A. R. БАЙМАХАН<sup>2</sup>, A. A. СЕИНАСИНОВА<sup>3</sup>,  
G. M. БАЙМАХАНОВА<sup>4</sup>, Z. M. АБДИАХМЕТОВА<sup>2</sup>**

<sup>1</sup>*Institute of Mechanics and Engineering Science named after academician  
U.A.Zholdasbekov, Almaty, Kazakhstan,*

<sup>2</sup>*Kazakh National University named after al - Farabi, Almaty, Kazakhstan,  
baimahan-aigerim@mail.ru*

<sup>3</sup>*Academy of Civil Aviation, Almaty, Kazakhstan,*

<sup>4</sup>*South Kazakhstan State Pedagogical University, Shymkent, Kazakhstan,*

## **DEVELOPMENT OF A MATHEMATICAL MODEL AND RESEARCH OF THE INCLINATION OF A BUILDING ON A GROUND BASIS OF ANISOTROPIC STRUCTURE**

*A brief overview shows the state of the problem of the huge damage caused by the collapse of modern high-rise buildings in the world and, in this regard, the lack of knowledge of the ground bases of an anisotropic structure.*

*A computational mathematical model of a soil medium with a complex anisotropic structure and algorithms for its application in practical calculations are proposed.*

*The results of the research and their analysis are presented, as well as the regularities of the deformed tilted state of the system consisting of the base-Foundation and buildings, depending on the value of the angles of a complex inclined layered base. In the form of tables and a large number of drawings, the main patterns of tilting of buildings and structures that took place in large cities of Kazakhstan are shown, for example, in the city of Almaty.*

**Keywords:** soils, anisotropy, model, deformation, base, collapse, destruction.



**М. Е. БАЙМУРЗИНОВ\*, А. А. ДУПИК, А. Т. БЕКТЕМЕСОВ**

*Казахстанско-Британский технический университет, Алматы, Казахстан*

*Университет «Туран», Алматы, Казахстан*

*Казахстанский инженерно-технологический университет, Алматы, Казахстан*

## **ИСПОЛЬЗОВАНИЕ МЕТОДА MODEL CHECKING ДЛЯ ВЫЯВЛЕНИЯ УЯЗВИМОСТЕЙ В ВЕБ-ПРИЛОЖЕНИЯХ**

*На сегодняшний день имеется очень много веб-приложений, которые содержат ошибку в логике работы. Большинство данных уязвимостей могут быть устранены при автоматизированном тестировании, кроме тех, что заключены в логике приложения.*

*Для выявления данных ошибок логики следует использовать формальные методы проверки. В данном случае в этой работе для проверки и выявления уязвимости в приложении был использован метод автоматической формальной верификации параллельных систем с конечным числом состояний. Для достижения этих задач была построена модель в утилите Spin, произведена верификация и получены результаты. Тем самым была произведена попытка демонстрации одной из уязвимостей в алгоритме веб – приложения.*

**Ключевые слова:** *верификация, проверка алгоритма, веб-приложение, безопасность приложения, логические ошибки, параллельные процессы, утилита Spin, model checking.*

**Введение.** В эпоху стремительного развития информационных технологий появляются все более новые технологии, методы и инструменты разработки программного обеспечения, утилит, приложения, которые основаны на быстрой и эффективной разработке, но в этом случае может пострадать корректность работы приложения. Неправильная логика работы и ошибки могут повлиять на безопасность, тем самым создав уязвимость в приложении. Поэтому тестирование и проверка приложений на наличие ошибок является важным этапом перед выпуском программного обеспечения. Но автоматизированное тестирование не гарантирует, что все ошибки будут выявлены, а ручной подход поиска ошибок может занять большое количество времени и ресурсов. В данном случае нам может помочь метод верификаций под названием Model Checking. Метод Model Checking позволяет нам построить модель программы и проверить ее на выполнение той или иной логики. Одним из преимуществ данного метода является то, что он может быть полностью автоматизирован [1]. Рассмотрим данный метод относительно веб-приложений, поскольку на сегодняшний день веб-приложения являются одними из привлекательнейших целей для кибератак. По данным Symantec, более 200 атак совершаются каждый день на веб-сайты, и часть этих сайтов имеют ряд незалатанных уязвимостей [2]. Уязвимости в веб-приложениях, кроме логики приложения, могут касаться серверной и клиентской части. Если рассматривать литературу по выявлению и предотвращению уязвимостей, можно рассмотреть следующих авторов: Wang [3] рассмотрел различные виды атак на веб-приложения, такие как Cross Site Request Forgery, PHP Injection. И предлагает методы поиска уязвимостей веб-приложений с помощью использования сканирования угроз.

---

\* E-mail корреспондирующего автора: [muhambet20111@gmail.com](mailto:muhambet20111@gmail.com)



Следующий автор – Divyaniyadav Gupta – предлагает обеспечить безопасность коммерческих веб-приложений и базы данных от SQL+ инъекций и Cross Site Scripting путем шифрования, контроля доступа и ошибок [4]. Если рассматривать защиту локального хранилища браузера, то автор предлагает использовать аналитику кода и валидацию входных данных, полученных из IndexedDB, для защиты от межсайтового скриптинга [5].

Кроме этого, автором Takamatsu предлагаются различные методы защиты от захвата клика, один из них – использование заголовков X-Frame-Options со стороны сервера, который может разрешать или запрещать отображение страницы внутри фрейма [6].

Однако у данных авторов не затрагиваются проблемы и методы поиска ошибок и уязвимостей относительно логики и алгоритма веб-приложения. Для решения проблем в логике приложения можно рассмотреть работы в области верификаций. Одной из таких работ являются исследования и применение метода Model Checking в работе Карпова Ю.Г. [7]. В данной работе можно заметить доказательства некорректности через контрпримеры в логике многих алгоритмах. Кроме того, автор использует контрпримеры для нахождения искомого пути в решении задач бизнес-процессов, логических задач и задач криптографий. Но автором не затрагивается использование данного метода в области веб - приложений. Из этого можно сделать вывод, что уделяется мало внимания именно верификации веб- приложений. Таким образом, нам необходимо проверить, выполняется ли на нашей построенной формальной модели веб-приложения заданное условие, а затем проанализировать вывод программы на наличие ошибок, некорректностей, приводящих к уязвимости.

**Метод исследования.** Нашей задачей в этом исследовании является нахождение некорректной работы веб-приложения, связанное с логикой. Для нахождения таких ошибок и некорректностей используются различные подходы. Проанализировав различные методы и подходы, можно выделить несколько. Первым делом рассмотрим вариант тестирования на безопасность, этот вид тестирования позволяет выявить уязвимости от различных информационных угроз, приводящих к изменению логики приложения, но данный вид тестирования подходит только для выявления уязвимостей уже по известному списку угроз. Следующий вид тестирования – это функциональное тестирование, для которого могут использоваться инструменты ручного и автоматизированного тестирования. Данный вид тестирования позволяет имитировать фактическое использование системы, выявить ошибки и сравнить фактический и расчетный ожидаемый результат. Хотя в данном случае этот подход также не подходит, поскольку он рассматривает внешнее поведение системы. Тем самым упускается возможность выявления логических ошибок. Также можно рассмотреть статический анализ, который позволяет выявить очень много различных дефектов. Однако этот вид тестирования слаб в нахождении ошибок в параллельных программных системах или продуктах, и при этом выдается большое количество ложноположительных срабатываний. Конечным итогом был выбран метод верификаций *model checking*, который позволит нам проверить формальную модель работы приложения.

Преимуществом этого метода перед вышеизложенными методами и подходами является то, что данный метод ориентирован на нахождение ошибок и несоответ-

ствий в логике приложений, а также отлично подходит для проверки параллельных систем.

Для проведения исследования был выбран инструмент верификации SPIN, это утилита использует язык мета процессов, что позволяет автоматизировать процесс проверки.

Суть исследования заключается в том, что у нас имеется веб-приложение, а именно Интернет - магазин для продажи определённого товара. Поскольку это веб-приложение, посетители получают доступ к приложению через запрос к веб-серверу. Кроме продажи товаров, в этом Интернет - магазине имеется возможность активации купона на снижение стоимости товара.

Рассмотрим шаги алгоритма работы.

Покупатель заходит на сайт

Вводит код купона

Идет запрос на веб-сервер

Проверка баланса купона

Если проверка пройдена, с текущей цены товара вычитается значение купона

Купон обнуляется

Мы будем проверять данный алгоритм работы на поиск недочетов путем верификаций методом Model Checking. Построим нашу формальную модель в Spin для верификаций.

*Формальный модель на языке Promela:*

```
int product_cost = 600 // стоимость товара
int coupon_balance = 100; // купон

proctype request_1(){
if ::(coupon_balance == 100) ->
    product_cost = product_cost - coupon_balance;
    coupon_balance == coupon_balance - 100;
::else -> skip;
fi }

proctype request_2(){
if ::(coupon_balance == 100) ->
    product_cost = product_cost - coupon_balance;
    coupon_balance == coupon_balance - 100;
::else -> skip;
fi }

proctype request_3() {
if ::(coupon_balance == 100) ->
    product_cost = product_cost - coupon_balance;
    coupon_balance == coupon_balance - 100;
::else -> skip;
fi }
```

```

init {
run request_1();
run request_2();
run request_3();
}
    
```

После построения модели, необходимо задать с помощью операторов LTL следующие условия: среди всех возможных сценарий не существует такого пути, который не снизит стоимость товара на 300 при балансе 100. Если такой сценарий возможен, то Spin выдаст контрпример, который и является искомым способом снизить стоимость.

**Результат.** После верификаций выдан результат, что существует такой путь выполнения, по которому стоимость товара снизится в 3 раза, используя лишь один купон. Проанализировав выданный отчет программы, можно сделать вывод, что уязвимость заключается в некорректной обработке параллельных запросов. Разберем некорректность алгоритма более подробно.

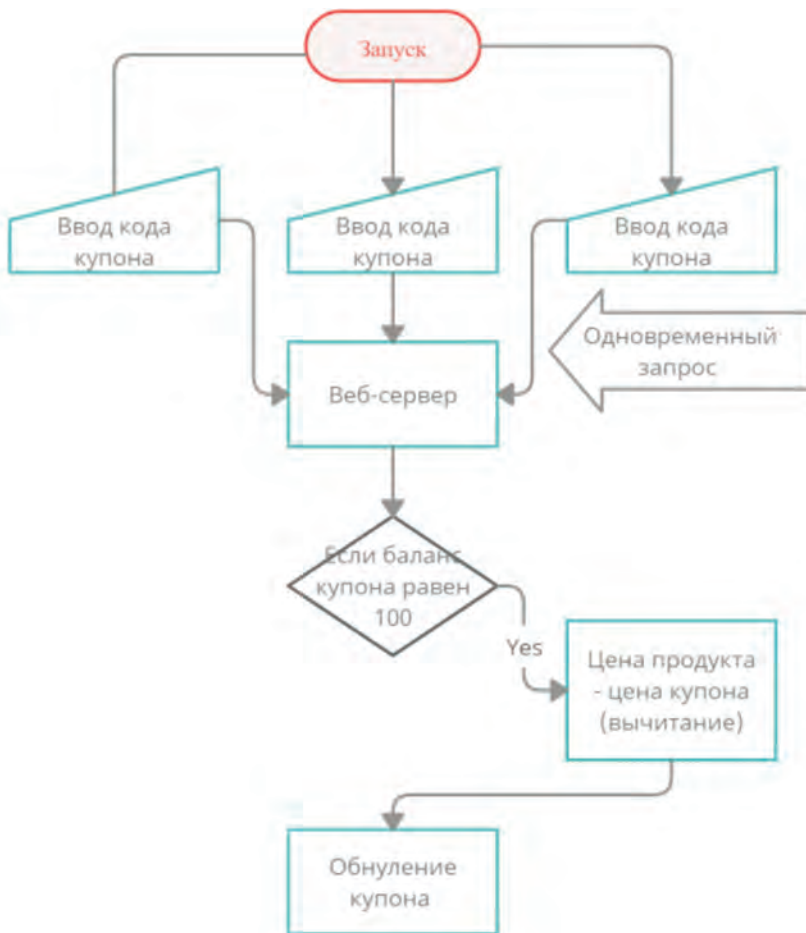


Рисунок 1 – Блок-схема работы алгоритма

Представим, что злоумышленник зашел на сайт Интернет - магазина, который обслуживается сервером Dell PowerEdge R330 с установленным на нем одной из самых используемых сети веб-серверов Apache HTTP-сервер. Веб-сервер обрабатывает запросы последовательно, а также может иметь расширение многопроцессорных модулей (MPM), которые позволяют создавать дочерние потоки для обработки нескольких запросов.

Но при этом злоумышленник, не имея информации о веб-сервере, может успешно эксплуатировать уязвимость путем некоторых попыток. Для этого он использует программное обеспечение, которое позволит создать несколько запросов одновременно, в нашем случае – три запроса на активацию одного и того же купона, поскольку из-за специфики протоколов верхнего уровня запросы не всегда последовательны, и временной диапазон обработки может занимать несколько миллисекунд, а наличие многопроцессорного модуля позволяет выполнять многопоточковые запросы.

Таким образом, эти запросы могут обрабатываться серверной стороной почти параллельно с разницей в миллисекунды. В таком случае все три запроса могут выполнить условия проверки одновременно. Следовательно, в это время баланс в трех запросах будет равен 100, что позволит выполниться условию во всех трех запросах в соответствие с рисунком №1. Как следствие, купон снизит стоимость товара в три раза, что не было предусмотрено изначально в алгоритме. Исходя из вышеизложенного, можно сделать вывод, что метод Model Checking позволил нам найти непредвиденный сценарий работы алгоритма, который может привести к эксплуатации злоумышленником.

Для решения вышеприведенной проблемы может быть использовано свойство под названием «взаимное исключение», суть которой заключается в том, что доступ к объекту может быть только у одного запроса. Обеспечить такой механизм защиты возможно при помощи использования возможностей серверного языка программирования.

**Заключение.** Подводя итоги исследования и анализа, можно отметить то, что существуют различные методы и подходы проверки программного обеспечения и приложений. Каждые из них имеют свои преимущества и недостатки. В нашем случае мы рассмотрели метод верификаций Model Checking, который позволил нам выявить недостаток в логике работы веб-приложения. Кроме этого, был предложен вариант решения данной проблемы. В дальнейшем метод Model Checking хорошо применим для поиска ошибок в различных модулях веб-серверов и клиентов, поскольку сфера веб расширяется и дополняется все более новыми технологиями, использующими многопоточность.

## ЛИТЕРАТУРА

1 Э. М. Кларк, О. Грамберг, Д. Пелед Верификация моделей программ: Model Checking, Издательство: Московский центр непрерывного математического образования. 2002 г.

2 Huang, Hsiu Chuan Zhang, Zhi Kai Cheng, Hao Wen Shieh, Shiuhyng Winston, “Web Application Security: Threats, Countermeasures, and Pitfalls”, Computer, vol. 50, October 2017.

3 Wang, Bin Liu, Lu Li, Feng Zhang, Jianye Chen, Tao Zou, Zhenwan, “Research on Web Application Security Vulnerability Scanning Technology”, Proceedings of 2019 IEEE 4th Advanced Information Technology, Electronic and Automation Control Conference, IAEAC 2019, July 2019.

4 Divyaniyadav Gupta, Deeksha Singh, Dhananjay Kumar, Devendra Sharma, Upasana, “Vulnerabilities and security of web applications”, 2018 4th International Conference on Computing Communication and Automation, ICCCA 2018, July 2018.

5 Kimak, Stefan Ellman, Jeremy Laing, Christopher, “An Investigation into Possible Attacks on HTML5 Index

Telecommunications, Networking and Broadcasting, Liverpool, UK, July 2012.

6 Takamatsu, Yusuke Kono, Kenji, “Clickjuggler: Checking for incomplete defenses against clickjacking”, 2014 12th Annual Conference on Privacy, Security and Trust, PST 2014, July 2014.

7 Юрий Карпов: Model Checking. Верификация параллельных и распределенных программных. Издательство: BHV, 2010 г.

#### REFERENCES

1 E. M. Klark, O. Gramberg, D. Peled Verifikaciya modelej programm: Model Checking, Izdatel'stvo: Moskovskij centr nepreryvnogo matematicheskogo obrazovaniya. 2002 g.

2 Huang, Hsiu Chuan Zhang, Zhi Kai Cheng, Hao Wen Shieh, Shihpyng Winston, “Web Application Security: Threats, Countermeasures, and Pitfalls”, Computer, vol. 50, October 2017.

3 Wang, Bin Liu, Lu Li, Feng Zhang, Jianye Chen, Tao Zou, Zhenwan, “Research on Web Application Security Vulnerability Scanning Technology”, Proceedings of 2019 IEEE 4th Advanced Information Technology, Electronic and Automation Control Conference, IAEAC 2019, July 2019.

4 Divyaniyadav Gupta, Deeksha Singh, Dhananjay Kumar, Devendra Sharma, Upasana, “Vulnerabilities and security of web applications”, 2018 4th International Conference on Computing Communication and Automation, ICCCA 2018, July 2018.

5 Kimak, Stefan Ellman, Jeremy Laing, Christopher, “An Investigation into Possible Attacks on HTML5 Index

Telecommunications, Networking and Broadcasting, Liverpool, UK, July 2012.

6 Takamatsu, Yusuke Kono, Kenji, “Clickjuggler: Checking for incomplete defenses against clickjacking”, 2014 12th Annual Conference on Privacy, Security and Trust, PST 2014, July 2014.

7 YUrij Karpov: Model Shecking. Verifikaciya paralel'nyh i raspredelennyh programmnyh Izdatel'stvo: BHV, 2010 g.

***М. Е. БАЙМУРЗИНОВ, А.А. ДУПИК, А.Т БЕКТЕМЕСОВ***

*Қазақстан-Британ техникалық университеті, Алматы, Қазақстан*

*Тұран университеті, Алматы, Қазақстан*

*Қазақстан инженерлік-технологиялық университеті, Алматы, Қазақстан*

#### **ВЕБ-ҚОСЫМШАЛАРДАҒЫ ОСАЛДЫҚТАРДЫ АНЫҚТАУ ҮШІН MODEL CHECKING ӘДІСІН ҚОЛДАНУ**

*Бүгінгі таңда жұмыс логикасында қатесімен көптеген веб-қосымшалар бар. Бұл осалдықтардың көпшілігін қосымшаның логикасында көрсетілгеннен басқа автоматтандырылған тестілеу арқылы алдын алуға болады.*

Логикалық қателерді анықтау үшін формальды тексеру әдістерін қолдану керек. Осы жұмыста осалдықты тексеріп анықтау үшін соңғы күйлері бар параллель жүйелерді автоматты формальды түрде тексеру әдісі қолданылды. Осы мақсаттарға қол жеткізу үшін Spin утилитасында модель құрылды, верификация жүргізілді және нәтижелер алынды. Осылайша, веб-қосымшаның алгоритміндегі осалдықтардың бірін көрсетуге әрекет жасалды.

**Түйін сөздер:** верификация, алгоритмді тексеру, веб қосымшасы, қосымшаның қауіпсіздігі, логикалық қателер, параллель процестер, Spin утилитасы, Model Checking.

**M.E. BAIMURZINOV, A.A. DUPIK, A.T. BEKTEMESOV**

*Kazakh-British Technical University, Almaty, Kazakhstan,  
Turan University, Almaty, Kazakhstan,  
Kazakhstan Engineering Technological University, Almaty, Kazakhstan*

### **USING THE MODEL CHECKING METHOD TO IDENTIFY VULNERABILITIES IN WEB APPLICATIONS**

*To date, there are a lot of web applications that contain an error in the logic of work. Most of these vulnerabilities can be eliminated with automated testing, except for those that are enclosed in the application logic.*

*Formal verification methods should be used to identify these logic errors. In this article, was used the method of automatic formal verification of parallel systems with a finite number of states to check and identify vulnerabilities in the application. To accomplish these tasks, a model was built in the Spin utility, verification was performed and results were obtained. Thus, an attempt was made to demonstrate one's of the vulnerabilities in the algorithm of the web application.*

**Keywords:** *verification, algorithm check, web application, application security, logical errors, parallel processes, Spin utility, Model Checking.*



**S. S. BRIMZHANOVA<sup>1,2\*</sup>, A. A. AKHMADIYA<sup>3,4</sup>, N. NABIYEV<sup>3</sup>,  
KH. MOLDAMURAT<sup>4</sup>**

<sup>1</sup>*NPLC«A. Baitursynov Kostanay Regional University», Kostanay, Kazakhstan*

<sup>2</sup>*Kostanay Academy of the Ministry of Internal Affairs of the Republic of Kazakhstan  
named after Shrakbek Kabylbaev, Kostanay, Kazakhstan*

<sup>3</sup>*S.Seifullin Kazakh Agrotechnical University, Nur-Sultan, Kazakhstan*

<sup>4</sup>*L.N. Gumilyov Eurasian National University, Nur-Sultan, Kazakhstan*

## **DETERMINATION OF THE EARTHQUAKE EPICENTER USING THE MAXIMUM DISPLACEMENT METHOD OBTAINED BY SENTINEL-1A/B DATA VIA ESA SNAP SOFTWARE**

*This article discusses a method for determining an earthquake's epicenter using modern radar data from the Sentinel-1A/b remote sensing satellite. To determine the epicenter of the earthquake, finding the maximum displacement from the radar image data was used. The displacement (displacement) of the earth's crust was obtained by processing on the ESA SNAP software. Two earthquakes that occurred in 2020 were studied to determine the epicenters in the ascending and descending orbits of the satellite. These earthquakes occurred in Western Xizang, China, and Doganyol, Turkey. The maximum deviation from the epicenter's officially registered coordinates was 15.6 km for Doganyol and 3.2 km for the West Xinjiang Earthquake.*

**Keywords:** *Displacement, Radar image processing, Phase difference, artificial intelligence, Interferometric processing, Earthquake Epicenter.*

**Introduction.** The concept of artificial intelligence and machine learning to help analysts do their jobs faster is discussed in the geospatial industry, but often only in the context of looking at a single image. What happens when an analyst receives up to fifteen images of the same area every day, while being responsible for monitoring several locations at once? When huge amounts of geospatial data arrive on a daily basis, even an entire team of analysts cannot scrutinize all the details. That's why artificial intelligence must become part of every analyst's workflow.

The deep learning capabilities of artificial neural networks allow them to be applied in various fields. In [1] the authors give an overview of deep learning methods of artificial neural networks and a brief review of works on the application of artificial neural networks in solving a number of applications, including the processing of remote sensing data obtained using unmanned aerial vehicles. In [2], a method for recognizing buildings on satellite images, based on the use of a fuzzy neural network for classification and the proposed set of informative features for constructing a rule base is presented. The best segmentation result has been obtained using a combined method consisting in the sequential application of the region growth method and fuzzy

---

\* E-mail корреспондирующего автора: [kameshova\\_88@mail.ru](mailto:kameshova_88@mail.ru)

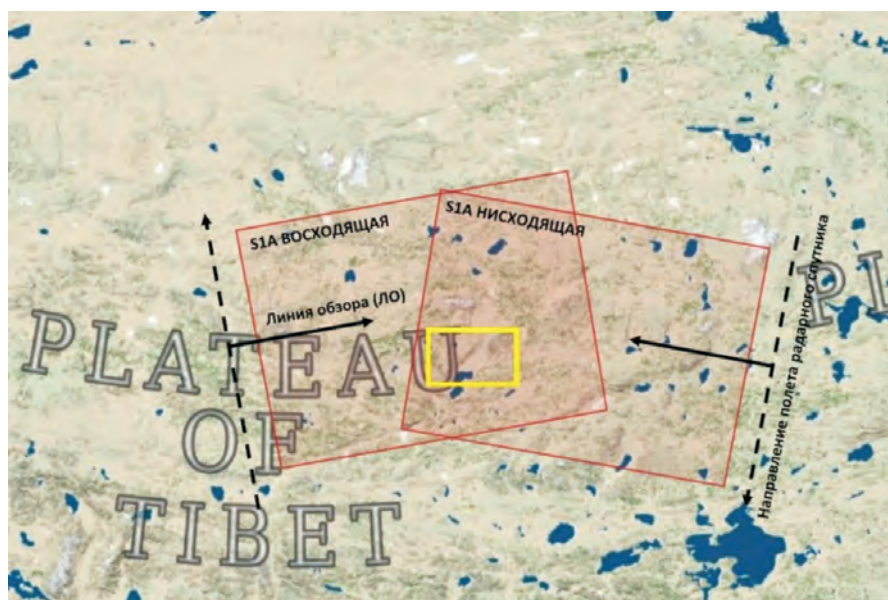
C-means clustering. The application of fuzzy clustering reduces the number of regions and improves the quality of segmentation. It was revealed that in order to improve the quality of segmentation of satellite images it is advisable to perform morphological processing, which provides a reduction in the number of analyzed regions by merging segments and removing irrelevant fragments in terms of the considered problem. The average value of the number of correctly recognized buildings was 86%. Of particular interest is the possibility of applying ultra-precise neural networks based on the YOLO library to solve the problem of detection and recognition of objects using an unmanned aerial vehicle [3]. The authors argue that this algorithm can be used not only within the ground-based processing complex, but also on board an unmanned aerial vehicle, providing a real-time video information processing mode.

Interferometric processing of remote sensing radar data makes it possible to visually detect the earthquake epicenter from the phase image. The results of radar image processing show that the location of the epicenter is visible in the form of repeating linear spectra in the color palette of the phase image [4, 5]. The linear pattern, which has a rainbow pattern characteristic of an earthquake, is concentrated in the epicenter zone in the form of concentric phase transitions, in the center of which as we can assume the center of the earthquake, and it is proportional to the earthquake magnitude. Radar remote sensing satellites Sentinel-1A/B launched since 2014 can be used to determine these earthquake epicenters [6, 7]. The main feature of these remote sensing data Sentinel-1A/B, first, they can be used to detect earthquake epicenter with greater coverage than others and second, they are free for end users. Monitoring of the same area can be repeated every 12 days with the same viewing geometry or angle. The epicenter of an earthquake is more easily detected than those caused by landslides and land subsidence [8-10]. The obtained radar images can be processed by special software such as ROI\_PAC, GMTSAR, GAMMA, ENVI SARscape, ESA SNAP [11-14]. Some software is licensed for more than \$10,000 and may not be available to the end user. On the contrary, ESA SNAP open source software developed by the European Space Agency and being in free access can be successfully used for earthquake epicenter determination [15]. In the future, we will use it to determine the location of the earthquake epicenter and develop an algorithm for the sequence of steps in the processing of Earth remote sensing radar data.

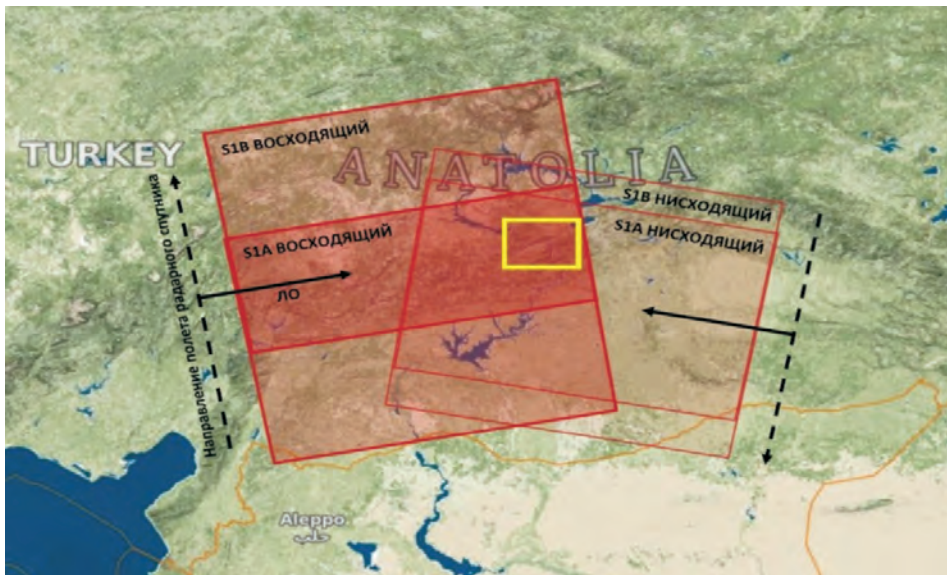
**Data for the study.** Two earthquakes are being studied. The first one was in Turkey near Doganjol on January 24, 2020. The second was in China, western Xinjiang the same year on July 22. They were with magnitudes M6.7 and 6.3. Sentinel-1 remote sensing radar data before- and after the earthquake were used to create a VV polarization phase difference with its topographic component subtracted (Figures 3-8). Sentinel-1A/B remote sensing radar data satellites operate at a wavelength of approximately 5.6 cm. Sentinel-1A and Sentinel-1B radar remote sensing data were used with ascending and descending orbits for two earthquakes (see Table 1). All these data were downloaded from <https://scihub.copernicus.eu/>. These data were obtained for the territory of Turkey and Western Xinjiang, which is shown in Fig.1, 2.

**Table 1** – Satellite data

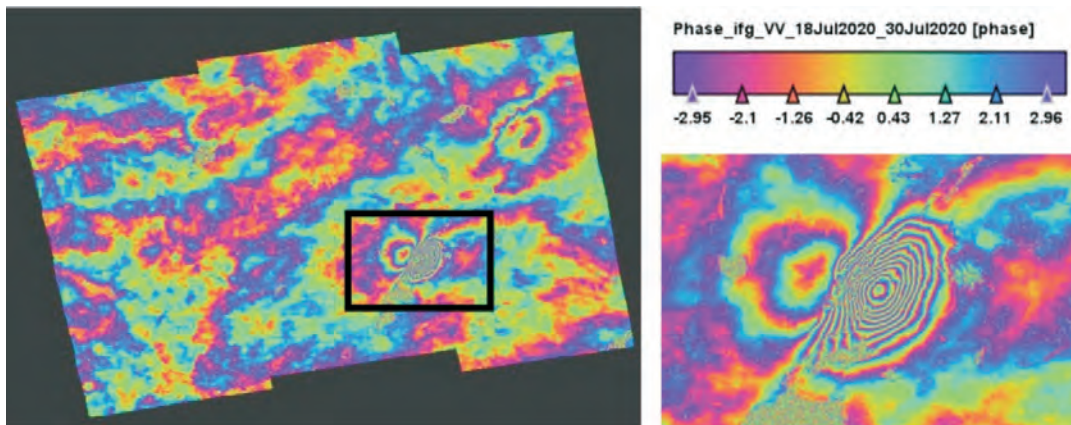
№	Study area	Date	Orbit	Data from remote sensing radar satellites
1	China, Eastern Xinjiang	18.07.2020	Rising	S1A_IW_SLC__1SDV_20200718T121528_20200718T121555_033509_03E207_57A0
2		30.07.2020		S1A_IW_SLC__1SDV_20200730T121529_20200730T121556_033684_03E765_141D
3		14.07.2020	Descending	S1A_IW_SLC__1SDV_20200714T000951_20200714T001018_033443_03E012_72CA
4		28.07.2020		S1A_IW_SLC__1SDV_20200726T000952_20200726T001019_033618_03E572_17E0
5	Turkey, Doganjol	15.01.2020	Rising	S1A_IW_SLC__1SDV_20200115T152550_20200115T152618_030813_0388EA_9B20
6		27.01.2020		S1A_IW_SLC__1SDV_20200127T152550_20200127T152618_030988_038F14_4686
7		16.01.2020	Descending	S1A_IW_SLC__1SDV_20200116T032559_20200116T032627_030820_038928_F5DC
8		28.02.2020		S1A_IW_SLC__1SDV_20200128T032559_20200128T032627_030995_038F51_7D4F
9		21.01.2020	Rising	S1B_IW_SLC__1SDV_20200121T152522_20200121T152549_019917_025AC5_405C
0		02.02.2020		S1B_IW_SLC__1SDV_20200202T152522_20200202T152549_020092_02606E_C4D
1		22.01.2020	Descending	S1B_IW_SLC__1SDV_20200122T032514_20200122T032541_019924_025B00_46C6
2		03.02.2020		S1B_IW_SLC__1SDV_20200203T032513_20200203T032540_020099_0260A8_412D



**Figure 1** – Area of interest (yellow square outline) and trace of selected Sentinel-1A master scenes for both ascending and descending orbits. West Xizan, China.



**Figure 2** – Area of interest (yellow square outline) and trace of the selected master scenes of Sentinel-1A/B for both ascending and descending orbits. Doganjol, Turkey.



**Figure 3** – Image of the phase difference of Sentinel-1A data for the earthquake in Western Xinjiang, China (ascending orbit).

Six interferometric pairs of Sentinel-1 data were obtained using ESA SNAP software (Figure 3-8):

- 1) the first pair of dates: July 18 and July 30, 2020.
- 2) Second pair of dates: July 14 and July 26, 2020.
- 3) Third pair of dates: January 15 and January 27, 2020.
- 4) Fourth pair of dates: January 16 and January 28, 2020.
- 5) Fifth pair of dates: January 21 and February 2, 2020.
- 6) Sixth pair of dates: January 22 and February 3, 2020.



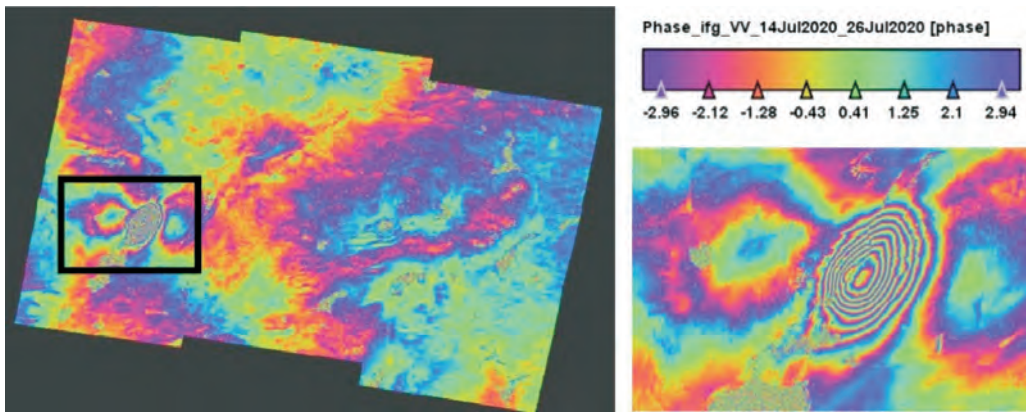


Figure 4 – Image of Sentinel-1A data phase difference for earthquake in Western Xinjiang, China (descending orbit).

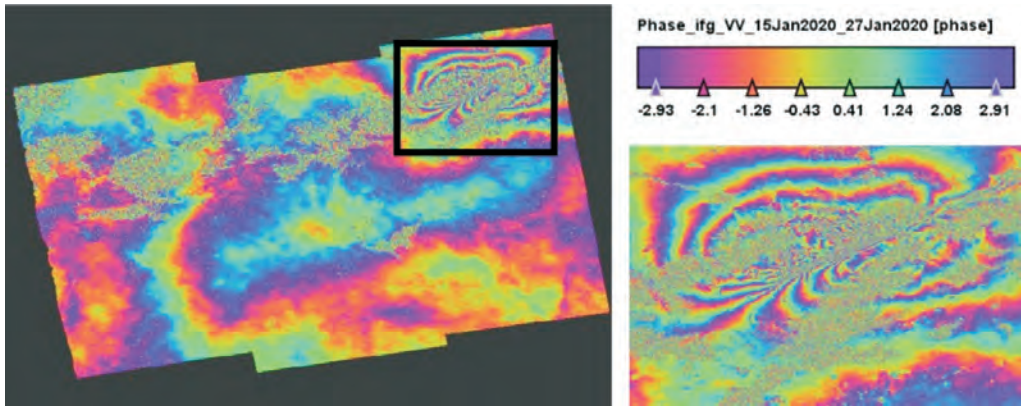


Figure 5 – Image of Sentinel-1A data phase difference for the earthquake in Doganjol, Turkey (ascending orbit).

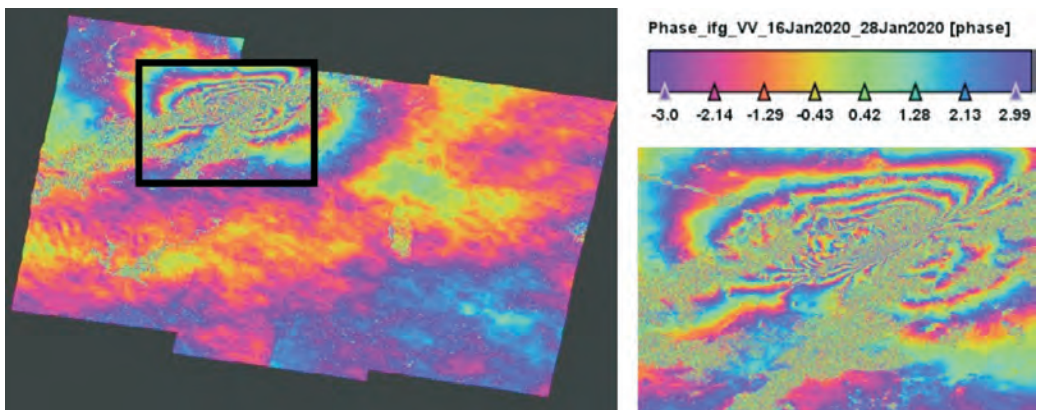
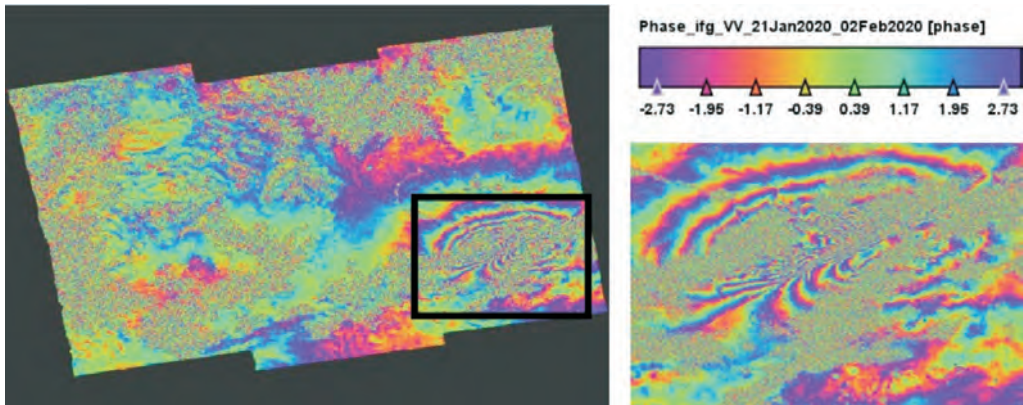
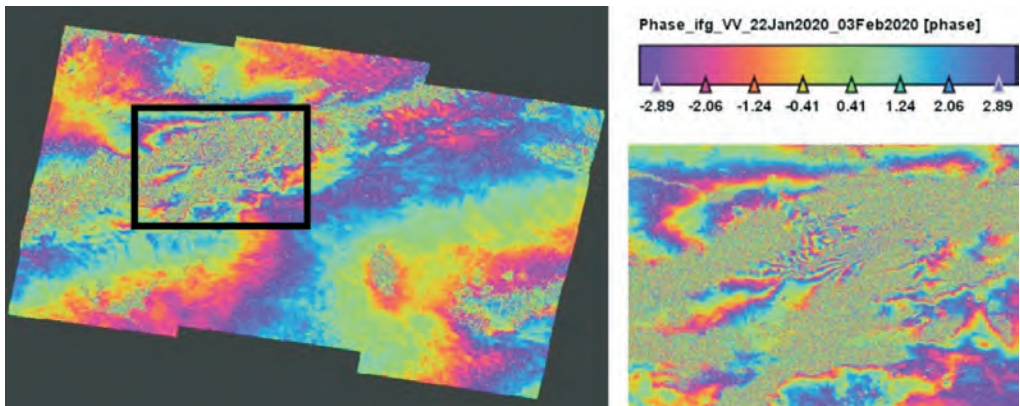


Figure 6 – Image of Sentinel-1A data phase difference for the earthquake in Doganjol, Turkey (descending orbit).



*Figure 7* – Image of Sentinel-1B data phase difference for the earthquake in Doganjol, Turkey (ascending orbit).



*Figure 8* – Image of Sentinel-1B data phase difference for the earthquake in Doganjol, Turkey (descending orbit).

**Radar image processing.** Processing of radar images is performed using ESA SNAP software (see Fig. 9). Processing of radar images includes many steps, one of the important is the formation of the interferogram after the procedures of joint registration of each sub-band of Sentinel-1 data [16]. The output products of interferogram formation are difference-phase and coherent images. Phase difference is calculated as follows for each pixel for a pair of jointly registered radar images:

$$\Delta\varphi = \arctan\left(\frac{b_1}{a_1}\right) - \arctan\left(\frac{b_2}{a_2}\right) = \varphi_1 - \varphi_2$$

where  $a_1$ ,  $a_2$  are the real part of the complex number from a pair of radar images, and  $b_1$ ,  $b_2$  are the imaginary part of the complex number of each pixel of these radar images. The intensity or amplitude of the value is calculated from these parts of the complex number [17]:



$$A = \sqrt{a^2 + b^2}$$

The phase difference is the sum of several components associated with offset  $\Delta\varphi_{defo}$ , topographic phase related  $\Delta\varphi_{topo}$ , atmospheric phase delay  $\Delta\varphi_{atmo}$  and noise  $\Delta\varphi_{noise}$  effect [18]:

$$\Delta\varphi = \Delta\varphi_{defo} + \Delta\varphi_{topo} + \Delta\varphi_{atmo} + \Delta\varphi_{noise}$$

An earthquake causes a displacement of the earth's surface, where the phase associated with the displacement is much larger than the phase associated with the atmosphere and noise  $\Delta\varphi_{defo} \gg \Delta\varphi_{atmo} + \Delta\varphi_{noise}$ . Knowing this, we can conclude that. The sum of atmospheric and noise phase effects is negligible compared to what is caused by the displacement from the earthquake. Therefore, the phase associated with the displacement is calculated as the subtraction of the topographic phase from the phase difference:

$$\Delta\varphi_{defo} = \Delta\varphi - \Delta\varphi_{topo}$$

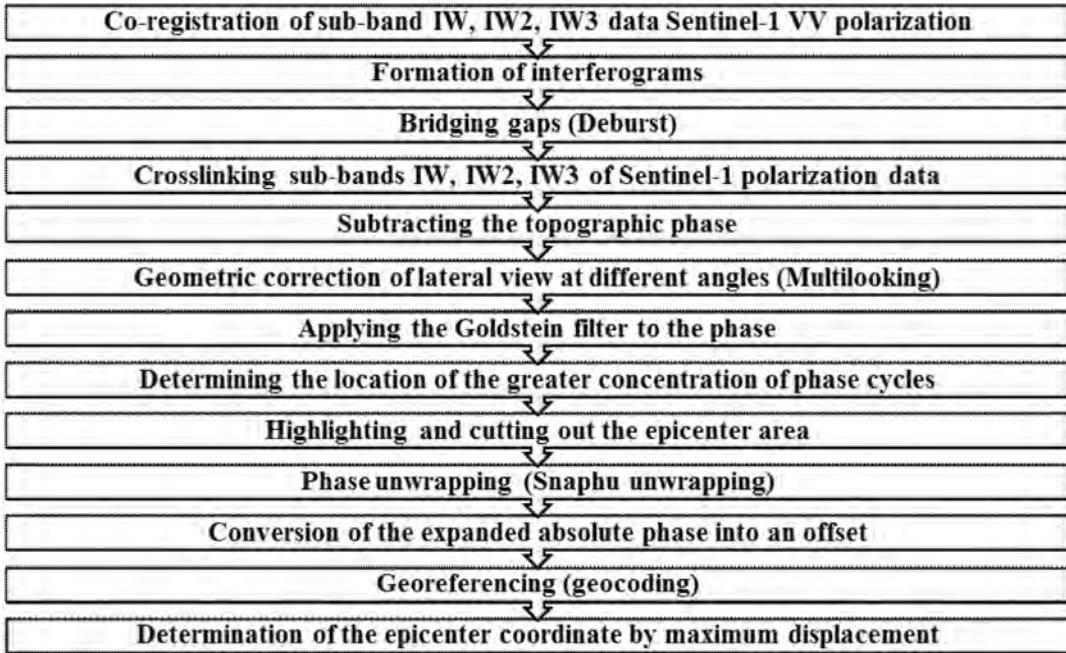
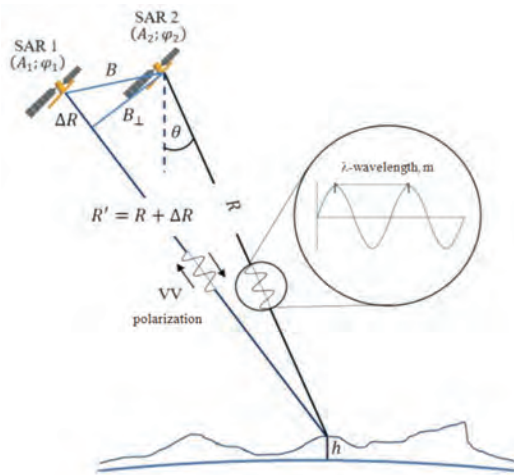


Figure 9 – Block diagram of radar images processing for earthquake epicenter detection

The topographic phase subtraction is used to calculate the phase associated with the displacement when processing radar images. The topographic phase depends on the spatial baseline  $B_{\perp}$  [19] (see Fig. 10). The topographic phase is calculated as follows:

$$\Delta\varphi_{topo} = \frac{4\pi}{\lambda} \cdot \frac{B_{\perp}}{R \sin(\theta)} h$$



**Figure 10** – Application of Sentinel-1A/B remote sensing radar satellites for phase difference imaging from data before earthquake (SAR 1) and after earthquake (SAR 2)

The topographic phase subtraction procedure is performed using a digital elevation model (DEM) and a phase difference image. The DEM image contains the value of elevation  $h$ . DEM image is used to calculate the topographic phase component  $\Delta\varphi_{topo}$  [20-22].

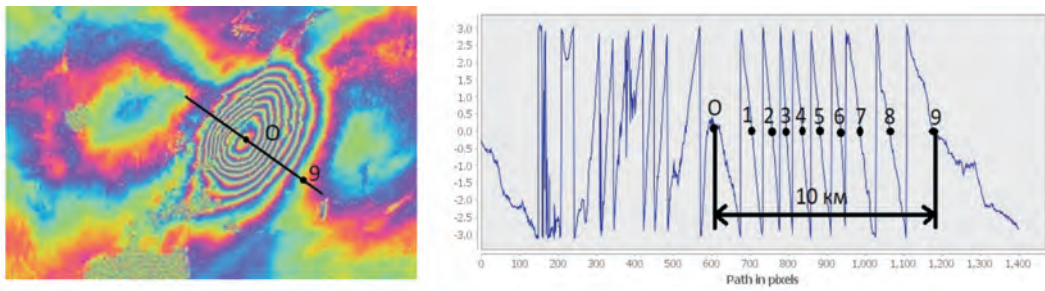
The phase associated with the offset can be distorted by noise. Noise can arise from temporal decorrelation, geometric decorrelation, volumetric scattering, and processing error. A Goldstein filter is used to eliminate or partially reduce the effect of phase noise [23-27].

Approximate determination of the earthquake epicenter location begins after the Goldstein filter. The location of the earthquake epicenter can be seen in the filtered displacement-related phase images as a rainbow pattern periodically repeated in the color palette, their concentration consisting of a large number of phase transitions from  $-\pi$  to  $+\pi$  (see Figure 11).

The displacement associated with the West Xinjiang earthquake can be estimated using the phase profile between «O» and «9» (a distance of 10 km) in Figure 11. Here the number of phase transitions  $k$  on the linear profile is 9. If we multiply this number by the Sentinel-1 wavelength ( $\lambda=5.6$  cm), we can find the displacement relative to the line of sight:

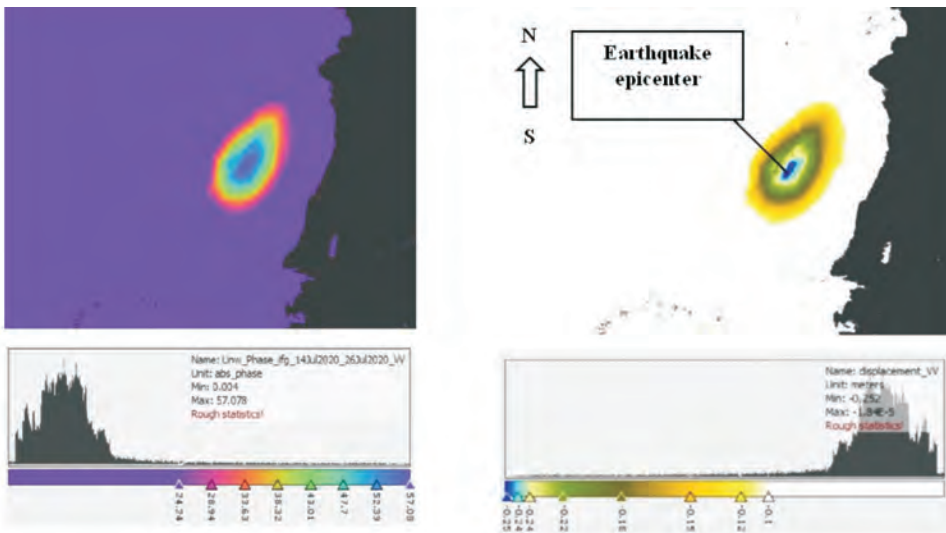
$$d_{los} = k\lambda = 9 \times 5,6 \approx 50 \text{ cm}$$

Two radar images before and after an earthquake with the same geometric perspective (view) are sufficient to detect the earthquake epicenter by displacement. Using ESA SNAP software, the absolute phase image is converted into a displacement image. Before this, it is necessary to perform a phase sweep, i.e. the calculation of the absolute phase of the image, which is performed by a script developed by Chen and Zebker [28-30]. This script is written in C and must be executed separately in the ESA SNAP software.



**Figure 11** – Phase image associated with the displacement (top) and phase profile (bottom). Earthquake in Western Xinjiang in 2020. The phase image was created from Sentinel-1A data for July 14 and 26.

The maximum displacement coordinate is determined using a geocoded displacement image. The epicenter of the earthquake is clearly visible in the displacement image. If the color palette or maximum threshold is chosen correctly, it stands out well in the processed radar image (see Figure 12).



**Figure 12** – Expanded phase image (left) and earthquake-induced crustal displacement (right) in Western Xinjiang with different color palettes.

The absolute phase of the expanded phase image has a maximum value of 57.078 in Fig. 12. If the threshold value is greater than 24.24, the epicenter becomes clearly visible in the color palette of the expanded phase image on the left side of Fig. 12. The maximum value of the absolute phase  $\varphi_{abs}^{max}$  consists of the number of phase cycles  $N$ , which is calculated as follows:

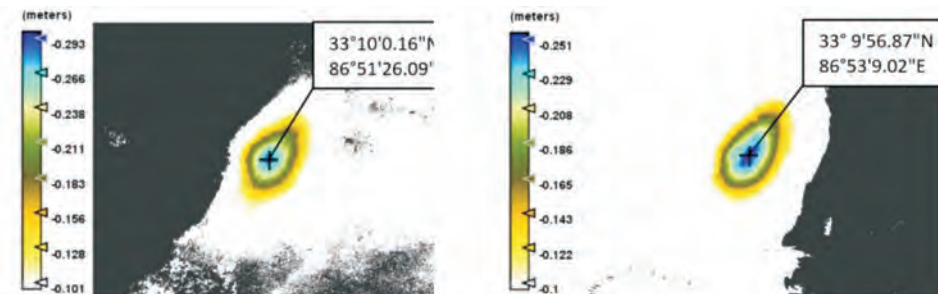
$$N = \frac{\varphi_{abs}^{max}}{2\pi} = \frac{57,078}{6,283} = 9,08$$

The number of phase cycles is approximately equal to the number of phase transitions  $\lambda$ , which is shown in Fig. 11. The maximum value of the offset deviation associated with an earthquake is 0,252 meters. If the threshold value is greater than 0,1 m, the epicenter becomes visible in the displacement image color palette on the right side of Fig. 12.

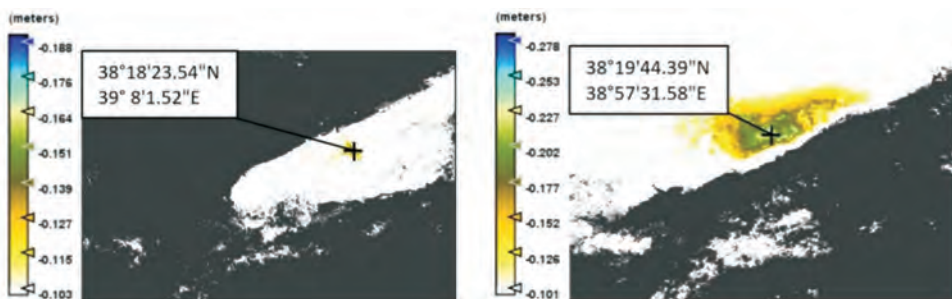
**Results.** To determine the epicenter of the earthquake, different images of both the rising and falling orbits of Sentinel-1A/B were obtained. See Figure 13-15. The baseline of each interferometric pair of radar images is shown in Table 2.

*Table 2* – Evaluation of the baseline

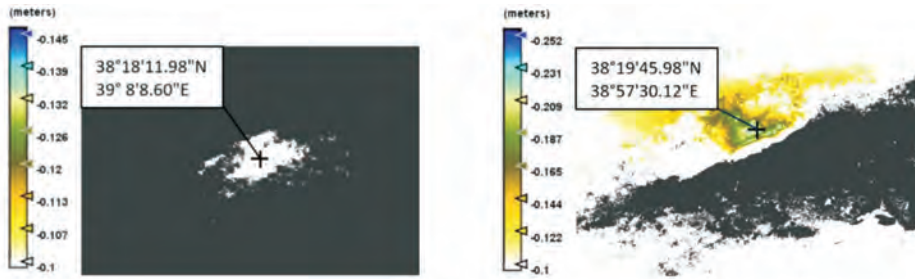
№	Research area	Orbit	Before earthquake date	After the earthquake date	Baseline B, meters
1	Western Xinjiang, China	ascending	18.07.2020	30.07.2020	110,411
2		descending	14.07.2020	26.07.2020	122,695
3	Doganjol, Turkey	ascending	15.01.2020	27.01.2020	21,374
4		descending	16.01.2020	28.01.2020	76,907
5		ascending	21.01.2020	02.02.2020	58,858
6		descending	22.01.2020	03.02.2020	39,15



*Figure 13* – offset images to determine the epicenter of the West Sizzan earthquake with coordinates. Left: Sentinel-1A with ascending orbit from dates July 18 and 30, 2020. Right: with a downward orbit from dates July 14 and 26, 2020.



*Figure 14* – Images of displacements to determine the epicenter of the Doganyol earthquake with coordinates. Left: Sentinel-1A with ascending orbit from dates 15 and 27 January 2020. Right: with a downward orbit from dates January 16 and 28, 2020.



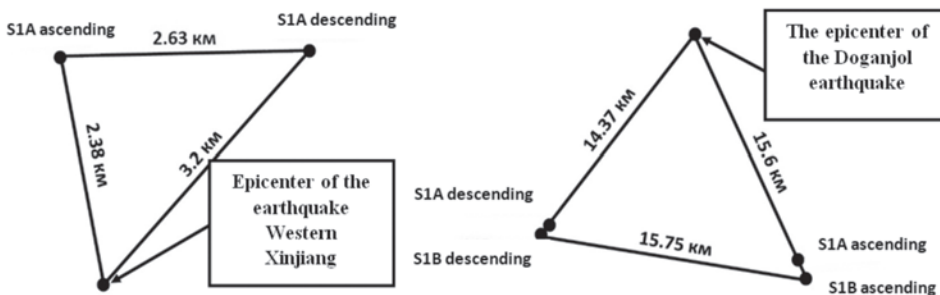
**Figure 15** – Images of displacements to determine the epicenter of the Doganyol earthquake with coordinates. Left: Sentinel-1B with ascending orbit from dates January 21 and February 2, 2020. Right: with a downward orbit from dates January 22 and February 3, 2020.

Accuracy of determination of epicenters of earthquakes was carried out according to official data of the USA Geological Survey using a priori information about epicenter coordinates. Western Xinjiang: 33.144°N 86.864°E; Doganol: 38.431°N 39.061°E. Distances between official epicenter of this earthquake and data received after processing of Sentinel-1A/B RS radar data are shown in table 3 and on fig.16. Distances between nearest epicenters S1A and S1B with ascending and descending orbits equal 0,4 and 0,03 km for Doganyol earthquake.

*Table 3* – Accuracy of determination of earthquake epicenters

№	Research area	Orbit	Before earthquake date	After the earthquake date	Deviation from official data, distance
1	Western Xinjiang, China	S1A ascending	18.07.2020	30.07.2020	2.38 km
2		S1A descending	14.07.2020	26.07.2020	3.2 km
3	Doganyol, Turkey	S1A ascending	15.01.2020	27.01.2020	15.2 km
4		S1A descending	16.01.2020	28.01.2020	14.4 km
5		S1A ascending	21.01.2020	02.02.2020	15.6 km
6		S1A descending	22.01.2020	03.02.2020	14.37 km

**Note:** S1A - Sentinel-1A, S1B - Sentinel-1B remote sensing radar satellites



**Figure 16** – Distance between official and received earthquake epicenters for western Xinjiang and Doganol with ascending (asc) and descending (desc) orbits of Sentinel-1A/B satellites



**Conclusion.** Sentinel-1A/B radar remote sensing data are applicable to determine the epicenter of the earthquake. The maximum error of distance deviation from the official one is 15.6 km for the Doganyol earthquake. The distance between descending orbits for the Doganyol earthquake is up to 0.4 km. The same geometric survey with ascending or descending orbits shows the minimum distance between the obtained epicenters. A different geometric view with different orbits (ascending and descending) leads to a larger deviation of the distance error. The case of the Doganhol earthquake, we have volumetric scattering from vegetation; therefore, the phase goes with more noise than in the Xinjiang case. The western Xinjiang case has a distance error of 3.2 km, which is better than the Doganol case, probably this is because of the large baseline of 110-120 meters.

Determining the location of the earthquake epicenter associated with displacement can be found by the maximum value (in centimeters) of displacement pixels in the obtained image. This method will be referred to as determining the earthquake epicenter from the maximum displacement. The displacement threshold value was chosen to be 10 cm. This value indicates that more than this value the pixels will refer to the earthquake zone in the displacement image.

The next step is to improve the algorithm for automatically extracting the maximum offset value from the interferometric pair of Sentinel-1A/B radar images using ESA SNAP software. It takes a long time to process the radar images to create the offset images and extract their maximum value. The execution time depends on the quality of the phase image as it is distorted by noise due to temporal decorrelation and seasonal changes during snaphu-unwrapping processing. Shaphu-unwrapping for a complete Sentinel-1 scene can take one day. Fast automatic processing of radar images requires a supercomputer with large RAM. That's because the original Sentinel-1 data takes up 14 gigabytes of data, and it can grow several times due to intermediate data during processing. We can use the Graph Builder tool in ESA SNAP software to automate radar image processing in the future.

## REFERENCES

- 1 A. Carrio, C. Sampedro, A. Rodriguez-Ramos, P. Campoy. "A review of deep learning methods and applications for unmanned aerial vehicles", *Journal of Sensors*, 2017.
- 2 S. V. Naderan. "Automated building extraction system applied on high resolution satellite imagery using fuzzy neural network", *Int. J. Information Content and Processing*, 1:2 (2015), pp. 188–193 (in Russian).
- 3 N. Tijtgat, Wiebe Van Ranst, B. Volckaert, T. Goedeme, Filip De Turck. "Embedded real-time object detection for a UAV warning system", *Proceedings of 2017 IEEE International Conference on Computer Vision Workshops (ICCVW) (Venice, Italy, October 22-29, 2017)*, 2018, pp. 2110–2118.
- 4 E. J. Fielding et al., «Surface Deformation Related to the 2019 M-w 7.1 and 6.4 Ridgecrest Earthquakes in California from GPS, SAR Interferometry, and SAR Pixel Offsets,» *Seismological Research Letters*, vol. 91, no. 4, pp. 2035-2046, Jul 2020, doi: 10.1785/0220190302.
- 5 Z. C. Huang, G. H. Zhang, X. J. Shan, W. Y. Gong, Y. F. Zhang, and Y. C. Li, «Co-Seismic Deformation and Fault Slip Model of the 2017 Mw 7.3 Darbandikhan, Iran-Iraq Earthquake Inferred from D-InSAR Measurements,» *Remote Sensing*, vol. 11, no. 21, Nov 2019, Art no. 2521, doi: 10.3390/rs11212521.
- 6 S. Plank, «Rapid Damage Assessment by Means of Multi-Temporal SAR - A Comprehensive Review and Outlook to Sentinel-1,» *Remote Sensing*, vol. 6, no. 6, pp. 4870-4906, Jun 2014, doi: 10.3390/rs6064870.



7 S. Wang, Y. Zhang, Y. Wang, J. Jiao, Z. Ji, and M. Han, «Post-seismic deformation mechanism of the July 2015MW 6.5 Pishan earthquake revealed by Sentinel-1A InSAR observation,» *Scientific reports*, vol. 10, no. 1, pp. 18536-18536, 2020 Oct 2020, doi: 10.1038/s41598-020-75278-0.

8 M. LazeckY et al., «Displacements Monitoring over Czechia by IT4S1 System for Automatised Interferometric Measurements Using Sentinel-1 Data,» *Remote Sensing*, vol. 12, no. 18, Sep 2020, Art no. 2960, doi: 10.3390/rs12182960.

9 T. Gatsios, F. Cigna, D. Tapete, V. Sakkas, K. Pavlou, and I. Parcharidis, «Copernicus Sentinel-1 MT-InSAR, GNSS and Seismic Monitoring of Deformation Patterns and Trends at the Methana Volcano, Greece,» *Applied Sciences-Basel*, vol. 10, no. 18, Sep 2020, Art no. 6445, doi: 10.3390/app10186445.

10 X. H. Xu, D. T. Sandwell, and B. Smith-Konter, «Coseismic Displacements and Surface Fractures from Sentinel-1 InSAR: 2019 Ridgecrest Earthquakes,» *Seismological Research Letters*, vol. 91, no. 4, pp. 1979-1985, Jul 2020, doi: 10.1785/0220190275.

11 S. H. Yun, H. Zebker, P. Segall, A. Hooper, and M. Poland, «Interferogram formation in the presence of complex and large deformation,» *Geophysical Research Letters*, vol. 34, no. 12, Jun 2007, Art no. L12305, doi: 10.1029/2007gl029745.

12 D. Suresh and K. Yarrakula, «InSAR based deformation mapping of earthquake using Sentinel 1A imagery,» *Geocarto International*, vol. 35, no. 5, pp. 559-568, Apr 2020, doi: 10.1080/10106049.2018.1544289.

13 H. Cui and X. J. Zha, «Parallel Image Registration Implementations for GMTSAR Package,» *Seismological Research Letters*, vol. 89, no. 3, pp. 1129-1136, May-Jun 2018, doi: 10.1785/0220170171.

14 B. Zhang, J. Y. Li, and H. R. Ren, «Using Phase Unwrapping Methods to Apply D-InSAR in Mining Areas,» *Canadian Journal of Remote Sensing*, vol. 45, no. 2, pp. 225-233, Mar 2019, doi: 10.1080/07038992.2019.1583097.

15 J. M. D. Blasco, M. Fomelis, C. Stewart, and A. Hooper, «Measuring Urban Subsidence in the Rome Metropolitan Area (Italy) with Sentinel-1 SNAP-StaMPS Persistent Scatterer Interferometry,» *Remote Sensing*, vol. 11, no. 2, Jan 2019, Art no. 129, doi: 10.3390/rs11020129.

16 B. Wiczorek, «EVALUATION OF DEFORMATIONS IN THE URBAN AREA OF OLSZTYN USING SENTINEL-1 SAR INTERFEROMETRY,» *Acta Geodynamica Et Geomaterialia*, vol. 17, no. 1, pp. 5-18, 2020, doi: 10.13168/agg.2019.0041.

17 J. S. Lee, K. W. Hoppel, S. A. Mango, and A. R. Miller, «INTENSITY AND PHASE STATISTICS OF MULTILOOK POLARIMETRIC AND INTERFEROMETRIC SAR IMAGERY,» *Ieee Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, vol. 32, no. 5, pp. 1017-1028, Sep 1994, doi: 10.1109/36.312890.

18 S. Devaraj and K. Yarrakula, «Assessment of topographical and atmospheric errors in Sentinel 1 derived DInSAR,» *Geocarto International*, doi: 10.1080/10106049.2020.1822926.

19 Y. J. Zhang, H. Fattahi, and F. Amelung, «Small baseline InSAR time series analysis: Unwrapping error correction and noise reduction,» *Computers & Geosciences*, vol. 133, Dec 2019, Art no. 104331, doi: 10.1016/j.cageo.2019.104331.

20 Y. T. Dong, H. J. Jiang, L. Zhang, and M. S. Liao, «An Efficient Maximum Likelihood Estimation Approach of Multi-Baseline SAR Interferometry for Refined Topographic Mapping in Mountainous Areas,» *Remote Sensing*, vol. 10, no. 3, Mar 2018, Art no. 454, doi: 10.3390/rs10030454.

21 T. Zeng, M. Zhu, C. Hu, W. M. Tian, and T. Long, «Experimental Results and Algorithm Analysis of DEM Generation Using Bistatic SAR Interferometry With Stationary Receiver,» *Ieee Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, vol. 53, no. 11, pp. 5835-5852, Nov 2015, doi: 10.1109/tgrs.2015.2422303.

22 Q. Sun, L. Zhang, J. Hu, X. L. Ding, Z. W. Li, and J. J. Zhu, «Characterizing sudden geohazards in mountainous areas by D-InSAR with an enhancement of topographic error correction,» *Natural Hazards*, vol. 75, no. 3, pp. 2343-2356, Feb 2015, doi: 10.1007/s11069-014-1431-x.

23 C. Danisor and A. Pepe, «Comparative study of SAR interferometric phase filtering algorithms,» in *Advanced Topics in Optoelectronics, Microelectronics, and Nanotechnologies IX*, vol. 10977, M. Vladescu, R. Tamas, and I. Cristea Eds., (Proceedings of SPIE, 2018).

24 A. Tripathi and S. Kumar, Effect of Phase Filtering on Interferometry based Displacement Analysis of Cultural Heritage Sites (2018 5th Ieee Uttar Pradesh Section International Conference on Electrical, Electronics and Computer Engineering). 2018, pp. 18-22.

25 Q. Q. Feng, H. P. Xu, Z. F. Wu, Y. A. You, W. Liu, and S. Q. Ge, «Improved Goldstein Interferogram Filter Based on Local Fringe Frequency Estimation,» *Sensors*, vol. 16, no. 11, Nov 2016, Art no. 1976, doi: 10.3390/s16111976.

26 A. Mestre-Quereda, J. M. Lopez-Sanchez, J. Selva, and P. J. Gonzalez, «An Improved Phase Filter for Differential SAR Interferometry Based on an Iterative Method,» *Ieee Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, vol. 56, no. 8, pp. 4477-4491, Aug 2018, doi: 10.1109/tgrs.2018.2820725.

27 Z. Y. Suo, J. Q. Zhang, M. Li, Q. J. Zhang, and C. Fang, «Improved InSAR Phase Noise Filter in Frequency Domain,» *Ieee Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, vol. 54, no. 2, pp. 1185-1195, Feb 2016, doi: 10.1109/tgrs.2015.2476355.

28 C. W. Chen and H. A. Zebker, «Network approaches to two-dimensional phase unwrapping: intractability and two new algorithms,» *Journal of the Optical Society of America a-Optics Image Science and Vision*, vol. 17, no. 3, pp. 401-414, Mar 2000, doi: 10.1364/josaa.17.000401.

29 C. W. Chen and H. A. Zebker, «Phase unwrapping for large SAR interferograms: Statistical segmentation and generalized network models,» *Ieee Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, vol. 40, no. 8, pp. 1709-1719, Aug 2002, doi: 10.1109/tgrs.2002.802453.

30 C. W. Chen and H. A. Zebker, «Two-dimensional phase unwrapping with use of statistical models for cost functions in nonlinear optimization,» *Journal of the Optical Society of America a-Optics Image Science and Vision*, vol. 18, no. 2, pp. 338-351, Feb 2001, doi: 10.1364/josaa.18.000338.

**С. С. БРИМЖАНОВА<sup>1,2</sup>, А. А. АХМАДИЯ<sup>3,4</sup>, Н. К. НАБИЕВ<sup>3</sup>,  
Х. МОЛДАМУРАТ<sup>4</sup>**

<sup>1</sup>«А. Байтұрсынов атындағы Қостанай өңірлік университеті» КЕАҚ,  
Қостанай, Қазақстан

<sup>2</sup>Шырақбек Қабылбаев атындағы ҚР ИМ Қостанай академиясы,  
Қостанай, Қазақстан

<sup>3</sup>С. Сейфуллин атындағы Қазақ Агротехникалық Университет,  
Нұр-Сұлтан, Қазақстан

<sup>4</sup>Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия Ұлттық Университеті, Нұр-Сұлтан, Қазақстан

## **ESA SNAP БАҒДАРЛАМАЛЫҚ ҚАМТАМАСЫЗДАНДЫРУДЫ ҚОЛДАНА ОТЫРЫП SENTINEL-1A/B МӘЛІМЕТТЕРІНЕН АЛЫНҒАН МАКСИМАЛДЫ ЫҒЫСУ ӘДІСІ БОЙЫНША ЖЕР СІЛКІНІСІНІҢ ЭПИЦЕНТРІН АНЫҚТАУ**

Бұл мақалада Sentinel-1A/B Жерді қашықтықтан зондау спутнигінің заманауи радарлық деректерін қолдана отырып, жер сілкінісінің эпицентрін анықтау әдісі қарастырылады. Жер

қыртысының ығысу (орын ауыстыру) көрінісі ESA SNAP бағдарламалық жасақтамасында өңдеу арқылы алынды. 2020 жылы болған екі жер сілкінісі спутниктің жоғары және төмен орбиталары арқылы эпицентрлерді анықтау дәлдігі зерттелді. Бұл жер сілкіністері Батыс Шыңжаңда, Қытайда және Доганьолда, Түркияда болды. Эпицентрдің ресми тіркелген координатынан максимумалды ауытқуы Доганьол үшін 15.6 км және Батыс Шыңжаңда жер сілкінісі үшін 3.2 км болды.

**Түйін сөздер:** орын ауыстыру, радар суреттерін өңдеу, фаза айырмасы, жасанды интеллект, интерференциялық өңдеу, жер сілкінісінің эпицентрі.

**С. С. БРИМЖАНОВА<sup>1,2</sup>, А. А. АХМАДИЯ<sup>3,4</sup>, Н. К. НАБИЕВ<sup>3</sup>,  
Х. МОЛДАМУРАТ<sup>4</sup>**

<sup>1</sup> НАО «КРУ имени А. Байтурсынова», Костанай, Казахстан

<sup>2</sup> Костанайская академия МВД РК имени Шырақбека Кабылбаева,  
Костанай, Казахстан

<sup>3</sup> Казахский Агротехнический Университет им. С. Сейфуллина,  
Нур-Султан, Казахстан

<sup>4</sup> Евразийский Национальный Университет им. Л. Н. Гумилева,  
Нур-Султан, Казахстан

## **ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЭПИЦЕНТРА ЗЕМЛЕТРЯСЕНИЯ ПО МЕТОДУ МАКСИМАЛЬНОГО СМЕЩЕНИЯ, ПОЛУЧЕННОГО ПО ДАННЫМ SENTINEL-1A/B С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ПРОГРАММНОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ ESA SNAP**

В данной статье рассматривается методика определения эпицентра землетрясения с использованием современных радарных данных спутника дистанционного зондирования Земли Sentinel-1A/B. Методы интеллектуального анализа, поиска и распознавания целевых объектов на данных дистанционного зондирования Земли большого объема. Для определения эпицентра землетрясения использовался метод нахождения максимального смещения по данным радиолокационного изображения. Картины смещения (перемещения) земной коры были получены обработкой на программном обеспечении ESA SNAP. Два землетрясения, которые произошли в 2020 году были изучены на предмет точности определения эпицентров по восходящей и нисходящей орбитам спутника. Эти землетрясения имели место в Западном Синьцзяне, Китае и Доганьоле, Турция. Максимальное отклонение от официально зарегистрированной координаты эпицентра составило 15.6 км для Доганьола и 3.2 км для Западно-Синьцзянского землетрясения.

**Ключевые слова:** смещение, обработка радарных изображений, разность фазы, искусственный интеллект, интерферометрическая обработка, эпицентр землетрясения.

**А. К. ЕРДЕНОВА<sup>1,2</sup>, Қ. ӘЛІМХАН<sup>2</sup>, Н. ТАСБОЛАТҰЛЫ<sup>1,3\*</sup>,  
С. С. АЛИШЕВА<sup>2</sup>**

<sup>1</sup>Астана халықаралық университеті, Нұр-Сұлтан, Қазақстан

<sup>2</sup>Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университеті, Нұр-Сұлтан, Қазақстан

<sup>3</sup>Әл-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университеті, Алматы, Қазақстан

## **КЕШІГУІ БАР ЖОҒАРЫ РЕТТІ СЫЗЫҚТЫ ЕМЕС ЖҮЙЕЛЕРДІ ҮЗДІКСІЗ ГЛОБАЛДЫ БАҚЫЛАУ**

Бұл мақалада уақыт бойынша кешігуі бар жоғары ретті сызықты емес жүйелер класын күй кері байланыс арқылы кең ауқымды ізге түсіру мәселесі қарастырылады. Бұндағы зерттелетін жүйенің ерекшелігі сызықты еместіктің жоғары шекарасындағы шектеулілік дәрежесі үзіліссіз интервал аралығында алынуы мүмкін. Таңба (сигнум) функциясын енгізу арқылы және қуат интеграторын қосудың жалпылама әдісін қосып, сәйкес Ляпунов функциясын таңдау арқылы уақыт бойынша кешігетін сызықты еместікте үстемдік ететіндей реттелетін және уақыт кешігуіне тәуелсіз ізге түсіру контроллерін құрамыз. Әзірленген контроллер нәтижесінде алынатын тұйық циклдік жүйенің барлық күйлері кең ауқымды шектелген және шекті уақыттан кейін ізге түсіру қателігі жеткілікті мөлшерде аз болуын қамтамасыз етеді. Ұсынылған жобалаудың тиімділігі мен дұрыстығын көрсету үшін сандық мысал келтірілген.

**Түйін сөздер:** шығысты практикалық бақылау, күй кері байланысы, Ляпунов функциясы

**Кіріспе.** Қазіргі кезде практикалық ізге түсіру мәселесіне көп көңіл бөлінуде, себебі оны асимптотикалық ізге түсірумен салыстырғанда практикалық қолданысы кеңірек және жүйелерге қойылатын талаптар біршама жеңіл болып табылады. Мысалы, [1-4] еңбектерде анықталмаған сызықты емес жүйелерді шығыс кері байланыс арқылы практикалық ізге түсіруді қарастырылған, ал [5,6] жұмыстарда анықталмаған жоғары ретті сызықты емес жүйелерді күй кері байланыс арқылы практикалық ізге түсіру мәселесін зерттеді. Алайда қолданыстағы жұмыстардың көпшілігінде уақытша бақылау көрсеткіштері ескерілмеген. Жалпы айтқанда уақытша өнімділігі бар практикалық ізге түсірудің із жүзіндегі қолданыстары бойынша көбірек қызығушылық тудырады, алайда басқарудың күрделілігіне байланысты ондай мәселерді шешу үлкен қиындық туғызады. Уақыт бойынша кешігудің болуы жүйенің жұмысына айтарлықтай әсер ететіндігі белгілі, ал бұл басқару жүйесі жұмысының нашарлауына және орнықсыздануына әкеледі. Сондықтан кешігуі бар жүйелердің практикалық маңызы зор және соңғы жылдары оған көп көңіл бөлінуде. Жалпы айтқанда кешігуі бар жүйелер үшін басқаруды жобалау әдісін екі категорияға бөлуге болады: кешігуге тәуелді және кешігуге тәуелсіз. Кешігуі бар жүйелерге негізделген шолуларға қарасақ әлі күнге дейін шешімін таппаған көптеген зерттеу сұрақтары туындайды.

Төмендегі түрдегі жоғары ретті сызықты емес жүйелер классын шығыс кері байланыс арқылы кең ауқымды практикалық ізге түсіру мәселесін қарастырамыз:

\* E-mail корреспондирующего автора: [tasbolatuly@gmail.com](mailto:tasbolatuly@gmail.com)

$$\begin{cases} \dot{z}_i(t) = z_{i+1}^{p_i}(t) + \phi_i(z(t), z_1(t - \tau_1), \dots, z_n(t - \tau_n)) \\ i = 1, \dots, n-1, \\ \dot{z}_n(t) = u^{p_n}(t) + \phi_n(z(t), z_1(t - \tau_1), \dots, z_n(t - \tau_n)) \\ y = z_1 \end{cases} \quad (1)$$

мұндағы  $z(t) = [z_1(t), \dots, z_n(t)]^T \in R^n$  жүйенің күйі (немесе шешімі),  $z_{n+1}(t) =: u(t) \in R$  кіріс контроллері,  $\tau_i \in R^+$ ,  $i = 1, \dots, n$  күйдің уақыт бойынша кешігуі және ол келесі шартты қанағаттандырады:  $\tau \geq \max\{\tau_1, \dots, \tau_n\}$ , жүйе  $z(\theta) = \xi_0(\theta)$ ,  $\forall \theta \in [-\tau, 0]$  бастапқы шартын қанағаттандырады, мұндағы  $\xi_0(\theta)$  - берілген үзіліссіз функция,

$\phi_i : R^n \times R^n \rightarrow R$ ,  $i = \overline{1, n}$  - белгісіз үзіліссіз функция,  $p_i \in R_{odd}^{\geq 1} := \left\{ \frac{p}{q} \mid p \geq q \right\}$ ,  $i = 1, \dots, n$  -

жүйенің жоғары дәрежесі, мұндағы  $p$  және  $q$  тақ бүтін сандар.  $p_i = 1$  болған жағдайда (1) жүйе үшбұрышты формадағы уақыт бойынша кешігуі бар сызықты емес жүйеге келеді, оларды басқару конструкциясы кері қадам әдістемесі негізінде алынған біршама зерттеулер бар ([4], [7,8] және т.б.).  $p_i > 1$  болғанда (1) жүйенің Якобиандық сызықтандырылуы координата басында басқарылмайтындығын байқауға болады, ал ол өз кезегінде кері байланыс негізінде сызықтандырылады.

Бұл жұмыстың негізгі нәтижелері келесідей: біріншіден берілген (1) жүйенің сызықты еместік өсу шарты әлсіретіліп, басқару конструкциясына сигнум функциясын еңгізу арқылы бірнеше маңызды леммалар мен тұжырымдар алынады; екіншіден, қуат интеграторын қосу тәсілінің негізінде ізге түсіру контроллерінің схемасы жасалынады. Алынған контроллер нәтижесінде пайда болған тұйық жүйенің барлық күйлері шектелген және шекті уақыттан кейін ізге түсіру қателігі өздігінен аз болатындығын көрсетеміз.

**Математикалық алғышарттар.** Алдымен осы мақалада қолданылатын негізгі белгілеуерді берейік.

**Белгілеулер:**  $R^+$  - барлық теріс емес нақты сандар жиыны,  $Z(t) \in R^n$  векторы үшін  $Z_i(t) = [z_1(t), \dots, z_i(t)]^T \in R^i$ ,  $i = \overline{1, n-1}$ ,  $Z_n(t) = z(t) = [z_1(t), \dots, z_n(t)]^T \in R^n$ .  $\|z(t)\|$

дегеніміз  $z(t)$  векторының Евклид нормасы, ол былай анықталады:  $\|z(t)\| = \sqrt{\sum_{i=1}^n z_i^2(t)}$

және  $\|z(t)\|_l = \sup_{-\tau \leq \theta \leq 0} \|z(t + \theta)\|$ ,  $\forall t \geq 0$  үшін.  $h(0) = 0$  шартын қанағаттандыратын

үзіліссіз  $h : R^+ \rightarrow R^+$  функциясы  $K^\infty$  функция деп аталады, егер ол қатаң өспелі болса

және  $\lim_{s \rightarrow +\infty} h(s) = +\infty$  болса.  $sign z$  таңба функциясы былай анықталады:

$$sign z = \begin{cases} 1, & z > 0 \\ 0, & z = 0 \\ -1, & z < 0 \end{cases}$$

Кез келген  $\alpha \in R^+$  және  $z \in R$  үшін  $[z]^\alpha$  функциясы  $sign(z)|z|^\alpha$  түрінде анықталады.  $\phi: R^n \rightarrow R$  функциясы  $C^k$  функциясы деп аталады, егер оның дербес туындылары бар және  $k$  ( $1 \leq k < \infty$ ) ретке дейін үзіліссіз болатын болса.  $C^0$  - функцияның үзіліссіздігін,  $C^\infty$  - функцияның тегістігін, яғни оның кез келген ретті дербес туындылары бар болатындығын білдіреді. Сонымен қатар, функциялардың (немесе функционалдардың) аргументтері қолайлылық үшін алынып тасталады, мысалы,  $\phi(x(t))$  деген функция болса, оны  $\phi(x)$ ,  $\phi(\cdot)$ ,  $\phi$  деп жазылуы мүмкін.

Алдымен шығысты практикалық ізге түсірудің анықтамасын берейік.

Айталық, (1) жүйенің  $y_r(t)$  тірек сигналы  $[0, \infty]$  аралығында уақыт айнымалысы бойынша  $C^1$  - шектеулі болсын, онда күй контроллері арқылы шығысты кең ауқымды практикалық ізге түсіруді былай тұжырымдаймыз:

Кез келген  $\varepsilon > 0$  оң нақты саны үшін

$$u = u(z, y_r(t)) \quad (2)$$

үзіліссіз контроллері құрылады және ол төмендегі шарттарды қанағаттандырады:

1) (1)-(2) тұйық жүйенің барлық күйлері  $[0, +\infty]$  аралығында анықталған және кең ауқымды шектеулі болады;

2) Кез келген  $z(0) \in R^n$  үшін  $T > 0$  ақырлы уақыты табылып, (1)-(2) тұйық жүйенің  $y(t)$  шығысы

$$|y(t) - y_r(t)| = |z_1(t) - y_r(t)| < \varepsilon, \quad \forall t \geq T > 0 \quad (3)$$

шартын қанағаттандыратын болса, онда тұйық-циклдық жүйенің шығысы кең ауқымды практикалық ізге түсіріледі.

Шығысты кең ауқымды практикалық ізге түсіру мәселесін шешу үшін келесі болжамды жасайық.

**Болжам 1.** Әрбір  $i = 1, \dots, n$  үшін  $C_1, C_2 \geq 0$  және  $\omega \geq 0$  белгілі тұрақтылары табылып, келесі шарт орындалады:

$$|\phi_i(z(t), z_1(t - \tau_1), \dots, z_n(t - \tau_n))| \leq C_1 \left( \sum_{j=1}^i |z_j(t)|^{\frac{r_i + \omega}{r_j}} + \sum_{j=1}^i |z_j(t - \tau_j)|^{\frac{r_i + \omega}{r_j}} \right) + C_2 \quad (4)$$

мұндағы  $r_1$  келесі түрде анықталады:

$$r_1 = 1, \quad r_i = \frac{r_{i-1} + \omega}{p_{i-1}}, \quad i = 2, 3, \dots, n+1 \quad (5)$$

$\frac{r_i + \omega}{r_j}$  - саны белгілі бір нүктеде емес, қайсыбір интервалда мән қабылдайды.

**Болжам 2.**  $y_r(t)$  тірек сигналы үзіліссіз дифференциалданатын болса және сонымен қатар,  $D > 0$  оң белгісіз тұрақтысы табылып келесі теңсіздік орындалады:

$$|y_r(t)| + \left| \dot{y}_r(t) \right| \leq D, \quad \forall t \in [0, +\infty)$$



Енді ізделінді контроллерді құру үшін қажетті бірнеше лемманы қарастырайық.

**Лемма 1.**[9]  $x \in R, y \in R, p \geq 1$  тұрақтылары үшін келесі теңсіздік орындалады:

$$|x + y|^p \leq 2^{p-1} |x^p + y^p|, (|x| + |y|)^{\frac{1}{p}} \leq |x|^{\frac{1}{p}} + |y|^{\frac{1}{p}} \leq 2^{\frac{p-1}{p}} (|x| + |y|)^{\frac{1}{p}}.$$

Егер  $p \in R_{odd}^{\geq 1}$  болса, онда  $|x - y|^p \leq 2^{p-1} |x^p - y^p|, |x|^{\frac{1}{p}} - |y|^{\frac{1}{p}} \leq 2^{\frac{p-1}{p}} |x - y|^{\frac{1}{p}}.$

Егер  $0 < p \leq 1$  болса, онда  $(|x| + |y|)^p \leq |x|^p + |y|^p$ . Мұндағы  $p = \frac{a}{b} \leq 1, a > 0, b > 0$

тақ бүтін сандар болса, онда  $|x^p + y^p| \leq 2^{1-p} |x + y|^p$  болады.

**Лемма 2.** Айталық,  $c, d$  оң тұрақтылар болсын. Онда кез келген  $\gamma(x, y) > 0$  нақты айнымалы функциясы үшін келесі теңсіздік орындалады:

$$|x|^c |y|^d \leq \frac{c}{c+d} \gamma(x, y) |x|^{c+d} + \frac{d}{c+d} \gamma^{-c/d}(x, y) |y|^{c+d}$$

**Лемма 3.** Берілген  $m, n$  оң нақты сандары және  $a(x, y)$  оң анықталған функция үшін төмендегі теңсіздікті қанағаттандыратын  $c(x, y)$  оң тұрақтысы табылады:

$$|a(x, y) x^m y^n| \leq c(x, y) |x|^{m+n} + \frac{n}{m+n} \left( \frac{m}{(m+n)c(x, y)} \right)^{\frac{m}{n}} |a(x, y)|^{\frac{m+n}{n}} |y|^{m+n}.$$

**Лемма 4.**[10] Айталық,  $\frac{a}{b} \in R_{odd}^{\geq 1}, b \geq 1$  болғанда келесі теңсіздік орындалады:

$$\left| x^{\frac{p}{q}} - y^{\frac{p}{q}} \right| \leq 2^{1-\frac{1}{q}} |\text{sign}(x)|x|^p - \text{sign}(y)|y|^p|^{\frac{1}{q}}, \tag{6}$$

**Лемма 5.** [10].  $f(x) = \text{sign}(x)|x|^p, p \geq 1$  функциясы  $(-\infty; +\infty)$  аралығында үздіксіз дифференциалданады және оның туындысы төмендегі теңдікті қанағаттандырады:

$$f'(x) = p|x|^{p-1}.$$

**Лемма 6.** Егер  $f : [a, b] \rightarrow R(a \leq b)$  монотонды шектеулі және  $f(a) = 0$  шартын

қанағаттандыратын болса, онда  $\left| \int_a^b f(x) dx \right| \leq |f(b)| |b - a|.$

Ізге түсіру контроллерін жобалау.

Қойылған мақсатқа жету үшін алдымен келесідей координат түрлендіруін енгізейік:

$$\begin{cases} x_k(t) = [z_k(t)]^{\frac{\sigma}{r_k}} - [\alpha_{k-1}(Z_{k-1}(t))]^{\frac{\sigma}{r_k}}, & k = \overline{1, n} \\ \alpha_k(Z_k(t)) = -(\text{sign}(x_k(t)))^{\frac{1}{p_k}} g_k^{\frac{r_{k+1}}{\sigma}} |x_k(t)|^{\frac{r_{k+1}}{\sigma}}, & k = \overline{1, n}, \\ u(t) = \alpha_n(t) \\ y = x_1 + y_r \end{cases} \tag{7}$$

мұндағы  $\sigma - \sigma \geq \max_{1 \leq i \leq n} \{r_i + \omega\}$  шартын қанағаттандыратын оң тұрақты,

$\alpha_k : R^k \rightarrow R, k = \overline{1, n}, g_k > 1$  - оң тұрақтысы бар виртуалды контроллер деп аталады.

Бірізділік үшін  $p_0 = g_0 = 1, \alpha_0(t) = 0$  деп есептейміз.

[9] еңбектегі түрлендіруді қолдансақ және айталық,  $\sigma$  - жұп оң анықталған тұрақты сан болса, онда  $x_1(t) = z_1^{\frac{\sigma}{r_1}} \geq 0$  қарама-қайшылыққа келеміз, сондықтан  $sign$  таңба функциясын (7) координат түрлендіруіне енгізу арқылы  $x_1(t), \dots, x_n(t)$  барлық мүмкін мәндерін табуға болады.  $p_k \in R_{odd}^{\geq 1}$  тақ бүтін сан және  $\alpha_k(Z_k(t))$  өрнегінен  $sign(\alpha_k(Z_k(t))) = -sign(x_k(t))$  болатындығын аламыз. Демек келесі теңдік орынды болады:

$$\begin{aligned} [\alpha_{k-1}(Z_{k-1}(t))]^{\frac{\sigma}{r_k}} &= -sign(x_{k-1}(t)) \left| -sign(x_{k-1}(t))^{\frac{1}{p_{k-1}}} g_{k-1}^{\frac{r_k}{\sigma}} |x_{k-1}(t)|^{\frac{r_k}{\sigma}} \right|^{\frac{\sigma}{r_k}} = \\ &= -sign(x_{k-1}(t)) g_{k-1} |x_{k-1}(t)| = -g_{k-1} x_{k-1}(t) = -\sum_{i=1}^{k-1} \left( \prod_{j=i}^{k-1} g_j \right) [z_i(t)]^{\frac{\sigma}{r_i}} \end{aligned} \tag{8}$$

$r_i \leq r_i + \omega \leq \sigma$  болатындығын ескерсек және 5-лемманы қолданып (8) теңдеуден келесідей қорытынды жасауға болады:  $[\alpha_1(x_1(t))]^{\frac{\sigma}{r_1}}, \dots, [\alpha_{n-1}(X_{n-1}(t))]^{\frac{\sigma}{r_n}}$ .

Функциясы  $t$  бойынша үздіксіз дифференциалданады, онда осының негізінде  $x_1(t), \dots, x_n(t)$  күйі  $t$  бойынша үздіксіз дифференциалданатын болады және бұдан түрленген жүйені аламыз.  $x_1(t), \dots, x_n(t)$  күйі  $t$  бойынша үздіксіз дифференциалдануы (7) түрлендіру арқылы нақты контроллерін құруды қамтамасыз етеді.

Ляпунов функциясын құрайық.

$$\begin{aligned} W_{H_k}(Z_k(t)) &= \int_{\alpha_{k-1}(Z_{k-1}(t))}^{z_k(t)} \left[ [s]^{\frac{\sigma}{r_k}} - [\alpha_{k-1}(Z_{k-1}(t))]^{\frac{\sigma}{r_k}} \right]^{\frac{2\sigma - r_{k+1} p_k}{\sigma}} ds, \\ W_{D_k}(t) &= (n - k + 1) \int_{t - \tau_k}^t x_k^2(l) dl + (n - k) \int_{t - \tau_{k+1}}^t x_k^2(l) dl, k = \overline{1, n}; \tau_{n+1} = 0 \end{aligned}$$

Бұл  $W_{H_k}(t), W_{D_k}(t)$  функциялары төмендегі тұжырыммен сипатталады.

**Тұжырым 1.** [10]  $k = \overline{1, n}$  үшін  $W_{H_k}(t)$  және  $W_{D_k}(t)$  функциялары үздіксіз дифференциалданады және келесі теңдікті қанағаттандырады:

$$\begin{cases} \frac{\partial W_{H_k}(Z_k(t))}{\partial z_k(t)} = [x_k(t)]^{\frac{2\sigma - r_k - \omega_k}{\sigma}} \\ \frac{\partial W_{H_k}(Z_k(t))}{\partial z_i(t)} = - \int_{\alpha_{k-1}(Z_{k-1}(t))}^{z_k(t)} \left| [s]^{\frac{\sigma}{r_k}} - [\alpha_{k-1}(Z_{k-1}(t))]^{\frac{\sigma}{r_k}} \right|^{\frac{2\sigma - r_{k+1} p_k}{\sigma}} ds \times \\ \times \frac{2\sigma - r_{k+1} p_k}{\sigma} \cdot \frac{\partial}{\partial z_i(t)} \left( [\alpha_{k-1}(Z_{k-1}(t))]^{\frac{\sigma}{r_k}} \right), i = \overline{1, k-1} \\ \frac{dW_{D_k}(t)}{dt} = (2n - 2k + 1)x_k^2 - (n - k + 1)x_k^2(t - \tau_k) - (n - k)x_k^2(t - \tau_{k+1}). \end{cases} \tag{9}$$

$$2^{\frac{(2\sigma-\omega-r_k)(r_k-\sigma)}{\sigma r_k}} \cdot \frac{r_k}{2\sigma-\omega} |z_k(t) - \alpha_{k-1}(Z_{k-1}(t))|^{\frac{2\sigma-\omega}{r_k}} \leq W_{H_k}(Z_k(t)) \leq 2^{1-\frac{r_k}{\sigma}} \cdot |x_k(t)|^{\frac{2\sigma-\omega}{\sigma}}$$

$V_1 = W_{H_1} + W_{D_1}$  болатындай  $V_1$ -ді таңдап аламыз. Оның уақыт бойынша туындысын тауып, 1-тұжырымды қолдансақ мынаны аламыз:

$$\dot{V}_1 = [x_1]^{\frac{2\sigma-\omega-r_1}{\sigma}} \alpha_1^{p_1} + [x_1]^{\frac{2\sigma-\omega-r_1}{\sigma}} (z_2^{p_1} - \alpha_1^{p_1}) + [x_1]^{\frac{2\sigma-\omega-r_1}{\sigma}} f_1 + (2n-1)x_1^2 - nx_1^2(t-\tau_1) - (n-1)x_1^2(t-\tau_2). \quad (10)$$

1-болжам мен 3-лемманың негізінде келесі бағалау орындалады:

$$\begin{aligned} & [x_1]^{\frac{2\sigma-\omega-r_1}{\sigma}} \Phi_1 \leq C |x_1|^{\frac{2\sigma-\omega-r_1}{\sigma}} \left( |x_1|^{\frac{\omega+r_1}{\sigma}} + |x_1(t-\tau_1)|^{\frac{\omega+r_1}{\sigma}} \right) \leq \\ & \leq \left( C + \frac{2\sigma-\omega-r_1}{2\sigma} \cdot \left( \frac{\omega+r_1}{2\sigma} \right)^{\frac{\omega+r_1}{2\sigma-\omega-r_1}} C^{\frac{2\sigma}{2\sigma-\omega-r_1}} \right) \cdot x_1^2 + x_1^2(t-\tau_1) =: \beta_1 x_1^2 + x_1^2(t-\tau_1) \end{aligned} \quad (11)$$

Енді бірінші  $\alpha_1$  виртуалды контроллерді былай таңдап алайық:

$$\alpha_1^{p_1}(z_1) = -\text{sign}(x_1) g_1^{\frac{r_1+\omega}{\sigma}} |x_1|^{\frac{r_1+\omega}{\sigma}} \quad (12)$$

мұндағы  $g_1 = (3n-1+\beta_1)^{\frac{\sigma}{r_1+\omega}} > 1$ . (11) мен (12) теңдіктерді қолданып (10) теңдікті былай жазуға болады:

$$\dot{V}_1 \leq -nx_1^2 - (n-1)(x_1^2(t-\tau_1) + x_1^2(t-\tau_2)) [x_1]^{\frac{2\sigma-\omega-r_1}{\sigma}} (z_2^{p_1} - \alpha_1^{p_1}).$$

Бұдан рекурсивті қадамға көшсек,  $(k-1)$ -ші қадамда

$$\dot{V}_{k-1} \leq -(n-k+2) \sum_{i=1}^{k-1} x_i^2 - (n-k+1) \sum_{i=1}^{k-1} (x_i^2(t-\tau_i) + x_i^2(t-\tau_{i+1})) [x_{k-1}]^{\frac{2\sigma-\omega-r_{k-1}}{\sigma}} (z_k^{p_{k-1}} - \alpha_{k-1}^{p_{k-1}}). \quad (13)$$

Келесі қадамда  $V_k = V_{k-1} + W_{H_k} + W_{D_k}$  болайтындай етіп,  $V_k$ -ны таңдаймыз. Оның уақыт бойынша туындысын (1)-ші теңдеудің шешімінің төңірегінде тауып, (13) теңдеу мен 1-тұжырымды қолдансақ мынаны аламыз:

$$\begin{aligned} \dot{V}_k & \leq -(n-k+2) \sum_{i=1}^{k-1} x_i^2 - (n-k+1) \left( \sum_{i=1}^k x_i^2(t-\tau_i) + \sum_{i=1}^{k-1} x_i^2(t-\tau_{i+1}) \right) - \\ & - (n-k)x_k^2(t-\tau_{k+1}) + (2n-2k+1)x_k^2 + [x_k]^{\frac{2\sigma-\omega-r_k}{\sigma}} (z_{k+1}^{p_k} - \alpha_k^{p_k}) + [x_k]^{\frac{2\sigma-\omega-r_k}{\sigma}} \alpha_k^{p_k} + \\ & + [x_k]^{\frac{2\sigma-\omega-r_k}{\sigma}} f_k + [x_{k-1}]^{\frac{2\sigma-\omega-r_{k-1}}{\sigma}} (z_k^{p_{k-1}} - \alpha_{k-1}^{p_{k-1}}) - \frac{2\sigma-r_{k+1}p_k}{\sigma} \int_{\sigma_{k-1}}^{z_k} |s|^{\frac{\sigma}{k}} - [\alpha_{k-1}]^{\frac{\sigma}{k}} ds \times \\ & \times \sum_{i=1}^{k-1} (x_{i+1}^{p_i} + f_i) \frac{\partial}{\partial z_i} \left( [\alpha_{k-1}]^{\frac{\sigma}{k}} \right) \end{aligned} \quad (14)$$

Ары қарай  $\alpha_k$  виртуалды контроллерін құру үшін (14) теңдеудің оң жағындағы соңғы үш мүшесіне сәйкес шектеуші бағалау беру керек. Ол келесідей 3 дәйектің негізінде қол жетімді болады.

**Дәйек 1:**  $\beta_k$  оң тұрақтысы табылып,

$$[x_{k-1}]^{\frac{2\sigma-\omega-r_{k-1}}{\sigma}} (z_k^{p_{k-1}} - \alpha_{k-1}^{p_{k-1}}) \leq 2^{1-\frac{r_{k-1}+\omega}{\sigma}} |x_{k-1}|^{\frac{2\sigma-\omega-r_{k-1}}{\sigma}} |x_k| \leq \frac{1}{2} x_{k-1}^2 + \beta_{k_1} x_k^2 \quad (15)$$

**Дәйек 2:**

$$[x_k]^{\frac{2\sigma-\omega-r_{k-1}}{\sigma}} f_k \leq \beta_{k_2} x_k^2 + \frac{1}{3} x_{k-1}^2 + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{k-2} x_i^2 + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{k-1} x_i^2 (t - \tau_i) + x_k^2 (t - \tau_k) + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{k-2} x_i^2 (t - \tau_{i+1}) + x_{k-1}^2 (t - \tau_k) \quad (16)$$

**Дәйек 3:**

$$\left( \frac{2\sigma - r_{k+1} p_k}{\sigma} \int_{\sigma_{k-1}}^{z_k} [s]^{\frac{\sigma}{\sigma}} - [\alpha_{k-1}]^{\frac{\sigma}{\sigma}} \left| \frac{\sigma - r_{k+1} p_k}{\sigma} \right| ds \right) \cdot \sum_{i=1}^{k-1} (x_{i+1}^{p_i} + f_i) \frac{\partial}{\partial z_i} \left( [\alpha_{k-1}]^{\frac{\sigma}{\sigma}} \right) \leq \beta_{k_3} x_k^2 + \frac{1}{3} x_{k-1}^2 + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{k-2} x_i^2 + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{k-1} x_i^2 (t - \tau_i) + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{k-2} x_i^2 (t - \tau_{i+1}) \quad (17)$$

Алынған нәтижелерді (14) қойып, мынаны аламыз:

$$\dot{V}_k \leq -(n-k+1) \sum_{i=1}^k x_i^2 - (n-k) \left( \sum_{i=1}^k x_i^2 (t - \tau_i) + \sum_{i=1}^{k-1} x_i^2 (t - \tau_{i+1}) \right) + [x_k]^{\frac{2\sigma-\omega-r_k}{\sigma}} \alpha_k^{p_k} + (2n-2k+1+\beta_k) x_k^2 + [x_k]^{\frac{2\sigma-\omega-r_k}{\sigma}} (z_{k+1}^{p_k} - \alpha_k^{p_k}) \quad (18)$$

мұндағы  $\beta_k = \beta_{k_1} + \beta_{k_2} + \beta_{k_3}$ . Осылайша  $\alpha_k$  виртуалды контроллерін келесі түрде таңдап алайық:

$$\alpha_k^{p_k} (Z_k) = -\text{sign}(x_k) g_k \frac{r_k + \omega}{\sigma} |x_k|^{\frac{r_k + \omega}{\sigma}} \quad (19)$$

мұндағы  $g_k = (3n - 3k + 2 + \beta_k) \frac{\sigma}{r_k + \omega} > 1$  - оң тұрақты. Бұл индуктивті қадамды аяқтайды. Бұдан

$$\dot{V}_k \leq -(n-k+1) \sum_{i=1}^k x_i^2 - (n-k) \left( \sum_{i=1}^k x_i^2 (t - \tau_i) + \sum_{i=1}^{k-1} x_i^2 (t - \tau_{i+1}) \right) + [x_k]^{\frac{2\sigma-\omega-r_k}{\sigma}} (z_{k+1}^{p_k} - \alpha_k^{p_k}) \quad (20)$$

$k = n$  болғанда  $V_n : R^n \rightarrow R^+$  Ляпунов функционалы үшін

$$V_n(\cdot) = \sum_{i=1}^n (W_{H_i}(\cdot) + W_{D_i}(\cdot)) \quad (21)$$

болады.

Жоғарыда келтірілген индуктивті болжамды қолдана отырып,  $n$ -ші қадамда  $z_{n+1} = \alpha_n = u$  екенін ескеріп,  $\alpha_n : R^n \rightarrow R$  үзіліссіз функциясын құра аламыз, бұдан  $u : R^n \rightarrow R$  контроллері келесі түрде алынады:

$$u(z) = -(\text{sign}(x_n)) \frac{1}{p_n} g_n \frac{r_{n+1}}{\sigma} |x_k| \frac{r_{n+1}}{\sigma} \quad (22)$$

Демек,

$$\dot{V}_n \leq -\sum_{i=1}^n x_i^2 + n\delta \quad (23)$$

4 және 6 леммалардан

$$W_{H_k}(t) \leq \left| [z_k(t)]^{\frac{\sigma}{r_k}} - [\alpha_{k-1}(z_{k-1}(t))]^{\frac{\sigma}{r_k}} \right|^{\frac{2\sigma - r_{k+1} p_k}{\sigma}} |z_k(t) - \alpha_{k-1}(z_{k-1}(t))| \leq 2^{1 - \frac{r_k}{\sigma}} |x_k(t)| \frac{2\sigma - \omega}{\sigma}$$

Айталық,  $\lambda = \frac{2\sigma - \omega}{\sigma}$  болсын. Сонда келесі шартты алуға болады:

$$\dot{V}_n \leq -\left(\frac{1}{2}V_n\right)^{\frac{1}{\lambda}} + n\delta \quad (24)$$

Келесі түрдегі жиынды енгізейік

$$\Omega := \{x(t) \in R^n \mid V_n \geq 2(2n\delta)^\lambda\} \quad (25)$$

және айталық,  $x(t) - x(0)$  бастапқы күйі бар (7) жүйенің траекториясы болсын. Егер  $x(t) \in \Omega$  болса, онда (25)-тен мынау шығады:

$$\dot{V}_n \leq -\left(\frac{1}{2}V_n\right)^{\frac{1}{\lambda}} + n\delta \leq -n\delta < 0 \quad (26)$$

Бұл дегеніміз,  $x(t) \in \Omega$  болғанда,  $V_n - t$  уақыт өте келе қатаң кемімелі болады, демек  $x(t) - R^n$  кеңістігінің  $\Omega$  толықтауыш жиынтығына ақырлы  $T > 0$  уақытында еніп, сол жерде мәңгі қалуы керек дегенді білдіреді. Бұдан (7) тұйық жүйенің  $x(t)$  шешімі  $[0, +\infty)$  аралығында анықталған және кең ауқымды шектелген болады. Енді (3) шарттың орынды болатындығын (9), (24) қолданып, және  $\delta$  параметрін таңдау арқылы көрсетуге болады:

$$|y(t) - y_r(t)| = |x_1(t)| \leq V_n \leq 2(2n\delta) \frac{2\sigma - \omega}{\sigma} < \varepsilon$$

Бұдан кез келген  $\varepsilon > 0$  үшін (22) түрдегі үзіліссіз күй кері байланыс контроллері (3) шартты қанағаттандыратын шығысты кең ауқымды практикалық ізге түсіру есебін шешеді.

**Сандық мысал.** Бұл бөлімде теориялық нәтижелердің дұрыстығы мен тиімділігін көрсету үшін сандық мысал қарастырайық. Келесі түрдегі сызықты емес жүйені қарастырамыз:

$$\begin{cases} \dot{z}_1(t) = z_2^5(t) - |z_1(t-1)|^2 \cos z_2(t) \\ \dot{z}_2(t) = u^5(t) + z_2^2(t-2) + z_2^2(t) \sin(z_1(t-1)) \\ y(t) = z_1(t) \end{cases} \quad (27)$$

$\phi_1(\cdot) = |z_1(t-1)|^2 \cos(z_2(t))$ ,  $\phi_2(\cdot) = z_2^2(t-2) + z_2^2(t) \sin(z_1(t-1))$ .  $\omega = \frac{1}{5}$  деп алсақ, онда  $r_1 = 1$  және  $p_1 = 5, p_2 = 5$ , демек  $r_2 = \frac{r_1 + \omega}{p_1} = \frac{1 + \frac{1}{5}}{5} = \frac{6}{25}$ ,  $r_3 = \frac{r_2 + \omega}{p_2} = \frac{\frac{6}{25} + \frac{1}{5}}{5} = \frac{11}{125}$  болатындығын оңай есептеп алуға болады.

$$\begin{aligned} |\phi_1| &\leq (1 + z_1^2) \left( |z_1|^6 + |z_1(t-1)|^6 \right) + C_2, \quad |\phi_2| \leq \\ &\leq C_1 \left( |z_1(t)|^6 + |z_2(t)|^6 + |z_1(t-1)|^6 + |z_2(t-2)|^6 \right) + C_2 \end{aligned}$$

1-болжамды қанағаттандыратынын көреміз. Енді  $\sigma = 2$  деп таңдап алайық.

$$\left( \sigma \geq \max \{r_1 + \omega; r_2 + \omega; r_3 + \omega\} = \max \left\{ \frac{6}{5}; \frac{11}{25}; \frac{36}{125} \right\} = \frac{6}{5} \right)$$

Есептеулер жүргізу арқылы Ляпунов функциясын келесі түрде табамыз:

$$\dot{V}_2 \leq -x_1^2 + [x_1]^{\frac{89}{50}} \alpha_2^5 + (1 + \beta_2)x_2^2 + [x_2]^{\frac{89}{50}} (z_3^5 - \alpha_2^5)$$

мұндағы  $\beta_2 = \beta_{21} + \beta_{22} + \beta_{23}$ ,  $\alpha_2^5(z_2) = -[x_2]^{\frac{11}{25}} g_2^{\frac{11}{50}}$   $\dot{V}_2 \leq -(x_1^2 + x_2^2) + [x_2]^{\frac{89}{50}} (z_3^5 - \alpha_2^5)$

$\alpha_2 = u$ ,  $u(z) = -(\text{sign}(x_2))^{\frac{1}{5}} g_2^{\frac{11}{250}} |x_2|^{\frac{11}{250}}$ , мұндағы  $g_2 = (2 + \beta_2)^{\frac{50}{11}} > 1$ , бұдан

$$\dot{V}_2 \leq -\left(\frac{1}{2}V_2\right)^{\frac{10}{19}} + 2\delta \leq -2\delta < 0$$

$$\dot{V}_2 \leq -(x_1^2 + x_2^2)$$

$$|y(t) - y_r(t)| = |x_1(t)| \leq V_2 \leq 2(4\delta)^{\frac{10}{19}} < \varepsilon, \quad \varepsilon > 0$$

$\delta = 0,01$  болғанда алынған ізге түсіру қателігі 0.38 төңірегінде болады;  $\delta = 0,0001$  болған кезде ізге түсіру қателігі шамамен 0.016 азаяды.



**Қорытынды.** Бұл жұмыста жүйенің сызықтық емес әлсіз жағдайларында уақыт өте келе өзгертін кідірістері бар жоғары ретті сызықты емес жүйелер класы үшін шығысты кең ауқымды практикалық ізге түсіру мәселесі зерттеледі. Таңба функциясын және куат интеграторын қосудың жалпылама әдісін қолдана отырып, уақыт кешігуіне тәуелсіз үздіксіз күй контроллері жасалды, нәтижесінде алынған жабық контурлық жүйенің барлық күйлері шектеулі болады, ал ізге түсіру қателігі жеткілікті аз болады. Сандық мысал нәтиженің тиімділігін көрсетеді.

## ӘДЕБИЕТ

1 Алимхан К., Инаба Х. Практическое отслеживание выходного сигнала с помощью плавного выходного компенсатора для неопределенных систем с нестабилизуемой и неопределяемой линеаризацией. *Int. J. Моделирование, идентификация и контроль*, 5, 1-13 (2008).

2 Алимхан К., Инаба Х. Надежное практическое отслеживание выходных данных с помощью выходного компенсатора для класса неопределенных изначально нелинейных систем. *Int. J. Моделирование, идентификация и контроль*, 4, 304-314 (2008).

3 Гун К., Цянь С. Глобальное практическое регулирование выходного сигнала класса нелинейных систем с помощью обратной связи по выходу, *Automatica*, (2007), 43, (1), стр. 184-189.

4 Бенабдалла А., Халифа Т., Мабрук М. Адаптивное практическое управление отслеживанием выходных данных для класса неопределенных нелинейных систем, *Международный журнал системных наук*, 1421-1431 (2013).

5 Цянь К.Дж., Лин У. Практическое отслеживание выходных данных нелинейных систем с неконтролируемой нестабильной линеаризацией. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 47, 21-36 (2002).

6 Сун З.Я., Лю Ю.Г. Адаптивное практическое управление отслеживанием выходных данных для нелинейных неопределенных систем высокого порядка. *Автомат Аста. Синица*, 34, 984-989 (2008).

7 Дэниел У., Ли Дж.М., Ниу Ю.Г. Адаптивное нейронное управление для класса нелинейно-параметрических систем с временной задержкой. *IEEE Transactions on Neural Networks*, 16, 625-635 (2005).

8 Хуа К.С., Ван К.Г., Гуан Х.П. Адаптивный контроллер слежения для нелинейных систем с временными задержками и неизвестным входом в мертвую зону. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 53, 1753-1759 (2008).

9 Полендо Дж., Цянь С. Обобщенный подход однородного доминирования для глобальной стабилизации изначально нелинейных систем с помощью обратной связи по выходу, *Int. J. Робастного и нелинейного управления*, том 7, № 7, стр. 605-629 (2007).

10 Сун З.Я., Чжан Х.Х., Се Х.Дж. Непрерывная глобальная стабилизация нелинейных систем с временной задержкой высокого порядка. *Международный журнал контроля*, 6, 994-1007. (2013).

## REFERENCES

1 Alimhan, K., Inaba, H. Practical output tracking by smooth output compensator for uncertain systems with unstabilisable and undetectable linearization. *Int. J. Modelling, Identification and Control*, 5, 1-13 (2008).

2 Alimhan, K., Inaba, H. Robust practical output tracking by output compensator for a class of uncertain inherently nonlinear systems. *Int. J. Modelling, Identification and Control*, 4, 304-314(2008).

3 Gong, Q., Qian, C., Global practical output regulation of a class of nonlinear systems by output feedback, *Automatica*, (2007), 43, (1), pp. 184–189.

4 BenAbdallah A., Khalifa T, Mabrouk M. Adaptive practical output tracking control for a class of uncertain nonlinear systems, *International Journal of Systems Science*, 1421-1431 (2013) .

5 Qian, C.J., Lin, W. Practical output tracking of nonlinear systems with uncontrollable unstable linearization. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 47, 21-36 (2002).

6 Sun, Z.Y., Liu, Y.G. Adaptive practical output tracking control for high-order nonlinear uncertain systems. *Acta Automat. Sinica*, 34, 984-989(2008).

7 Daniel, W., Li, J.M., Niu, Y.G. Adaptive neural control for a class of nonlinearly parametric time-delay systems. *IEEE Transactions on Neural Networks*, 16, 625-635(2005).

8 Hua, C.C., Wang, Q.G., Guan, X.P. Adaptive tracking controller design of nonlinear systems with time delays and unknown dead-zone input. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 53, 1753-1759(2008).

9 Polendo, J., Qian, C. A generalized homogeneous domination approach for global stabilization of inherently nonlinear systems via output feedback, *Int. J. of Robust and Nonlinear Control*, vol. 7, No.7, pp. 605–629(2007).

10 Sun, Z.Y., Zhang, X.H., Xie, X.J. Continuous global stabilization of high-order time-delay nonlinear systems. *International Journal of Control*, 6, 994-1007. (2013).

**А. К. ЕРДЕНОВА<sup>1,2</sup>, Қ. АЛИМХАН<sup>2</sup>, Н. ТАСБОЛАТҰЛЫ<sup>1,3</sup>,  
С. С. АЛИШЕВА<sup>2</sup>**

<sup>1</sup>Международный университет Астана, Нур-Султан, Казахстан

<sup>2</sup>Евразийский университет имени Л.Н. Гумилева, Нур-Султан, Казахстан

<sup>3</sup>Казахский национальный университет им. аль-Фараби, Алматы, Казахстан

## **НЕПРЕРЫВНОЕ ГЛОБАЛЬНОЕ ОТСЛЕЖИВАНИЕ НЕЛИНЕЙНЫХ СИСТЕМ ВЫСОКОГО ПОРЯДКА С ЗАПАЗДЫВАНИЕМ**

*В данной статье рассматривается проблема глобального практического отслеживания для класса нелинейных систем высокого порядка с задержкой по времени. Особенность исследуемой системы состоит в том, что степень ограничения на верхнем пределе нелинейности может быть получена в непрерывном интервале. Вводя знаковую (сигнум) функцию и добавляя обобщенный метод включения интегратора мощности, а также выбирая соответствующую функцию Ляпунова, создадим регулируемый и не зависящий от времени контроллер слежения, который будет доминировать в нелинейности с задержкой по времени. Все состояния замкнутой системы, полученные в результате разработанного контроллера, широко ограничены и гарантируют, что ошибка слежения по истечении установленного времени достаточно мала. Приводится числовой пример, демонстрирующий эффективность и обоснованность предложенного метода.*

**Ключевые слова:** практическое отслеживание выхода, обратная связь по состоянию, функция Ляпунова.

**A. K. YERDENOVA<sup>1,2</sup>, K. ALIMHAN<sup>2</sup>, N. TASBOLATULY<sup>1,3</sup>,  
S. S. ALISHEVA<sup>2</sup>**

<sup>1</sup>*Astana International University, Nur-Sultan, Kazakhstan*

<sup>2</sup>*L.N. Gumilyov Eurasian National University, Nur-Sultan, Kazakhstan*

<sup>3</sup>*Al-Farabi Kazakh National University, Almaty, Kazakhstan*

## **CONTINUOUS GLOBAL TRACKING OF A CLASS HIGH-ORDER TIME-DELAY NONLINEAR SYSTEMS**

*This paper deals with the problem of global practical tracking for a class of high-order nonlinear systems with time delay. The peculiarity of the system under study is that the degree of restriction on the upper limit of nonlinearity can be obtained in a continuous interval. By introducing a sign (signum) function and adding a generalized method for enabling the power integrator, as well as selecting the corresponding Lyapunov function, we create an adjustable and time-independent tracking controller that will dominate the time-delayed nonlinearity. All the closed system states obtained as a result of the developed controller are widely limited and ensure that the tracking error after the set time is sufficiently small. A numerical example is given to demonstrate the effectiveness and validity of the proposed design.*

**Keywords:** *practical output tracking, state feedback, Lyapunov function.*

**Б.Т. КЕРИМХАН<sup>2</sup>\*, А.М. НЕДЬЗВЕДЬ<sup>1</sup>, А.К. ЖУМАДИЛЛАЕВА<sup>2</sup>,  
Г.А. ДУЙСЕНОВА<sup>2</sup>**

<sup>1</sup>Белорусский государственный университет, Минск, Беларусь

<sup>2</sup>Евразийский национальный университет имени Л.Н. Гумилева,  
Нур-Султан, Казахстан

## **МЕТОДИКА АВТОМАТИЗАЦИИ АНАЛИЗА БОЛЬШИХ НАБОРОВ ИЗОБРАЖЕНИЙ ДЛЯ ЗАДАЧ МОНИТОРИНГА**

*Разработана методика автоматизации анализа больших наборов изображений для задач мониторинга и дистанционного зондирования Земли. Она основана на том, что каждый наблюдаемый объект определяется как динамический объект, с заданными характеристиками. Объекты, у которых характеристики похожи или входят в заданные диапазоны объединяются в динамические группы, и мониторинг выполняется за выделенной группой.*

**Ключевые слова:** динамический анализ объекта, динамический объект, типы движения, космические снимки, методы.

**Введение.** Распространение спутниковых изображений радикально изменило возможности контроля и понимания происходящих событий за счет мониторинга разновременных изображений. Это позволило решать множество сложных задач, начиная от рутинного контроля транспорта и всхода посевов и заканчивая мобилизацией ресурсов во время бедствий и оценки последствий глобального потепления [8]. Все эти достижения основываются на маркировке важных элементов, таких как создание объектов, их следов и дорог, которая зачастую выполняется вручную или с помощью полуавтоматических методов. Поскольку эти большие и сложные наборы данных продолжают экспоненциально увеличиваться, необходимы новые решения, чтобы уменьшить нагрузку рутинных задач на их специалистов-аналитиков изображений. Одним из наиболее эффективных путей, позволяющих автоматизировать такие задачи без наращивания вычислительных ресурсов и увеличения объемов хранения данных, являются системы аннотирования [5].

**Материалы и методы.** При мониторинге объекта важное значение имеет разновременная съемка, представляющая собой последовательную запись изображений в системах длительного временного диапазона для наблюдения и анализа, что дает возможность более детально изучить динамику [7]. Последовательность изображений можно рассматривать как одну из разновидностей кадровых изображений. В число ее преимуществ входят высокое временное разрешение и возможность комбинации съемки в течение длительного времени. Видеоизображения позволяют получить кадровую запись изменений формы и подвижности объектов, а также яркости их изображений [3].

Динамические характеристики выясняются на основе анализа нескольких кадров, определяют взаимодействия друг с другом. Описывают поведение объекта.

---

\* E-mail корреспондирующего автора: [bek\\_zhan\\_16@mail.ru](mailto:bek_zhan_16@mail.ru)

Динамические объекты – это физические тела и системы связанных тел, явления, технические устройства и системы связанных устройств, а также технологические процессы, способные воспринимать внешние физические воздействия и откликаться на них изменением выходных физических величин, характеризующих состояние и поведение объекта.

В узком смысле динамический объект функционирует во времени, а его пространственные параметры и характеристики приближенно учитываются при моделировании задержками времени, требуемые сигналам (воздействиям и реакциям) для распространения в пространстве [10]. Формально динамический объект можно определить и как объект, моделью которого является дифференциальное уравнение. Тогда все свойства, которыми обладает объект, содержатся в самом дифференциальном уравнении, в его решении. В общем случае динамические объекты являются нелинейными, в том числе они могут обладать и дискретностью, например, изменять быстро структуру при достижении воздействием некоторого уровня [7]. Для последовательности изображений динамический объект – это связанная группа пикселей, абсолютное положение которой или форма изменяется в течение определенного временного интервала.

Отдельный динамический объект характеризуется изменениями одного или всех параметров: структуры, площади, формы и координат.

Изменение структуры, формы и площади характеризуют внутренние изменения объекта, а координаты описывают его перемещение. Временной интервал для изменения характеристик объекта может быть разным и отмечает конкретные точки во времени. В результате данные характеристики носят дискретный характер [1]. Тем не менее, природа этих изменений, как правило, непрерывна, и различия характеристик в разные промежутки времени могут отражать свойства поведения объекта. Объекты с одинаковым поведением можно объединить в группу [2].

Динамическая группа – это объединение двух или нескольких динамических объектов, обладающих общими свойствами и расположенных на ограниченном расстоянии друг от друга. Эти свойства, прежде всего, отражают характер движения объектов в группе.

Характер движения в группе можно разбить на четыре основных вида:

- направленное движение объектов;
- агрегация объектов или их групп (движение к общему центру);
- рассеивание объектов (движение от центра);
- исчезновение (терминатор движения).

Направленное движение определяется тогда, когда несколько объектов движутся в одном и том же направлении.

Основными признаками такого движения являются:

- одновременное перемещение нескольких объектов из одной области изображения в другую;
- скорость движения объектов, превышающая скорость движения объектов фона;
- совпадающие направления движения объектов.

Агрегация – это движение объектов по направлению к общему центру. Движение объектов при этом может быть симметричным, но могут преобладать и два направления. Различают следующие признаки агрегации:

- несколько объектов перемещаются в одну область изображения из других областей;

- скорость движения этих объектов больше скорости хаотического движения;
- можно выделить, как минимум, два преобладающих направления движения.

Рассеивание – это движение объектов от общей точки на изображении. Признаки рассеивания:

- несколько объектов перемещаются по направлению от их общего центра в другие участки изображения;
- скорость их движения превышает скорость хаотического движения;
- можно выделить, как минимум, два преобладающих направления движения.

Рассеивание может привести к делению, образованию нескольких новых объектов в области расположения старой группы. Но, тем не менее, это не полное исчезновение динамического объекта, так как в данном случае объектов становится больше [1].

Исчезновение – это терминальная стадия жизнедеятельности объекта. В данном случае объект либо прекращает свое существование, либо становится динамическим. Это состояние можно классифицировать как терминатор движения.

Данные виды движения в группе определяют ее поведение. Именно они являются основными, и на их комбинации формируется более сложное движение, по которому можно выполнять как прогноз, так и мониторинг событий. Разумеется, для качественных результатов и прогноза требуется более двух разновременных снимков [12].

Исходя из подобной последовательности, можно определить три уровня объектов как на рисунке 1.



Рисунок 1 – Схема иерархии формирования характеристик динамических объектов и групп

На первом уровне определяются статические объекты. Это объекты мониторинга, выделенные на одном изображении. В данном случае их ключевыми характери-



стиками являются координаты объекта, его площадь и форма. Как только появляется изображение, сделанное в другое время, можно говорить об изменениях, и в данном случае объект приобретает динамический статус. При накоплении изображений во времени появляется возможность формирования динамической группы.

Несмотря на огромный класс задач мониторинга, по космическим снимкам количество наблюдаемых классов для динамических объектов ограничено. Все объекты также можно разделить на группы: простые и территориальные объекты. К простым объектам относятся: техника, здания, дороги, путепроводы, деревья, кусты, озера, ручьи и т.д. К территориальным объектам можно отнести районы застройки, поля, леса, водную поверхность и т.д. Если территориальные объекты имеют постоянное положение, то для таких объектов, как автомобили положение может быть разным, как и его наличие. Как правило, автомобиль, присутствующий на первом изображении, отсутствует на втором. Соответственно, нет возможности исследовать изменение его характеристик. Для таких объектов вводится понятие потока, который характеризуется путем, загруженностью, направлением, набором характеристик скоростей (средняя, интегральная, дисперсия) и усредненными характеристиками объекта. Кроме того, потоком может описываться движение по путепроводу [12].

Отображаемые объекты изображения можно разделить на три типа: текстурные, локально-информационные и смешанные. В классе текстурных изображений информационная содержательность заключена в тех или иных макропараметрах, характеризующих изображение или значительную его часть в целом. Для статистического описания текстурных изображений естественно использовать классические методы и статистические модели теории случайных полей. Локально информационные изображения характеризуются присутствием цельных объектов, имеющих конкретные геометрические характеристики. В смешанных изображениях содержатся объекты, имеющие признаки обоих типов.

Общая схема методики анализа динамических объектов для задач мониторинга показана на рисунке 2.

Методика включает в себя шесть стадий: получение и предобработка изображения, сегментация сцены изображения и выделение областей, сегментация сцены изображения и выделение областей, контроль выполнения условий для поведенческой характеристики, классификация поведенческой линии объектов региона.

**Результаты.** Получение и предобработка изображения осуществляется из Интернет-источников согласно выбранным координатам и времени. Для предобработки используется внешнее программное обеспечение – пакет SNAP от компании Santinel и QGIS.

Сегментация сцены изображения и выделение областей, содержащих основные объекты классов. В настоящее время существует достаточно много алгоритмов сегментации, но наиболее популярными и эффективными являются сети на основе архитектуры U-Net.

Нейронная сеть определяет, относится ли каждая точка на спутниковом снимке к объекту заданного класса. Семантическая сегментация — это не просто детектирование объектов. Получив маску по спутниковому снимку, выделяются достаточно большие скопления точек, принадлежащих объектам, из которых собираются в связные

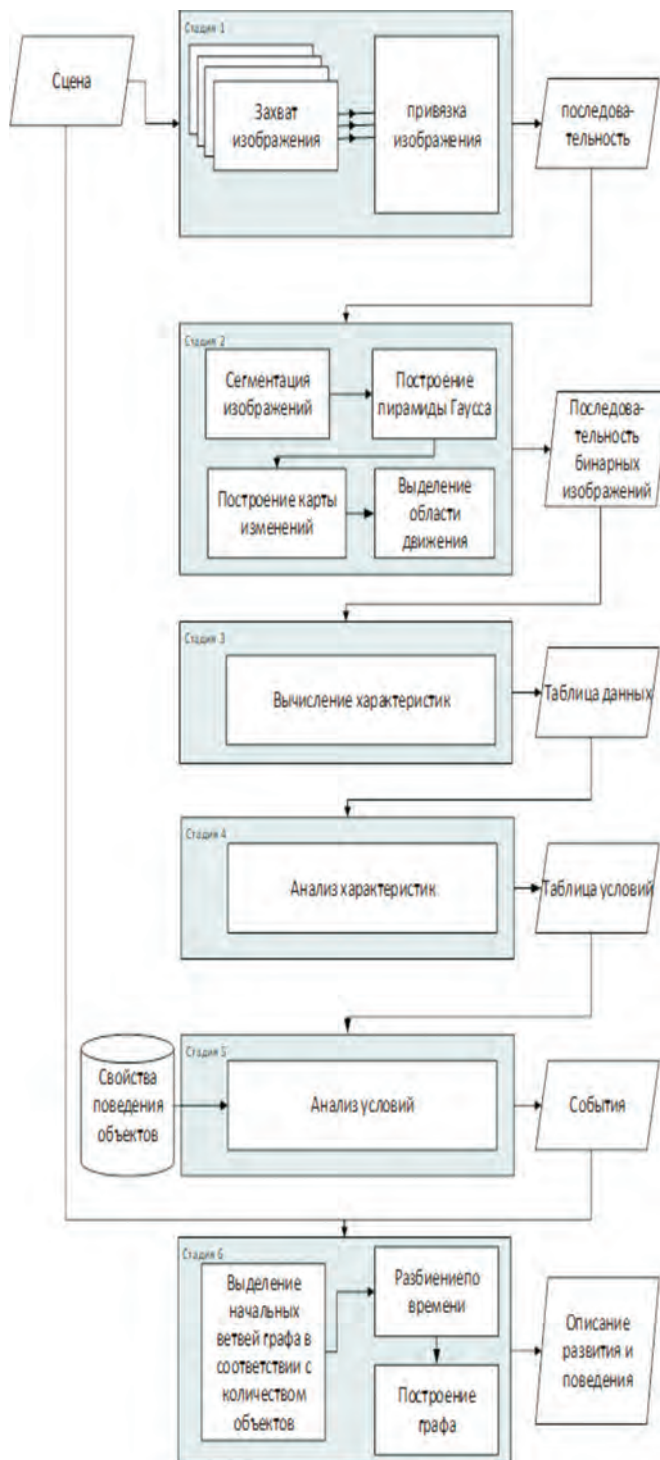


Рисунок 2 – Общая схема методики анализа динамических объектов для одновременных снимков

области, которые можно и представить как границы областей в векторной форме в виде многоугольников. Маска не будет абсолютно точной, а значит, объекты, которые находятся близко, могут склеиться в одну связную область. Проблема решается либо дополнительной тренировкой сети, либо алгоритмом элонгации. Таким образом, работу на данной стадии можно описать с помощью схемы, показанной на рисунке 3.

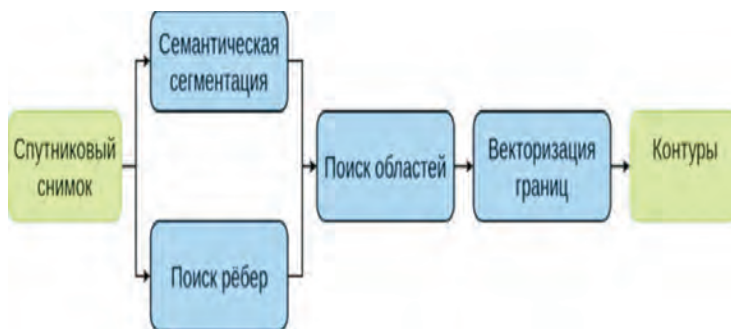


Рисунок 3 – Общая схема сегментации

Вычисление характеристик позволяет формализовать объект и привести его к параметрическому виду как набор характеристик, что позволяет исключить из хранения изображение. Контроль выполнения условий для поведенческой характеристики осуществляется для контроля объекта как элемент динамической группы. На данном этапе определяется принадлежность объекта к группе и ее классификация. Классификация поведенческой линии определяет формирование общей динамической картины в наблюдаемом регионе, которая формируется из элементов поведения динамических групп, присутствующих на спутниковых изображениях.

Построение графа поведения динамических объектов на изображении определяет схему поведения объектов мониторинга.

**Заключение.** Разработана методика автоматизации анализа больших наборов изображений для задач мониторинга и дистанционного зондирования Земли. Она основана на том, что каждый наблюдаемый объект определяется как динамический объект, с заданными характеристиками. Объекты, у которых характеристики похожи или входят в заданные диапазоны объединяются в динамические группы и мониторинг выполняется за выделенной группой.

## ЛИТЕРАТУРА

1 Риттер Г. Х. Справочник по алгоритмам компьютерного зрения в алгебре изображений / Г. Х. Риттер, Дж. Н. Уилсон. – Бока-Ратон: CRC Press, 1996. - 357 с.

2 Роннебергер О. U-Net: Сверточные сети для сегментации биомедицинских изображений / О. Роннебергер, П. Фишер, Т. Брокс // Вычисление медицинских изображений и компьютерное вмешательство. – 2015. – Т.9351. - С. 234 – 241.

3 Ростен Э. Быстрее и лучше: подход машинного обучения к обнаружению углов / Э. Ростен, Р. Портер, Т. Драммонд // Компьютерное зрение и распознавание образов: IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence. – 2010. – Т. 32, вып. 1. – С. 105 – 119.

- 4 Хах С. Обнаружение апоптоза для неклеящихся клеток при покадровой фазово-контрастной микроскопии / С. Хах, Т. Канадэ // Вычисление медицинских изображений и компьютерное вмешательство. – 2013. – Т. 16, iss. 2. – С. 59-66.
- 5 Улучшенная оценка карты глубины по стереоизображениям на основе гибридного метода / П. Каменкай [и др.] // Радиоинженерия. – 2012. – Т. 21, iss. 1. – С. 70-78.
- 6 Исикава-Анкерхольд, Х. К. Передовые методы флуоресцентной микроскопии - FRAP, FLIP, FLAP, FRET и FLIM / Х. К. Исикава-Анкерхольд, Р. Анкерхольд, Г. П. Драммен // Молекулы. – 2012. – Т. 17, iss. 4 – С. 4047-4132.
- 7 Катаока Х. Оценка распознавания человеческой деятельности на основе зрения в рамках плотной траектории / Х. Катаока [и др.] // Достижения в области визуальных вычислений. ISVC 2015. Конспекты лекций по информатике, Спрингер, Чам; Бебис Г. и др. (eds). – 2015. – Том 9474. – С. 634-646
- 8 Ке Ю. PCA-SIFT: Более четкое представление для локальных дескрипторов изображений / Ю. Ке, Р. Суктханкар // Proc. Стажер IEEE. Конф. Компьютерное зрение и распознавание образов. – 2004. – Вып. 2 – С. 506 - 513.
- 9 Хетарпал К. Обнаружение сопряженных точек на паре перекрывающихся изображений с использованием эпиполярной корреляции / К. Хетарпал, К. Салуджа // Интерн. журнал научных исследований и менеджмента (IJSRM). – 2015. – Т. 3, вып. 7. - С. 3312 – 3315.
- 10 Кирбас С. Обзор методов и алгоритмов извлечения сосудов / С. Кирбас, Ф. Квек // ACM Computing. – 2004. – Т. 36, iss. 2. – С. 81-121.
- 11 Ковалев В. Текстурная анизотропия белого вещества головного мозга, выявленная с помощью анатомической МРТ / В. Ковалев, Ф. Круггель // IEEE Transactions on Medical Imaging. – 2007. – Т. 26, вып. 5. – С. 678- 685.
- 12 Ковалев В.А. Анализ текстур в трех измерениях как ключ к медицинской диагностике / В. А. Ковалев, М. Петру ; под ред. И. Банкмана / Справочник по медицинской визуализации: Обработка и анализ. – США, Сан-Диего: Academic Press, – 2000. – С. 231-246.

## REFERENCES

- 1 Ritter G. X. Handbook of computer vision algorithms in image algebra / G. X. Ritter, J. N. Wilson. – Boca Raton: CRC Press, 1996. – 357 p.
- 2 Ronneberger O. U-Net: Convolutional Networks for Biomedical Image Segmentation / O. Ronneberger, P. Fischer, T. Brox // Medical Image Computing and Computer-Assisted Intervention. – 2015. – Vol.9351. – P. 234 – 241.
- 3 Rosten E. Faster and Better: A Machine Learning Approach to Corner Detection / E. Rosten, R. Porter, T. Drummond // Computer Vision and Pattern Recognition: IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence. – 2010. – Vol. 32, iss. 1. – P. 105 – 119.
- 4 Huh S. Apoptosis detection for non-adherent cells in time-lapse phase contrast microscopy / S. Huh, T. Kanade // Medical Image Computing and Computer-Assisted Intervention. – 2013. – Vol. 16, iss. 2. – P. 59 –66.
- 5 Improved Depth Map Estimation from Stereo Images Based on Hybrid Method / P. Kamencay [et al.] // Radioengineering. – 2012. – Vol. 21, iss. 1. – P. 70 –78.
- 6 Ishikawa-Ankerhold, H. C. Advanced fluorescence microscopy techniques-FRAP, FLIP, FLAP, FRET and FLIM / H. C. Ishikawa-Ankerhold, R. Ankerhold, G. P. Drummen // Molecules. – 2012. – Vol. 17, iss. 4 – P. 4047–4132.
- 7 Kataoka H. Evaluation of Vision-Based Human Activity Recognition in Dense Trajectory Framework / H. Kataoka [et al.] // Advances in Visual Computing. ISVC 2015. Lecture Notes in Computer Science, Springer, Cham; Bebis G. et al. (eds). – 2015. – Vol 9474. – P. 634-646

8 Ke Y. PCA-SIFT: A More Distinctive Representation for Local Image Descriptors / Y. Ke, R. Sukthankar // Proc. IEEE Intern. Conf. Computer Vision and Pattern Recognition. – 2004. – Vol. 2 – P. 506 – 513.

9 Khetarpal K. Detection of Conjugate Points on Pair of Overlapping Image Using Epipolar Correlation / K. Khetarpal, K. Saluja // Intern. Journal of scientific research and management (IJSRM). – 2015. – Vol. 3, iss. 7. – P. 3312 – 3315.

10 Kirbas C. A review of vessel extraction techniques and algorithms / C. Kirbas, F. Quek // ACM Computing. – 2004. – Vol. 36, iss. 2. – P. 81 – 121.

11 Kovalev V. Texture Anisotropy of the Brain's White Matter as Revealed by Anatomical MRI / V. Kovalev, F. Kruggel // IEEE Transactions on Medical Imaging. – 2007. – Vol. 26, iss. 5. – P. 678 – 685.

12 Kovalev, V. A. Texture analysis in three dimensions as a cue to medical diagnosis / V. A. Kovalev, M. Petrou ; ed. I. Bankman / Handbook of Medical Imaging: Processing and Analysis. – USA, San Diego: Academic Press, – 2000. – P. 231 – 246.

**Б. Т. КЕРІМХАН<sup>2</sup>, А. М. НЕДЪЗВЕДЬ<sup>1</sup>, А. К. ЖУМАДИЛЛАЕВА<sup>2</sup>,  
Г. А. ДҮЙСЕНОВА<sup>2</sup>**

<sup>1</sup> Беларусь мемлекеттік университеті, Минск, Беларусь,

<sup>2</sup> Л.Н. Гумилев ат. Еуразия ұлттық университеті, Нұр-Сұлтан, Қазақстан

## **МОНИТОРИНГ ТАПСЫРМАЛАРЫ ҮШІН ҮЛКЕН СУРЕТТЕР ЖИЫНТЫҒЫН ТАЛДАУДЫ АВТОМАТТАНДЫРУ ӘДІСІ**

*Жерді бақылау және қашықтықтан зондау міндеттері үшін үлкен суреттер жиынтығын талдауды автоматтандыру әдістемесі жасалды. Ол әрбір бақыланатын объект берілген сипаттамалары бар динамикалық объект ретінде анықталатындығына негізделген. Сипаттамалары ұқсас немесе берілген диапазондарға кіретін объектілер динамикалық топтарға біріктіріліп, бақылау бөлінген топта орындалады.*

**Түйін сөздер:** динамикалық объектіні талдау, динамикалық объект, қозғалыс түрлері, гарыштық суреттер, әдістер.

**B. T. KERIMKHAN<sup>2</sup>, A. M. NEDZVED<sup>1</sup>, A. K. ZHUMADILLAYEVA<sup>2</sup>,  
G. A. DUISENOVA<sup>2</sup>**

<sup>1</sup> Belarusian state university, Minsk, Belarus,

<sup>2</sup> L.N. Gumilyov Eurasian national university, Nur-Sultan, Kazakhstan

## **ANALYSIS OF LARGE IMAGE SETS FOR AUTOMATED MONITORING TASKS**

*A technique for automating the analysis of large sets of images for monitoring and remote sensing of the Earth has been developed. It is based on the fact that each observed object is defined as a dynamic object with specified characteristics. Objects whose characteristics are similar or fall within the specified ranges are combined into dynamic groups and monitoring is performed for the selected group.*

**Keywords:** dynamic object analysis, dynamic objects, types of movement, space images, methods.

**Е. Б. РАБИМЗАТОВ, Н. Қ. ҚАДЫРБЕК, М. Е. МАНСУРОВА,  
Ж. Т. ЖУМАШЕВА\***

*ЖАҚ «Әл-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университеті»  
Алматы, Қазақстан*

## **МАНИПУЛЯТОРДЫҢ ҚОЗҒАЛЫС КИНЕМАТИКАСЫН ЖАСАНДЫ НЕЙРОНДЫҚ ЖЕЛІ АРҚЫЛЫ ЖОСПАРЛАУ**

*Зерттеу жұмысы декарттық жазықтықтағы 3L жазық робот манипуляторы үшін кері кинематика есебін шешуде жасанды нейрондық желілерді қолдануға бағытталған. Аталмыш тәсіл бойынша жобаланған манипулятор алдағы уақытта эффектормен жабдықталып, өнім жинаушы агроробот кешенінің құрамдас бөлігіне айналмақ.*

*Нейрондық желіде декарттық жазықтықтағы көзделген нүктенің координаттары мен бағыты кіріс деректері ретінде қолданылады, желі өз кезегінде эффекторды қажетті нүктеге келтіру үшін буындар арасындағы сәйкес бұрыштарды есептейді. Манипулятордың қозғалыс кинематикасы нейрондық желі арқылы жоспарланады [1].*

*Манипуляторды нейрондық желі көмегімен басқарудың мұндай жаңа тәсілі стандартты емес жағдайлардағы позициялау қатесін азайтуға мүмкіндік береді.*

***Түйін сөздер:** кинематиканың кері және тура есебі, манипулятор, нейрондық желі, 3 буынды манипулятор, эффектор.*

**Кіріспе.** Соңғы уақыттарда өнеркәсіптік манипуляторлар өндірістің әртүрлі салаларында ұтымды қолданылуда. Онсыз қазіргі уақытта автомобиль жасау, электроника, күрделі тұрмыстық техника өндірісін елестету мүмкін емес. Ал ауылшаруашылығы өнімдерін жинауда адамның механикалық еңбегін азайту экономикалық та, технологиялық та тенденцияға ие. Кинематикалық сұлбалардың күрделенуі басқарудың жетілдірілген жүйелерін құруды талап етеді, демек кинематика мен динамика саласындағы зерттеулерді дамыту, сонымен қатар қозғалысты басқару алгоритмдерін синтездеу қажет. Аталмыш мәселе кинематиканың тура және кері есептері үшін зерттеледі. Кинематиканың тура есебі (КТЕ) көзделген нүктенің кеңістіктіктегі орналасуын және бағытын анықтаудан тұрады, әдетте жалпыланған буындардың орналасу позициялары мен стационарлы параметрлерін қолданып мақсатты нүкте атрибуттарын анықтайды. Кинематиканың кері есебі (ККЕ), тура есеп сияқты, кинематикалық талдау мен манипуляторларды синтездеудің негізгі міндеттерінің бірі болып табылады.

Кері кинематикалық есепті шешу үшін белгілі манипулятор геометриясына негізделген бірнеше түрлі процедуралар бар. Алайда, манипулятордың геометриясын дәл анықтау мүмкін болмаған кезде бұл шешімдер күрделі немесе қолдануға жарамсыз болады. Егер манипулятордың геометриясы белгісіз болса, кері кинематиканы түрлендіруді анықтайтын балама шешім бар ма деген сұрақ туындайды. Мүмкін тәсілдердің бірі ретінде кері кинематиканың өзгеруін зерттеу үшін нейрондық желілерді пайдалануды қарастырып көруге болады.



Манипулятордың механикалық жүйесінің күрделілігі, басқару объектісі ретінде роботқа тән бірқатар маңызды белгілер (буындар мен беріліс механизмдерінің серпімді икемділігі, қозғалғыштық дәрежелерінің өзара әсері, кейбір мәселелердің анық еместігі, әртүрлі шектеулердің болуы) басқарудың тиімді әдістері мен алгоритмдерін құру өте өзекті болып табылады [2].

Көпбуынды манипуляторлардың қозғалысын модельдеу және басқару міндеттерінің күрделілігіне байланысты есептерді шешудің әмбебап әдістері мен алгоритмдерін құру мүмкіндігіне сену қиын, яғни әр жағдайда нақты мәселе манипулятордың ерекшелігін, кинематикалық сұлбасын, конструктивті және басқа да шектеулерді ескеру шарт.

**Зерттеу әдістері.** Қойылған міндеттерді шешу үшін жасанды интеллект және математикалық модельдеу әдістері, теориялық механика, басқару теориясы қолданылды.

**ККЕ-ні шешу әдістері.** ККЕ шешу өте өзекті мәселе, оны шешудің көптеген тәсілдері қарастырылуда, атап айтқанда, (мүмкін болған жағдайда) геометриялық шешімдер [3], оңтайландыру әдістеріне негізделген сандық алгоритмдер [4, 5], эволюциялық есептеулер [6, 7] немесе нейрондық желілер [8] жатады.

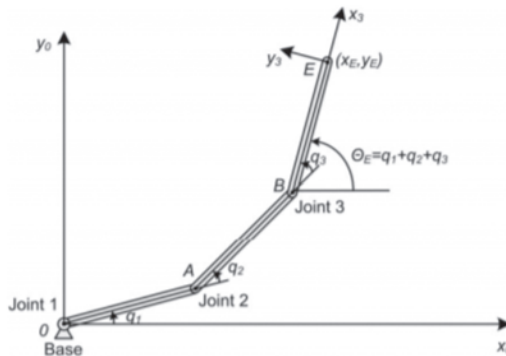
**Итеративті бөлік-сызықты генерация әдісі** негізінде басқару әдісі аналитикалық геометрияның көмегімен бастапқы күйден соңғы күйге түзу бойымен қозғалу мүмкіндігін талдайды. Жол кесіндісі кедергіден өткен жағдайда, жол кесіндісінің ең нашар нүктесін кедергінің ортасынан бағыт бойынша жылжыту арқылы қосымша аралық жағдайды енгізу жүргізіледі. Содан кейін бұл әрекеттер бастапқы күйден қосымша аралыққа және қосымша аралықтан көзделген нүктеге дейінгі қозғалыс үшін рекурсивті түрде қайталанатын. Аталмыш әдіс энергетикалық тұрғыдан ұтымды, қарапайым болып келеді. Әдіс кемшілігі манипулятормен мақсатты операцияларды орындау жылдамдығы мен дәлдігінің төмендеуі, буындардың тез тозуы [9].

**Айқын емес басқару** әдісі априорлық білім жүйені басқару үшін қолданылатын ережелер түрінде қолданылады. Ережелерді әдетте сарапшылар немесе операторлар ұсынады. Техникалық нысанды басқару жүйесінде кірістер әдетте басқару қатесі, оның туындысы және кейбір сыртқы айнымалылар (әсерлер) болып табылады [10]. Жүйенің тұрақтылығына кепілдік берілмейді. Оңтайландыру сынақтар мен қателіктер арқылы жүзеге асырылады, параметрлер теңшеленеді. Қазіргі зерттеулерде қолданылатын нейрондық желілер де ұқсас артықшылықтар мен кемшіліктерге ие.

**Нейрондық желі** (НЖ) сызықты емес операцияны орындайтын көптеген нейрондардан тұрады, бір элементтің кірісі басқа элементтердің шығуымен байланысты. Әдетте нейрондар қабаттарға бөлінеді. Нейронда орындалатын белсендіру функциясын таңдау (сигмоид, қарапайым шекті,...). НЖ-нің басты кемшілігі желінің өлшемі мен құрылымын таңдау анықталмағандығымен байланысты және НЖ тек желі жобалау барысында қолданылған параметрлер тізіміне қатаң тәуелді түрде жұмыс істейді. НЖ негізіндегі басқару элементі бар жүйе әрқашан тұрақты бола бермейді [11-13].

**Кинематиканың тура есебі арқылы деректерді генерациялау.** Ұсынылған алгоритм үшін сынақ стенді ретінде 3 буынды манипулятор қарастырылады (1-сурет). Бұл айналмалы ілмектері бар үш буынды жазық манипулятор, оның буындары келесі шартты өлшем бірлік мөлшерінде болады:

$$l_1 = 12, l_2 = 20, l_3 = 5$$



1-сурет – 3 буынды манипулятор

Ал буындар арасындағы бұрыштар сәйкесінше келесі аралықтарда шектелген:

$$q_1 \in [0, \pi]$$

$$q_2 \in [-\pi, 0]$$

$$q_3 \in [-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}]$$

Ағымдағы манипулятор үшін кинематиканың тура есебі төмендегі формула бойынша есептелінеді:

$$x_E = l_1 \cos q_1 + l_2 \cos(q_1 + q_2) + l_3 \cos(q_1 + q_2 + q_3)$$

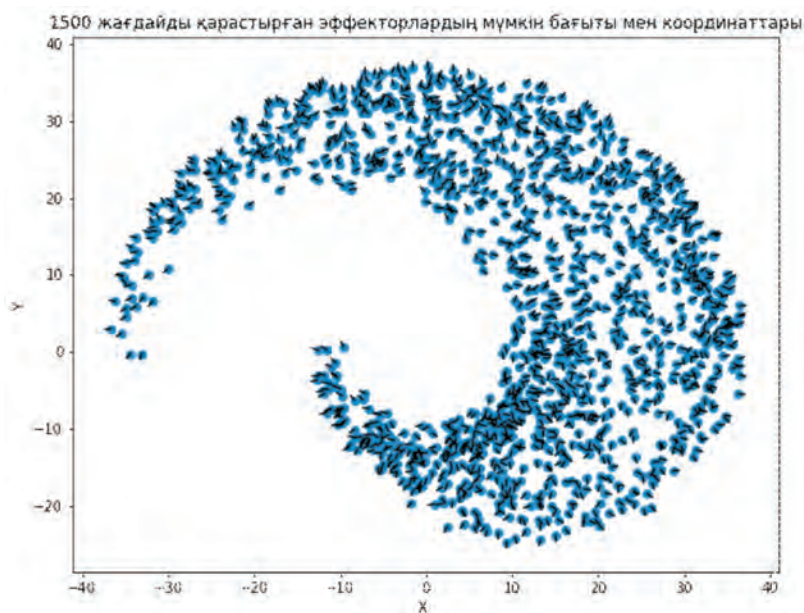
$$y_E = l_1 \sin q_1 + l_2 \sin(q_1 + q_2) + l_3 \sin(q_1 + q_2 + q_3)$$

Бұл есептеулер бізге нейрондық торды оқыту үшін қажетті деректер жиынтығын синтетикалық түрде генерациялау үшін қажет.

Генерациялау барысында алынған манипулятор ұшындағы эффлектордың мүмкін 1500 орналасу координаттары 2-суреттегідей құрылыммен ұйымдастырылды.

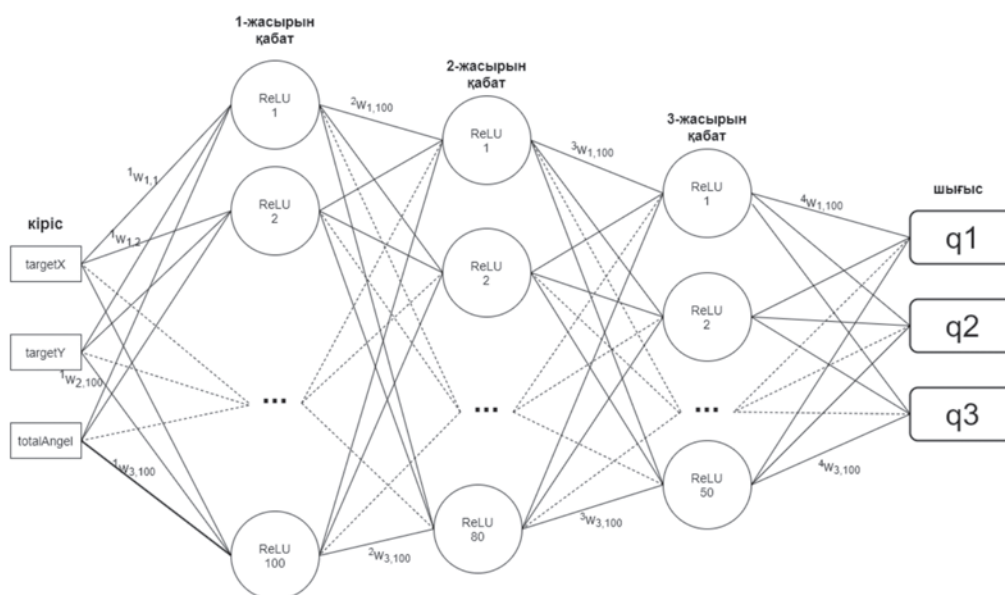
	Q1	Q2	Q3	targetX	targetY	TotalAngle
0	3.057	-2.025	-0.254	1.867	21.690	44.576
1	1.688	-2.873	1.230	11.118	-6.387	2.578
2	0.454	-2.150	0.151	8.416	-19.579	-88.522
3	2.098	-0.134	-0.643	-12.464	33.689	75.688
4	0.179	-2.985	-0.633	-11.857	-2.985	-197.040
...	...	...	...	...	...	...
1495	1.977	-2.102	-1.269	15.982	3.608	-79.870

2-сурет – Синтетикалық генерацияланған деректер



3-сурет – Эффлектордың мүмкін жағдайлары

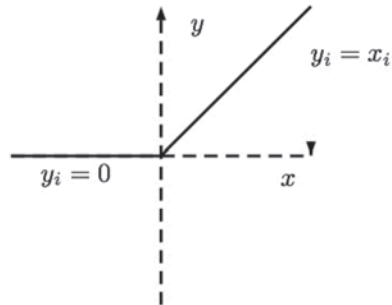
**НЖ архитектурасы.** Манипуляторды интеллектуалды басқару үшін қажетті НЖ 3 жасырын қабаттан тұратын архитектураға ие (4-сурет). Нейронды желіге кіріс деректері ретінде үш параметр беріледі: алғашқы екеуі ( $targetX$ ,  $targetY$ ) эффлектордың көзделген декарттық жазықтықтағы координаттары, ал соңғысы ( $TotalAngle$ ) эффлектордың бағдары.



4-сурет – Желі архитектурасы

**Белсендіру функциясы.** Белсендіру функциясы ретінде ReLU қолданылады (5-сурет).

$$f(z) = \max(0, z)$$



5-сурет – ReLU

ReLU функциясын таңдап алуымыздың басты себебі, ол сигмоидалды және гиперболалық тангенс функцияларына қарағанда төмендегі артықшылықтарға ие:

– Туынды өте тез және қарапайым алынады. Теріс мәндер үшін – 0, оң мәндер үшін –1.

– Сирек белсендіру. Нейрондардың саны өте көп желілерде сигмоидты функцияны немесе гиперболалық тангенсті активтендіру функциясы ретінде пайдалану барлық дерлік нейрондардың белсендірілуіне әкеледі, бұл модельдің оқу жұмысына әсер етуі мүмкін. Егер ReLU қолданылса, функцияның сипаттамаларына байланысты қосылатын нейрондардың саны азаяды және желінің өзі жеңілдейді.

**Қатені кері тарату алгоритмі (ҚКТ).** ҚКТ – көп қабатты нейрондық желілерді оқыту әдістерінің бірі. ҚКТ алгоритмі желіні оқыту барысында барлық қабаттар бойымен екі бағытта өтуді көздейді: тура және кері.

Тікелей өту кезінде кіріс векторы нейрондық желінің кіріс қабатына беріледі, содан кейін ол желі арқылы қабаттан қабатқа таралады. Нәтижесінде шығыс сигналдарының жиынтығы жасалады, бұл желінің осы кіріс деректеріне нақты реакциясын сипаттайды. Тікелей өту кезінде желінің барлық  $w_{ij}^k$  синаптикалық салмағы өзгеріссіз болады. Кері өту кезінде барлық синаптикалық салмақтар қателерді түзету ережесіне сәйкес реттеледі, атап айтқанда: желінің іс жүзіндегі шығысы күтілген (эталондық) мәннен алынады, нәтижесінде қателік сигналы пайда болады. Бұл сигнал кейіннен желі арқылы синаптикалық байланыстардың бағытына қарама-қарсы бағытта таралады, бұл – ҚКТ. Синаптикалық салмақтар желінің шығыс сигналын күтілген мәнге барынша жақындату үшін реттеледі, яғни қателік минимизацияланады [14].

Келесі белгілерді енгізейік:  $X_i$  – кіріс векторы,  $Y_i$  – шығыс векторы,  $w_{ij}^k$  –  $i$ -қабаттың  $j$ -нейронының салмақ коэффициенті,  $b_i^k$  –  $k$ -қабаттың  $i$ -нейронының шегі,  $d_i$  –  $i$ -нейронның үлгілік (эталондық) шығыс мәні.

$k$ -қабаттың  $j$ -нейронының шығыс мәні келесідей есептелінеді:

$$Y_j^k = F\left(\sum w_{i,j}^k Y_i^{k-1} - b_j^k\right)$$

Шығыс қабатының  $j$ -нейронының шығыс мәні келесідей есептелінеді:

$$Y_j = F\left(\sum w_{i,j} Y_i^{n-1} - b_j\right)$$

Желінің қателік функционалы  $E = \frac{1}{2} \sum_j (Y_j - d_j)^2$ , ал өз кезегінде  $\gamma_j = Y_j - d_j$  шығыс қабатының  $j$ -нейронының қателігі.  $k$ -жасырын қабаттың  $j$ -элементінің қателігі:

$$\gamma_j^k = \frac{\partial E}{\partial Y_j^k} = \sum_j \frac{\partial E}{\partial Y_j} \frac{\partial Y_j}{\partial S_j} \frac{\partial S_j}{\partial Y_j^k} = \sum_j \frac{\partial E}{\partial Y_j} \frac{\partial Y_j}{\partial S_j} w_{i,j} = \sum_j (Y_j - d_j) F'(S_j) w_{i,j} = \sum_j \gamma_j F'(S_j) w_{i,j}$$

Қателер градиентіне келер болсақ:

$$\frac{\partial E}{\partial w_{i,j}} = \frac{\partial E}{\partial Y_j} \frac{\partial Y_j}{\partial S_j} \frac{\partial S_j}{\partial w_{i,j}} = \gamma_j F'(S_j) Y_j^k$$

$$\frac{\partial E}{\partial b_j} = \frac{\partial E}{\partial Y_j} \frac{\partial Y_j}{\partial S_j} \frac{\partial S_j}{\partial b_j} = -\gamma_j F'(S_j)$$

$$\frac{\partial E}{\partial w_{i,j}^k} = \sum_j \frac{\partial E}{\partial Y_j} \frac{\partial Y_j}{\partial S_j} \frac{\partial S_j}{\partial Y_j^{k-1}} \frac{\partial Y_j^{k-1}}{\partial S_j^{k-1}} \frac{\partial S_j^{k-1}}{\partial w_{i,j}^k} = \gamma_j F'(S_j^k) Y_j^k$$

Салмақ коэффициенттері және нейрондардың шығысуы төмендегі формулалар бойынша түзетіледі/қайта есептелінеді:

$$w_{ij}^k(t+1) = w_{ij}^k - \alpha \gamma_j F'(S_j^k) Y_j^k$$

$$b_j^k(t+1) = b_j^k - \alpha \gamma_j F'(S_j^k).$$

Мұндағы  $\alpha$  – нейрондық желіні оқыту қарқыны деп аталады, бұл шама желінің гиперпараметрлерінің бірі және эмпирикалық тұрғыдан саралап алынады. Біз желі қателігін оптимизациялауда стохастикалық градиентті қолданғандықтан ең тиімді мәні 0.01 болды.

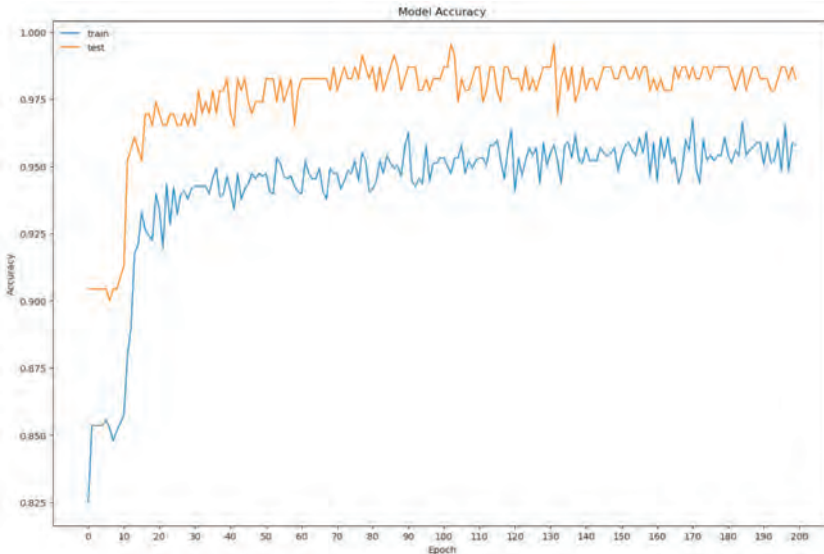
**Нәтижелер.** Модель 200 итерация бойы оқытылды. Жасанды НЖ қабаттарындағы синапстік салмақтарды дұрыстау және модельдің орташа квадраттық қателігін кері қарай үлестіру үшін стохастикалық градиент оптимизаторы қолданылды (6-сурет).

```
def build_model():
    model = keras.Sequential()
    model.add(keras.layers.Dense(3, activation='linear', input_shape=(3, )))
    model.add(keras.layers.Dense(100, activation='relu', kernel_constraint=maxnorm(3)))
    model.add(keras.layers.Dropout(0.3))
    model.add(keras.layers.Dense(80, activation='relu', kernel_constraint=maxnorm(3)))
    model.add(keras.layers.Dropout(0.1))
    model.add(keras.layers.Dense(60, activation='relu', kernel_constraint=maxnorm(3)))
    model.add(keras.layers.Dense(3, activation='linear'))
    model.compile(optimizer=tf.keras.optimizers.SGD(lr=0.01, momentum=0.9), loss=tf.losses.mean_squared_error, metrics=['accuracy'])
    return model
```

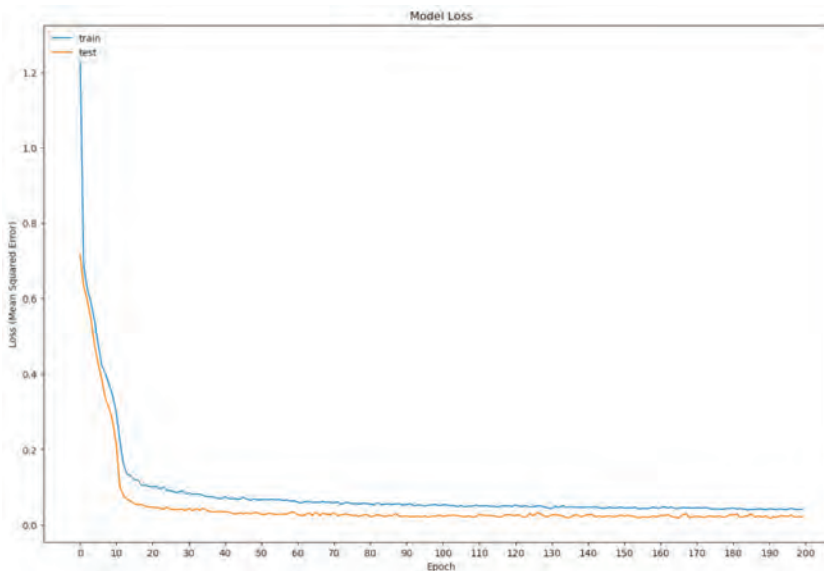
6-сурет – Желінің гиперпараметрлері мен компоненттері

НЖ-нің алғашқы және екінші жасырын қабаттарынан кейін нейрондардың тым қанығуын болдырмау мақсатында реттегіш (*Dropout*) қолданылған.

Үшбуынды манипуляторлар үшін тиімді жұмыс істейтін көпқабатты нейрондық желі негізіндегі интеллектуалды алгоритм арқылы ККЕ-ні шешудің тиімді алгоритмі құрылды, және атқарылған ұқсас зерттеулерден дәлдігі салыстырмалы түрде жоғары модель алынды. Оқытылған интеллектуалды модель тестілік деректерде 96.44% дәлдік көрсетті, ал қателіктің орташа көрсеткіші 3.482% шамасында болды (7-сурет, 8-сурет);



7-сурет – Модельдің оқытушы және тестілеуші жиындарға сәйкес дәлдігі



8-сурет – Модельдің оқытушы және тестілеуші жиындарға сәйкес орташа квадраттық қателігі



**Қорытынды.** Жасанды нейрондық желілерді қолдана отырып, динамикалық түзету негізінде манипуляторлар буындарының қозғалысын басқарудың жаңа тәсілі жасалды, модель манипуляторлардың толық математикалық моделі бойынша кинематиканың кері есебін шешпестен, буындар арасындағы байланыстардың өзара әсерін ескереді, сонымен қатар нейрондық желінің көмегімен басқаруды жүзеге асыру мобильді интеллектуалды роботтар базасында қуатты есептеу жүйесін қолдануға деген тәуелділіктен арылтады. Ұсынылған тәсіл манипулятор байланыстарының жоғары жылдамдығын, дәлдігін арттыруға мүмкіндік бере отырып, нақты уақыт режимінде жұмыс жасауға, шешім қабылдауға жағдай жасайды, манипуляторды басқару кезінде модельдеу күрделі болған материалдық ерекшеліктер, деформация көрсеткіштерін ескермеуге мүмкіндік береді.

## ӘДЕБИЕТ

- 1 Рахимзатов Е.Б., Жумашева Ж.Т. Көпқабатты жасанды нейрондық желі арқылы кинематиканың кері есебін шешу // «Фараби әлемі» атты студенттер мен жас ғалымдардың халықаралық ғылыми конференция материалдары. – Алматы: Қазақ университеті, 2021. – Б. 80.
- 2 ФГБОУ ВО «ЮРГПУ (НПИ) имени М.И. Пилатова» [Электронный ресурс] / Режим доступа: [https://www.npi-tu.ru/assets/diss/d212.304.01/files/danchina/danchina\\_dissertacia.pdf](https://www.npi-tu.ru/assets/diss/d212.304.01/files/danchina/danchina_dissertacia.pdf).
- 3 Inverse Kinematics: a review of existing techniques and introduction of a new iterative fast solver: technical report / Cambridge University Engineering Department: Aristidou A, Lasenby J. – Cambridge, 2009. – 74 p. - CUED/F-INFENG/TR-632.
- 4 Courty N., Arnaud E. Inverse Kinematics Using Sequential Monte Carlo Methods // Proc. 5th Int. Conf. “Articulated Motion and Deformable Objects”. – Berlin, Heidelberg: Springer, 2008. – Pp. 1-10.
- 5 Secară C, Dumitriu D. Direct Search Based Strategy for Obstacle Avoidance of a Redundant Manipulator // Analele Universității “Eftimie Murgu” Reșița, 2010, Anul XVII, no. 1, pp. 11-20.
- 6 Raşit Köker. A neuro-genetic approach to the inverse kinematics solution of robotic manipulators // Scientific Research and Essays. – 2011. – Vol.6 (13). – P. 2784-2794.
- 7 J Ramirez A., A Rubiano F. Optimization of Inverse Kinematics of a 3R Robotic Manipulator using Genetic Algorithms // World Academy of Science, Engineering and Technology. – 2011. – Vol.5. – N11. – P. 2229-2234.
- 8 Bassam Daya, Shadi Khawandi, Mohamed Akoum. Applying Neural Network Architecture for Inverse Kinematics Problem in Robotics // Software Engineering & Applications. – 2010. – №.3. – Pp.230-239.
- 9 Антонов В.О. Разработка математических методов и алгоритмов для планирования энергоэффективного пути перемещения манипулятора антропоморфного робота при наличии типичного препятствия: дис. ... к.т.н.: 05.13.18 / Северо-Кавказский Федеральный университет. – Ставрополь, 2018. – 269 с. - Қолжетімді: [https://www.ncfu.ru/export/uploads/doc/disser\\_antonov.pdf](https://www.ncfu.ru/export/uploads/doc/disser_antonov.pdf).
- 10 Раин Т. Управление движением роботом-манипулятором на основе нечеткой логики // Современная наука: актуальные проблемы теории и практики. Серия: естественные и технические науки. – Москва, 2018. – С. 61-67.
- 11 Ngo T., Wang Y., Mai T.L., Nguyen M.H., Chen J. Robust Adaptive Neural-Fuzzy Network Tracking Control for Robot Manipulator // International Journal of Computers, Communications and Control. – 2012. Vol.7. – No2. – P.341–352.

12 Wai R., Chen P-C. Robust Neural-Fuzzy-Network Control for Robot Manipulator Including Actuator Dynamics // IEEE Transactions on Industrial Electronics. – 2006. Vol.53. – Issue 4. – P. 1328-1349.

13 Jun Luo, Zhijun Li, Aiguo Ming, Shuzhi Sam Ge. Robust Motion/Force Control of Holonomic Constrained Nonholonomic Mobile Manipulators using Hybrid Joints // Proceedings of the “6th World Congress on Intelligent Control and Automation”. – Dalian: IEEE, 2006. – P. 408–412.

14 Augusta M.; Kathirvalavakumar T. Pruning algorithms of neural networks - a comparative study // Central Europe Journal of Computer Science. – 2003. – No3. – P. 105-115.

## REFERENCES

1 Rabimzatov E.B., ZHumasheva ZH.T. Көрқабатты zhasandy nejronдық zheli арқылы kinematikаның кері есебин sheshu // «Farabi әлемі» атты studentter мен zhas ғалымдардың халықаралық ғылыми конференция материалдары. – Алматы: Қазақ университеті, 2021. – В. 80.

2 FGBOU VO «YURGPU (NPI) imeni M.I. Pilatova» [Elektronnyj resurs] / Rezhim dostupa: [https://www.npi-tu.ru/assets/diss/d212.304.01/files/danchina/danchina\\_dissertacia.pdf](https://www.npi-tu.ru/assets/diss/d212.304.01/files/danchina/danchina_dissertacia.pdf).

3 Inverse Kinematics: a review of existing techniques and introduction of a new iterative fast solver: technical report / Cambridge University Engineering Department: Aristidou A, Lasenby J. – Cambridge, 2009. – 74 p. - CUED/F-INFENG/TR-632.

4 Courty N., Arnaud E. Inverse Kinematics Using Sequential Monte Carlo Methods // Proc. 5th Int. Conf. “Articulated Motion and Deformable Objects”. – Berlin, Heidelberg: Springer, 2008. – Pp. 1-10.

5 Secară C, Dumitriu D. Direct Search Based Strategy for Obstacle Avoidance of a Redundant Manipulator // Analele Universității “Eftimie Murgu” Reșița, 2010, Anul XVII, no. 1, pp. 11-20.

6 Raşit Köker. A neuro-genetic approach to the inverse kinematics solution of robotic manipulators // Scientific Research and Essays. – 2011. – Vol.6 (13). – P. 2784-2794.

7 J Ramirez A., A Rubiano F. Optimization of Inverse Kinematics of a 3R Robotic Manipulator using Genetic Algorithms // World Academy of Science, Engineering and Technology. – 2011. – Vol.5. – N11. – P. 2229-2234.

8 Bassam Daya, Shadi Khawandi, Mohamed Akoum. Applying Neural Network Architecture for Inverse Kinematics Problem in Robotics // Software Engineering & Applications. – 2010. – №.3.– Pp.230-239.

9 Antonov V.O. Razrabotka matematicheskikh metodov i algoritmov dlya planirovaniya energo-effektivnogo puti peremeshcheniya manipulyatora antropomorfno robotu pri nalichii tipichnogo prepyatstviya: dis. ... k.t.n.: 05.13.18 / Severo-Kavkazskij Federal'nyj universitet. – Stavropol', 2018. – 269 s. - Қолжетімді: [https://www.ncfu.ru/export/uploads/doc/disser\\_antonov.pdf](https://www.ncfu.ru/export/uploads/doc/disser_antonov.pdf).

10 Rain T. Upravlenie dvizheniem robotom-manipulyatorom na osnove nechetkoj logiki // Sovremennaya nauka: aktual'nye problemy teorii i praktiki. Seriya: estestvennye i tekhnicheskie nauki. – Moskva, 2018. – S. 61-67.

11 Ngo T., Wang Y., Mai T.L., Nguyen M.H., Chen J. Robust Adaptive Neural-Fuzzy Network Tracking Control for Robot Manipulator // International Journal of Computers, Communications and Control. – 2012. Vol.7. – No2. – P.341–352.

12 Wai R., Chen P-C. Robust Neural-Fuzzy-Network Control for Robot Manipulator Including Actuator Dynamics // IEEE Transactions on Industrial Electronics. – 2006. Vol.53. – Issue 4. – P. 1328-1349.

13 Jun Luo, Zhijun Li, Aiguo Ming, Shuzhi Sam Ge. Robust Motion/Force Control of Holonomic Constrained Nonholonomic Mobile Manipulators using Hybrid Joints // Proceedings of the “6th World Congress on Intelligent Control and Automation”. – Dalian: IEEE, 2006. – P. 408–412.

14 Augasta M.; Kathirvalavakumar T. Pruning algorithms of neural networks - a comparative study // Central Europe Journal of Computer Science. – 2003. – No3. – P. 105-1

**Е. Б. РАБИМЗАТОВ, Н. Қ. ҚАДЫРБЕК, М. Е. МАНСУРОВА,  
Ж. Т. ЖУМАШЕВА**

*НАО «Казахский национальный университет имени аль-Фараби»  
г. Алматы, Казахстан*

### **ПЛАНИРОВАНИЕ КИНЕМАТИКИ ДВИЖЕНИЯ МАНИПУЛЯТОРА С ПОМОЩЬЮ ИСКУССТВЕННОЙ НЕЙРОННОЙ СЕТИ**

*Исследовательская работа направлена на использование искусственных нейронных сетей при решении обратной задачи кинематики для плоского робота-манипулятора 3L в декартовой плоскости. Разработанный по данному методу манипулятор в дальнейшем будет оснащен эффектором и станет составной частью агроботического комплекса для уборки урожая.*

*В нейронной сети на декартовой плоскости в качестве входных данных используются координаты и направление рассматриваемой точки, сеть, в свою очередь, вычисляет соответствующие углы между звеньями, чтобы привести эффектор к нужной точке. Кинематика движения манипулятора планируется через нейронную сеть.*

*Такой новый способ управления манипулятором с помощью нейронной сети позволяет снизить погрешность позиционирования в нестандартных ситуациях.*

**Ключевые слова:** обратная и прямая задача кинематики, манипулятор, нейронная сеть, 3-х звенный манипулятор, эффектор.

**E. RABIMZATOV, N. KADYRBEEK, M. MANSUROVA,  
ZH. ZHUMASHEVA**

*«Al-Farabi Kazakh National University» Almaty, Kazakhstan*

### **PLANNING KINEMATICS OF THE MANIPULATOR'S MOTION USING AN ARTIFICIAL NEURAL NETWORK**

*The research work focuses on the use of artificial neural networks in solving the inverse kinematics problem for the 3L flat robot manipulator on the Cartesian plane. The manipulator, designed by this method, will soon be equipped with an effector and will become an integral part of the agricultural robot complex.*

*In a neural network on a Cartesian plane, the coordinates and direction of the point in question are used as input data, the network, in turn, calculates the corresponding angles between the links in order to bring the effector to the desired point. The kinematics of the manipulator's movement is planned by a neural network.*

*This new method of controlling the manipulator using a neural network allows you to reduce the positioning error in non-standard conditions.*

**Keywords:** inverse and direct problems of kinematics, manipulator, neural network, 3-link manipulator, effector.

**Н. А. САТЫБАЕВА, А. В. СИЛАНТЬЕВ, Қ. Т. МУХАНБЕТЖАНОВА\***

*Западно-Казахстанский аграрно-технический университет имени Жангир хана,  
Уральск, Казахстан*

## **ПРИМЕНЕНИЕ КОМПЬЮТЕРНОГО ТЕСТИРОВАНИЯ В ОБРАЗОВАТЕЛЬНОМ ПРОЦЕССЕ ПРИ ДИСТАНЦИОННОМ ОБРАЗОВАНИИ**

*Введенное в Республике Казахстан единое национальное тестирование выпускников выявляет уровень подготовки обучающихся. При этом применяется тестовая форма контроля знаний по изучаемым дисциплинам. Тестовая форма контроля обучающихся имеет широкое применение в образовательном процессе при подготовке специалистов технических специальностей в ЗКАТУ им. Жангир хана. В условиях высокой компьютеризации образовательного процесса и с переходом к личностно-ориентированному обучению возникает потребность в тестовом контроле знаний на всех этапах их получения. Органическое сочетание в контрольных тестах, развивающих и контролирующих функций, предполагает использование так называемого «обучающего контроля». Тестовая форма оценки знаний широко мотивирует обучающегося на успех, избавляет его от страха перед экзаменом, уменьшает психологическую нагрузку, создает комфортную обстановку и объективно оценивает знания тестируемого.*

*Тесты имеют большое значение, поскольку по результатам ответов можно судить не только об уровне знаний, но и о степени развитости личностных качеств обучающихся, которые предполагают наличие у тестируемого определенного объема знаний, поэтому их используют как метод контроля при закреплении нового или повторении пройденного учебного материала. Тестовый контроль выполняет и диагностическую функцию. Эта функция состоит в том, что преподаватель не только контролирует уровень знаний, умений и навыков обучающихся, но и выясняет причины пробелов в знаниях, что помогает их устранять.*

*В статье рассмотрены некоторые итоги и анализ результатов педагогического эксперимента по внедрению данной методики, проведенной в Высшей школе машиностроения (бывшая кафедра «Технология машиностроения») – в ЗКАТУ имени Жангир хана.*

**Ключевые слова:** *метод контроля, функция диагностики, педагогический эксперимент.*

Основы технологии машиностроения являются одной из основополагающих дисциплин при подготовке специалистов по специальности «Машиностроение». Знание ее фундаментальных, теоретических и практических вопросов является необходимым при выполнении итоговой выпускной работы обучающимися. Сам учебный процесс по данной дисциплине представляет собой сложный комплекс разнообразных занятий: лекции, семинары, практические, лабораторные и практикоориентированные занятия. Оценивание учебных достижений обучающихся осуществляется в соответствии с политикой оценки и заранее определенным критериям оценивания. Преподаватель в рамках академической самостоятельности вуза вправе самостоятельно выбирать формы текущего контроля и, соответственно, определять политику оценивания. Особенность модульно-рейтинговой системы образования является накопительный

---

\* E-mail корреспондирующего автора: [karlam1994@mail.ru](mailto:karlam1994@mail.ru)

характер оценок и каждый вид занятий включается в формирование общего рейтинга обучающегося. Практические и лабораторные занятия способствуют закреплению знаний, полученных обучающимися на лекциях по данному предмету. Практикоориентированные занятия, которые проводятся согласно утвержденному графику на городских предприятиях, в учебно-производственном центре и лаборатории металлообработки высшей школы, позволяют приобрести навыки практической работы и применить их для будущей профессиональной деятельности, а также пробудить интерес к самостоятельному изучению дисциплины.

В то же время при оценивании преподаватель не должен заклиниваться на формальных критериях, а всесторонне рассматривать знания обучающегося, его способности, принимая во внимание навыки, полученные в результате обучения. Результаты обучения можно характеризовать как ожидаемые знания обучающегося, его способность их применять по завершению процесса обучения.

При высокой компьютеризации современного образовательного процесса в высшей школе одним из средств проверки учебных достижений и знаний чаще всего выбирают компьютерное тестирование.

При разработке контрольных тестов для автоматизированного контроля знаний обучающихся по итогам дисциплины «Основы технологии машиностроения» учитываются следующие аспекты:

- тестовый контроль должен быть помощником преподавателю в определении эффективности получения профессиональных знаний студентами, а не заменять индивидуальную работу преподавателя;
- тестовые вопросы по своей сложности должны показать усвоение основных понятий и определений изучаемой темы и умение использовать полученные знания на практике;
- положительный результат проведенного теста должен соответствовать базовой системе понятий;
- контроль при помощи тестов должен стимулировать активную деятельность по самостоятельному изучению интересующих вопросов обучающегося по данной дисциплине.

По завершению изучения курса дисциплины «Основы технологии машиностроения» были составлены контрольные тесты, уровень которых соответствует уровню вопросов Типового учебного плана образовательной программы. Преимущества тестирования в данном случае очевидны: объективность и независимость (выставление оценки тестируемого не зависит от личности преподавателя); наглядность при выставлении оценок (контроль проводится открыто, по одинаковым критериям, результаты известны сразу после теста); возможность при небольших затратах времени осуществлять контроль знаний всей учебной группы; возможность каждому обучающемуся получить индивидуальное тестовое задание.

Методика проведения компьютерного тестирования следующая. Для каждого раздела дисциплины «Основы технологии машиностроения» были составлены тесты, содержащие 25-30 вопросов по изученным 15 темам, из которых компьютерная программа выбирает 50 вопросов по 1-2 из каждой темы в произвольном порядке, эти вопросы и составляют варианты задания. Все вопросы теста выдаются студентам за

8-12 дней до консультативного занятия для подготовки, имея тестовые вопросы «на руках», они стимулируют самостоятельную работу обучающегося по повторению и систематизации полученных знаний. На выполнение теста обучающемуся предоставляется 1 попытка продолжительностью 40 минут. Показатели оценки выполненного теста следующие:

- ответ на менее 11 правильных тестовых вопросов – оценка «F»;
- ответ на 11-20 правильных тестовых вопросов – оценка «D»;
- ответ на 21-27 правильных тестовых вопросов – оценка «C»;
- ответ на 28-35 правильных тестовых вопросов – оценка «B»;
- ответ на 36 и более правильных тестовых вопросов – оценка «A».

Студентам, получившим неудовлетворительную оценку за тестирование, назначается пересдача после дополнительной подготовки (триместра), для пересдачи данной дисциплины. После повторной тестовой пересдачи окончательный результат учитывается при составлении итогового рейтинга обучающегося по данной дисциплине.

Содержание тестов и критерии их оценок составлены на основе Типового учебного плана образовательной программы, то есть уровень сложности тестовых вопросов не ниже среднего. Для примера приведем несколько вопросов по разным разделам рассматриваемой дисциплины «Основы технологии машиностроения».

Вопрос по разделу «Производственный и технологический процессы» по теме «Техническая и технологическая подготовка производства»:

Что включает в себя техническая подготовка производства? 1) конструкторскую, технологическую подготовку, календарное планирование производственного процесса изготовления изделия, 2) конструкторскую разработку изделия, 3) конструкторскую документацию, 4) требования ЕСКД, 5) готовность предприятия к выпуску изделия.

1-ый ответ вопросы 1,2,3,4

2-ой ответ вопросы 1,2,3

3-ий ответ вопросы 3,4

4-ый ответ вопрос 1

5-ой ответ вопросы 2,3

Вопрос по разделу «Проектирование технологических процессов изготовления деталей машин» по теме «Классификация технологических баз»:

Перечислите все виды технологических баз: 1) явные технологические базы, 2) скрытые технологические базы, 3) черновые технологические базы, 4) чистовые технологические базы, 5) искусственные технологические базы

1-ый ответ вопросы 1,2

2-ой ответ вопросы 1,3

3-ий ответ вопросы 3,4

4-ый ответ вопрос 1

5-ый ответ вопросы 2,3

Вопрос по разделу «Типовые технологические процессы обработки деталей» по теме «Технология изготовления корпусных деталей»:

Для чего применяется низкотемпературный отжиг при изготовлении корпусных деталей из чугуна: 1) для уменьшения внутренних напряжений, 2) для нанесения ан-



тикоррозионного покрытия, 3) для удаления литников, 4) для окраски необрабатываемых поверхностей, 5) для фрезерной и расточной механической обработки

1-ый ответ вопросы 1,2

2-ой ответ вопросы 1,5

3-ий ответ вопросы 3,4

4-ый ответ вопросы 1,4,5

5-ый ответ вопросы 2,3,5

Рассмотренные примеры показывают, что ответы на тестовые вопросы требуют не только определенный уровень и объем знаний, но и умение применить эти знания для решения практических задач и проведения анализа результатов поставленных вопросов. Уровень сложности тестовых вопросов средний и выше, а объем рассматриваемого материала достаточно большой, поэтому критерии оценки знаний тестируемых обучающихся можно считать высокими. Эти критерии выглядят побуждающими к систематической учебной работе, обеспечивающей постоянство и интенсивность самостоятельной работы. При получении неудовлетворительной оценки, при тестировании обучающийся в летнее время дополнительно изучает данный предмет на платной основе – триместр для повторной сдачи данного экзамена. Это способствует более ответственному отношению к тесту и, как следствие, более качественной подготовке к нему. Ограниченное число попыток, большое число вопросов теста, индивидуальность каждого задания не оставляет возможности надеяться на «случайное попадание» или списывание у товарища. Работа в учебном коллективе предполагает обмен информацией при совместной подготовке обучающихся к тестированию. Все это способствует целеустремленной самостоятельной работе обучающихся, побуждает к обязательному повторению материала данной дисциплины и может стать хорошим заделом для подготовки к экзамену.

Применение тестов для контроля знаний на итоговом контроле, после изучения дисциплины учебного плана, развивает чувство ответственности, побуждает к обязательному выполнению определенного объема учебной работы и достижению цели обучения (компетенции). Индивидуальность при получении и контроле знаний повышает мотивацию обучающегося, стимулирует серьезное отношение к самостоятельному изучению дисциплины. Все это сказанное позволяет судить о высокой эффективности тестового метода контроля полученных знаний.

Из вышесказанного можно сделать вывод, что применение компьютерного тестирования в качестве итогового контроля знаний позволяет осуществлять эффективный, качественный, достаточно объективный и наглядный контроль при рациональных затратах времени. Такой контроль стимулирует обучающихся к постоянной интенсификации самостоятельной учебной деятельности и профессиональной подготовки. Организация такого контроля способствует формированию у студентов ключевых компетенций, таких как:

- способность приобретать новые знания и умения по изучаемому предмету, с использованием современных образовательных и информационных технологий;
- умение выстраивать и реализовать перспективные вопросы интеллектуального, культурного, нравственного и профессионального саморазвития и самосовершенствования;

- применять настойчивость в достижении цели;
- обладание умением читать и анализировать учебную и научную литературу.

Таким образом, можно заключить, что применение подобной методик и организации контроля в ЗКАТУ имени Жангир хана позволяет успешно решить задачи по совершенствованию всех составляющих учебного процесса, способствует повышению качества обучения и помогает реализовать преимущества модульно-рейтинговой системы и компетентностного подхода к обучению.

## ЛИТЕРАТУРА

1 Кинелев В.Г. Университетское образование: его настоящее и будущее/ Магистр.–1995.– №3.– С.1-9.

2 Рыжова Н.И. Развитие методической системы фундаментальной подготовки будущих учителей информатики в предметной области: Дис...д-ра пед. наук/Н. И. Рыжова.– СПб, 2000 и др.

3 Ботвинников А.Д., Ломов Б.Ф. Научные основы формирования знаний, умений и навыков школьников. М.: Педагогика, 1979. – 256с.: ил.

4 Технология машиностроения: Сборник задач и упражнений: учеб. пособ./В. А. Аверченков и др.; Под общ. ред. В.И.Аверченкова и Е.А.Польского – М.:ИНФРА – М,2012.– 228с. ISBN 5-16-002253-8.

5 Виноградов, В.М. Технология машиностроения. Введение в специальность. учеб. пособ. для студ. вузов/Виноградов, В.М.– М.: Академия, 2014.– 176с. ил.– (Высшее профессиональное образование).– ISBN5-7695-2519-3.

6 Жансулатов, С.К. Технология машиностроения: конспект лекций для студ. вузов/ С.К.Жансулатов.– Усть-Каменогорск: ВКГТУ,2012.– 86с.–1383.

7 Ковшов, А.Н. Технология машиностроения: учебник для студ. вузов/А.Н.Ковшов.– 2-е изд., испр.- СПб.: Издательство «Лань»,2013.– 320с.: ил.–(Учебники для вузов. Специальная литература).– ISBN978-5-8114-0833-7.

8 Лебедев, В.А. Технология машиностроения: проектирование технологии изготовления изделий: учеб. пособие для студ. вузов/ В.А. Лебедев, М.А.Тамаркин, Д.П.Гепта.– Ростов н/Д: Феникс, 2012.– 361 с.: ил.– (Высшее образование).– ISBN 978-5-222-13319-4.

9 Суслов, А.Г. Технология машиностроения: учебник для студ. машиностр. спец. вузов /А.Г.Суслов.– 2-е изд., перераб. и доп.-М.: Машиностроение, 2012.– 430с. – ISBN 978-5-217-03371-3.

10 Тайц, В.Г. Технология машиностроения и производство подъемно-транспортных, строительных и дорожных машин: учеб. пособие для студ. вузов/В.Г. Тайц, В.И. Гуляев.– М.: Издательский центр «Академия», 2013.– 320с.

11 Технология машиностроения, производство и ремонт подъемно-транспортных, строительных и дорожных машин: учебник для студ. вузов/ Б.П.Долгополов и др.; – М.: Издательский центр «Академия», 2012.– 576с.– (Высшее профессиональное образование. Транспорт).– ISBN 978-5-7695-4970-0.

12 Технология машиностроения. Методы обработки резьб: учеб. пособ. – М.: ФОРУМ, 2013.–104с.: ил.(Профессиональное образование).– ISBN 978-5-91134-164-0.

13 Основы кредитной системы обучения в Казахстане/С.Б. Абдыгаппарова Г.К.Ахметова, С.Р. Ибатулин и др.-Алматы: Қазақ университету, 2004.–198с.ISBN 9965-12-265-8.

14 Управление качеством в высшем учебном заведении/ Г.М.Мутанов, А.К.Томилини, Ю.Е.Кукина и др.–Усть-Каменогорск: ВКГТУ, 2011.–116с.ISBN 978-601-208-216-6.

15 Иванов Б.И. Основы педагогической диагностики и мониторинг образовательной деятельности в техническом вузе. – Санкт-Петербург, Изд. СПбГПУ – 2003 – 121с.

16 Балыкбаев Т.О. Примбетова Г.С. Система внешней оценки качества образования как элемент НСОКО/Журнал «Білім-Образование», 2010, №1.

17 Правила организации учебного процесса по кредитной технологии обучения. Утв. приказом Министра образования и науки РК №152 от 20 апреля 2011.

18 Государственный общеобязательный стандарт образования: Система образования Республики Казахстан. Контроль и оценка знаний в высших учебных заведениях. Основные положения. ГОСО РК 5.03.006-2006. Астана 2007.

19 Берестова О.Г., Марухина О.В. Критерии качества обучения в высшей школе. Стандарты и качество/№8, 2004. С.84-86.

## REFERENCES

1 Kinelev V.G. Universitetskoe obrazovanie: ego nastoyashchee i budushchee/ Magistr.–1995.– №3.– С.1-9.

2 Ryzhova N.I. Razvitiye metodicheskoy sistemy fundamental'noy podgotovki budushchih uchitelej informatiki v predmetnoy oblasti: Dis...d-ra ped. nauk/N. I. Ryzhova.– SPb, 2000 i dr.

3 Botvinnikov A.D., Lomov B.F. Nauchnye osnovy formirovaniya znaniy, umeniy i navykov shkol'nikov. M.: Pedagogika, 1979. – 256s.: il.

4 Tekhnologiya mashinostroeniya: Sbornik zadach i uprazhneniy: ucheb. posob./V. A. Averchenkov i dr.; Pod obshch, red. V.I.Averchenkova i E.A.Pol'skogo – M.:INFRA – M,2012.– 228s.ISBN 5-16-002253-8.

5 Vinogradov, V.M. Tekhnologiya mashinostroeniya. Vvedenie v special'nost'. ucheb. posob. dlya stud. vuzov/Vinogradov, V.M.– M. :Akademiya, 2014.– 176s. il.– (Vysshee professional'noe obrazovanie).– ISBN5-7695-2519-3.

6 ZHansulatov,S.K. Tekhnologiya mashinostroeniya: konspekt lekcij dlya stud. vuzov/ S.K.ZHansulatov.– Ust'-Kamenogorsk: VKGTU,2012.– 86s.–1383.

7 Kovshov,A.N. Tekhnologiya mashinostroeniya: uchebnik dlya stud. vuzov/A.N.Kovshov.– 2-e izd., ispr.- SPb.: Izdatel'stvo «Lan'»,2013.– 320s.: il.–(Uchebniki dlya vuzov. Special'naya literatura).– ISBN978-5-8114-0833-7.

8 Lebedev, V.A. Tekhnologiya mashinostroeniya: proektirovanie tekhnologii izgotovleniya izdelij: ucheb. posobie dlya stud. vuzov/ V.A. Lebedev, M.A.Tamarkin, D.P.Gepta.– Rostov n/D: Feniks, 2012.– 361 s.: il.– (Vysshee obrazovanie).– ISBN 978-5-222-13319-4.

9 Suslov, A.G. Tekhnologiya mashinostroeniya: uchebnik dlya stud. mashinostr. spec. vuzov /A.G.Suslov.– 2-e izd.,pererab. i dop.-M.: Mashinostroenie, 2012.– 430s. – ISBN 978-5-217-03371-3.

10 Tajc, V.G. Tekhnologiya mashinostroeniya i proizvodstvo pod»emno-transportnyh, stroitel'nyh i dorozhnyh mashin: ucheb. posobie dlya stud. iuzov/V.G. Tajc, V.I. Gulyaev.– M.: Izdatel'skij centr «Akademiya», 2013.– 320s.

11 Tekhnologiya mashinostroeniya, proizvodstvo i remont pod»emno-transportnyh, stroitel'nyh i dorozhnyh mashin: uchebnik dlya stud. vuzov/ B.P.Dolgopолоv i dr.; – M.: Izdatel'skij centr «Akademiya», 2012.– 576s.– (Vysshee professional'noe obrazovanie. Transport).– ISBN 978-5-7695-4970-0.

12 Tekhnologiya mashinostroeniya. Metody obrabotki rez'b: ucheb. posob. – M.: FORUM, 2013.–104s.: il.(Professional'noe obrazovanie).– ISBN 978-5-91134-164-0.

13 Osnovy kreditnoj sistemy obucheniya v Kazahstane/S.B. Abdygapparova G.K.Ahmetova, S.R. Ibatulin i dr.-Almaty: Қазақ университету, 2004.–198s.ISBN 9965-12-265-8.

14 Upravlenie kachestvom v vysshem uchebnom zavedenii/ G.M.Mutanov, A.K.Tomilin, YU.E.Kukina i dr.–Ust'-Kamenogorsk: VKGTU, 2011.–116s.ISBN 978-601-208-216-6.

15 Ivanov B.I.Osnovy pedagogicheskoy diagnostiki i monitoring obrazovatel'noj deyatelnosti v tekhnicheskome vuze.– Sankt-Peterburg, Izd. SPbGPU– 2003–121s.

16 Balykbaev T.O. Primbetova G.S. Sistema vneshnej ocenki kachestva obrazovaniya kak element NSOKO/Zhurnal «Bilim-Obrazovanie», 2010, №1.

17 Pravila organizacii uchebnogo processa po kreditnoj tekhnologii obucheniya. Utv.prikazom Ministra obrazovaniya i nauki RK №152 ot 20 aprelya 2011.

18 Gosudarstvennyj obshcheobyazatel'nyj standart obrazovaniya: Sistema obrazovaniya Respubliki Kazahstan. Kontrol' i ocenka znanij v vysshih uchebnyh zavedeniyah.Osnovnye polozheniya.GOSO RK 5.03.006-2006.Astana 2007.

19 Berestova O.G., Maruhina O.V. Kriterii kachestva obucheniya v vysshej shkole.Standarty i kachestvo/№8, 2004.S.84-86.

**Н. А. САТЫБАЕВА, А. В. СИЛАНТЬЕВ,  
Қ. Т. МУХАНБЕТЖАНОВА**

*Жәңгір хан атындағы Батыс Қазақстан аграрлық-техникалық университеті,  
Орал, Қазақстан*

## **ҚАШЫҚТАН БІЛІМ БЕРУДЕГІ ОҚУ ҮРДІСІНДЕ КОМПЬЮТЕРЛІК ТЕСТІЛЕУДІ ҚОЛДАНУ**

Қазақстан Республикасында енгізілген түлектердің ұлттық бірыңғай тестілеуі оқушылардың дайындық деңгейін айқындайды. Бұл ретте оқытылатын пәндер бойынша білімді бақылаудың тесттік түрі қолданылады. Жәңгір хан атындағы БҚАТУ-де техникалық мамандықтар бойынша мамандарды даярлауда студенттерді бақылаудың тесттік формасы оқу үдерісінде кеңінен қолданылады. Оқу үдерісін жоғары компьютерлендіру жағдайында және оқушыға бағдарланған оқытуға көшу жағдайында білімді меңгерудің барлық кезеңдерінде тестілік бақылау қажеттілігі туындайды. Бақылау тесттеріндегі органикалық комбинация әзірлеуші және басқарушы функциялар «оқыту бақылауы» деп аталатынды қолдануды қамтиды. Білімді бағалаудың тесттік түрі студентті жетістікке жетуге кеңінен ынталандырады, оны емтихан алдындағы қорқыныштан босатады, психологиялық жүктемені азайтады, қолайлы жағдай жасайды және тестілеуші тұлғаның білімін объективті бағалайды.

Тесттердің маңызы өте зор, өйткені жауаптардың нәтижелері тек білім деңгейін ғана емес, сонымен қатар тестіленетін адамның белгілі бір білім көлеміне ие екендігін болжайтын оқушылардың жеке қасиеттерінің даму дәрежесін бағалауға болады. Сондықтан олар жаңаны бекіту немесе оқытылатын оқу материалын қайталау кезінде бақылау әдісі ретінде қолданылады. Сынақ бақылауы диагностикалық функцияны да орындайды. Бұл функция мұғалімнің оқушылардың білім, біліктілік, дағды деңгейін бақылап қана қоймай, білімдегі олқылықтардың себептерін анықтап, оларды жоюға көмектесуінен тұрады.

Мақалада Жәңгір хан атындағы БҚАТУ жанындағы машина жасау жоғары мектебінде (бұрынғы машина жасау технологиясы кафедрасы) жүргізілген осы әдістемені енгізу бойынша педагогикалық эксперименттің кейбір нәтижелері мен нәтижелерін талдау қарастырылған.

**Түйін сөздер:** бақылау әдісі, диагностикалық функция, педагогикалық эксперимент.

**N. A SATYBAEVA, A. V. SILANTYEV, Қ. Т. MUKHANBETZHANOVA**

*Zhangir Khan West Kazakhstan Agrarian Technical University, Uralsk, Kazakhstan*

## **APPLICATION OF COMPUTER TESTING IN THE EDUCATIONAL PROCESS IN DISTANCE EDUCATION**

*The unified national testing of graduates introduced in the Republic of Kazakhstan reveals the level of training of students. At the same time, a test form of knowledge control in the studied disciplines is used. The test form of control of students is widely used in the educational process in the training of specialists in technical specialties in ZKATU named after: Zhangir Khan. In conditions of high computerization of the educational process and with the transition to student-centered learning, there is a need for test control of knowledge at all stages of their acquisition. The organic combination in the control tests, developing and controlling functions, involves the use of the so-called "learning control". The test form of knowledge assessment widely motivates the student for success, relieves him of the fear of the exam, reduces the psychological burden, creates a comfortable environment and objectively assesses the knowledge of the test person.*

*Tests are of great importance, since the results of the answers can be used to judge not only the level of knowledge, but also the degree of development of the personal qualities of students, which assume that the person being tested has a certain amount of knowledge, therefore they are used as a control method when consolidating new or repeating the studied educational material. Test control also performs a diagnostic function. This function consists in the fact that the teacher not only controls the level of knowledge, skills and abilities of students, but also finds out the causes of gaps in knowledge, which helps to eliminate them.*

*The article discusses some of the results and analysis of the results of a pedagogical experiment on the implementation of this methodology, carried out at the Higher School of Mechanical Engineering (the former Department of Mechanical Engineering Technology) at Zhangir Khan WKATU.*

**Keywords:** *control method, diagnostic function, pedagogical experiment.*

**Е. Н. СЕЙТКУЛОВ\*, Б. Б. ЕРГАЛИЕВА, Д. Ж. САТЫБАЛДИНА**

*Евразийский национальный университет им. Л.Н.Гумилева,  
Нур-Султан, Казахстан*

## **ПРОТОКОЛЫ БЕЗОПАСНОГО АУТСОРСИНГА ХРАНЕНИЯ ДАННЫХ В ОБЛАКЕ И АНАЛИЗ ИХ СТОЙКОСТИ К АКТИВНЫМ И ПАССИВНЫМ АТАКАМ**

*В работе изучаются новые подходы по разработке методов хранения больших данных с использованием различных криптографических решений, таких как метод разделения секрета Шамира, протокол распределения ключей Диффи-Хеллмана и т.д. Отметим, что различными исследователями были предложены различные методы хранения данных в облаке. В данной работе мы исследуем методы и протоколы безопасного аутсорсинга для хранения больших данных с использованием технологии разделения секрета и анализу их стойкости к активным и пассивным атакам. Такие проблемы особенно актуальны в условиях стремительного развития Интернета вещей (IoT). Чипы, смарт-карты и прочие физически маленькие устройства, как правило, имеют значительные ограничения памяти, поэтому возникает необходимость использования облачных хранилищ как вспомогательный инструмент для безопасного хранения данных.*

**Ключевые слова:** криптография, информационная безопасность, облачное хранение данных, клиент-серверное взаимодействие, Интернет вещей.

**Введение.** Данная работа посвящена исследованию и разработкам методов безопасного аутсорсинга для хранения больших данных с использованием технологии разделения секрета и анализа их стойкости к активным и пассивным атакам. Такие проблемы особенно актуальны в условиях стремительного развития Интернета вещей (IoT). Чипы, смарт-карты и прочие физически маленькие устройства, как правило, имеют значительные ограничения памяти, поэтому возникает необходимость использования облачных хранилищ как вспомогательный инструмент для безопасного хранения данных.

В работе изучаются новые подходы по разработке методов хранения больших данных с использованием различных криптографических решений, такие как метод разделения секрета Шамира, протокол распределения ключей Диффи-Хеллмана и т.д. Отметим, что различными исследователями [1-14] были предложены методы хранения данных в облаке.

Постановка задачи. Предположим, что клиент  $i$  желает хранить свои данные (файлы, рисунки, фотографии и т.д.) в аутсорсинге, то есть в облачном хранилище. Для обмена информацией между клиентом и сервером могут быть использованы стандартные протоколы безопасного обмена информацией. Проблема заключается в том, что облачное хранилище (сервер) не является доверенным в том смысле, что в период хранения полученных данных возможны вмешательства злоумышленников. Однако сам сервер, который рассматривается как автоматизированная система, не отклоняется от протокола взаимодействия. То есть сервер со своей стороны желает протокольно

---

\* E-mail корреспондирующего автора: [yerzhan.seitkulov@gmail.com](mailto:yerzhan.seitkulov@gmail.com)



защититься от таких несанкционированных вмешательств, как подмена информации, искажение содержания данных и т.д., именно в период хранения данных. Таким образом, данные, передаваемые серверу, не являются секретными, но сервер желает избежать искажения и подмены информации злоумышленниками, и поэтому выполняет все действия, описанные в протоколах обмена информацией и хранения данных.

Итак, предположим, что сам сервер в момент передачи и обмена информацией с клиентами не нарушает протокол взаимодействия и не происходит утечка информации. Но долгосрочное хранение самих данных в облаке может быть небезопасным, поэтому исходные данные, после передачи в сервер, необходимо держать в зашифрованном виде с использованием стандартных симметричных алгоритмов шифрования, например, ГОСТ, AES и т.д. Таким образом, для каждого клиента и сервера стоит задача выработки общего секретного ключа, который будет использоваться сервером как ключ шифрования данных конкретного клиента. В такой модели сервер протоколно заинтересован «забыть» этот общий ключ, но иметь возможность восстановить этот ключ для дешифрования данных только с участием того клиента, кому эти данные принадлежат [15].

Далее, под активной атакой называется случай, когда имеет место преднамеренное вмешательство третьих лиц или злоумышленников в клиент-серверное взаимодействие с целью подмены информации. А пассивная атака – это случай, когда сервер может непреднамеренно отправлять клиенту неверную информацию. Такие случаи возникают, когда происходят сбои на каналах связи.

**Метод хранения данных в облаке с использованием классической асимметричной криптографии.** Итак, пусть клиенту  $i$  необходимо отправить в облако большие данные для хранения в зашифрованном виде. Опишем процедуру аутсорсинга хранения данных в облаке следующим протоколом клиент-серверного взаимодействия.

Шаг 1. Клиент  $i$  и сервер выбирают достаточно большое простое число  $p$  и число  $d$ . Клиент  $i$  и сервер, независимо друг от друга, выбирают случайные натуральные числа  $a$  и  $b$  соответственно.

Далее, клиент  $i$  вычисляет число  $A_i$ :

$$A_i = d^a \bmod p;$$

а сервер находит число  $B$ :

$$B = d^b \bmod p.$$

Здесь число  $a$  является секретным ключом клиента  $i$ ;  $b$  является секретным ключом сервера. А числа  $A_i$  и  $B$  являются открытыми ключами клиента и сервера соответственно.

Шаг 2. Распределение ключей осуществим с использованием хорошо известного протокола Диффи-Хеллмана:

– Клиент  $i$  вычисляет и отправляет серверу свой открытый ключ

$$A_i = d^a \bmod p,$$

а сервер отправляет клиенту свой открытый ключ

$$B = d^b \bmod p.$$

– Сервер вычисляет число

$$Q_i = A_i^b \bmod d,$$

а клиент аналогично вычисляет то же число

$$Q_i = B^a \bmod p,$$

так как

$$B^a \bmod p = d^{ab} \bmod p = A_i^b \bmod d;$$

– В качестве распределённого ключа  $k_i$  возьмем число  $Q_i$ . То есть мы имеем общий секретный ключ между конкретным клиентом  $i$  и сервером:  $k_i$ .

– Сервер шифрует (например, AES или ГОСТ) исходные данные клиента  $i$ , используя общий секретный ключ  $k_i$ , и хранит зашифрованные данные у себя в хранилище. Эти зашифрованные данные обозначим  $F(i)$ .

– Теперь клиент  $i$  и сервер удаляют из своих хранилищ числа  $a$  и  $b$  соответственно, то есть «забывают» их. Данное протокольное соглашение «забыть» свои секретные ключи является обязательным и выполняется в автоматизированном режиме и на стороне клиента, и на стороне сервера.

Шаг 3. Используем технологию разделения секрета Шамира:

– Обозначим через  $l$  значение произведения двух чисел:

$$l = Q_i A_i \bmod p;$$

– Сервер и клиент самостоятельно формируют один и тот же полином

$$f(x) = k_i + lx \bmod p$$

– Сервер и клиент случайным образом разделяют общий секретный ключ  $k_i$  на два ключа с использованием технологии разделения секрета Шамира. Обозначим их

$$SKey(i) = (x_1, f(x_1)) \text{ и } CKey(i) = (x_2, f(x_2)).$$

И сервер, и клиент хранят эти разделенные секреты каждый у себя и держат в секрете.

– Теперь сервер и клиент удаляют из своих хранилищ числа  $k_i$  и  $l$  из полинома

$$f(x) = k_i + lx,$$

то есть «забывают» эти параметры согласно протоколу. Перед удалением ключа  $k_i$  сервер вычисляет значение хеш-функции  $h(k_i)$  и это значение отправляется в хранилище сервера.

Шаг 4. Сервер формирует клиентскую базу, то есть для каждого клиента  $i$  будет храниться только следующая информация (профайл  $i$ -го клиента):

- ID клиента;
- $h(k_i)$  (значение хеш-функции от ключа  $k_i$ );
- $SKey(i)$  (разделенный секрет сервера);
- $A_i$  (открытый ключ клиента);
- $F(i)$  (зашифрованные данные клиента  $i$ ).

Здесь  $h(k_i)$  – значение криптографической хеш-функции (например, SHA-3) от распределенного общего ключа  $k_i$  между клиентом  $i$  и сервером. Хранение хеш-функции необходимо для аутентификации клиента.

Заметим, что информации в клиентской базе сервера достаточно для того, чтобы сервер мог восстановить общий секретный ключ  $k_i$ , который затем будет использован для дешифрования данных и дальнейшей передачи дешифрованных данных обратно клиенту.

**Метод хранения данных с использованием криптографии на эллиптической кривой.** Теперь мы покажем аналог описанного выше метода хранения данных, но с использованием криптограммы на эллиптической кривой. Итак, пусть клиенту  $i$  необходимо отправить в облако большие данные для хранения в зашифрованном виде.

Шаг 1. Пусть выбрана общая эллиптическая кривая

$$E_p(a, b) : y^2 = x^3 + ax + b \pmod{p}, \quad (4a^3 + 27b^2) \pmod{p} \neq 0,$$

и точка  $G$  на ней является генератором, то есть  $G, [2]G, [3]G, \dots, [q]G$  суть различные точки и  $[q]G = 0$  для некоторого простого числа  $q$ .

Клиент  $i$  выбирает случайное число  $r_i, 0 < r_i < q$ , которое хранит как свой секретный ключ и вычисляет точку на кривой  $R_i = [r_i]G$ , которая будет его открытым ключом. Аналогично сервер случайным образом генерирует число  $d_s, 0 < d_s < q$ , которое хранит как свой секретный ключ и вычисляет точку на кривой  $D_s = [d_s]G$ .

Открытыми и общедоступными данными также являются следующие параметры:  $p, a, b, G, q$ .

Шаг 2. Распределение ключей осуществим с использованием хорошо известного протокола Диффи-Хеллмана на эллиптической кривой:

– Клиент  $i$  вычисляет и отправляет серверу свой открытый ключ

$$R_i = [r_i]G,$$

а сервер отправляет клиенту свой открытый ключ

$$D_s = [d_s]G;$$

– Сервер вычисляет точку

$$Q_i = [d_s]R_i,$$

а клиент аналогично вычисляет ту же точку

$$Q_i = [r_i]D_s,$$

так как

$$d_s R_i = d_s r_i G = r_i D_s;$$

– В качестве распределенного ключа  $k_i$  возьмем первую координату  $x_1$  точки  $Q_i(x_1, y_1)$ . То есть мы имеем общий секретный ключ между клиентом  $i$  и сервером:  $k_i = x_1$ .

– Сервер шифрует исходные данные клиента  $i$ , используя общий секретный ключ  $k_i$ , и хранит данные в зашифрованном виде у себя в хранилище. Эти зашифрованные данные обозначим  $F(i)$ .

– Теперь сервер и клиент  $i$  удаляют секретные ключи  $d_s$  и  $r_i$  соответственно, то есть «забывают» их.

Шаг 3. Используем технологию разделения секрета Шамира:

– Обозначим через  $x_2$  значение первой координаты суммы двух точек на эллиптической кривой

$$Q_i + R_i = L;$$

– Сервер и клиент теперь самостоятельно формируют один и тот же полином

$$f(z) = k_i + x_2 z \pmod{q}$$

– Сервер и клиент случайным образом разделяют общий секретный ключ  $k_i$  на два ключа с использованием технологии разделения секрета Шамира. Обозначим их

$$SKey(i) = (z_1, f(z_1)) \text{ и } SKey(i) = (z_2, f(z_2)).$$

И сервер, и клиент хранят эти разделенные секреты каждый у себя и держат в секрете.

– Теперь сервер и клиент удаляют из своих хранилищ точки  $Q_i$  и  $L$ , а также удаляют числа  $k_i$  и  $x_2$  из полинома

$$f(z) = k_i + x_2 z,$$

то есть «забывают» эти точки и числа. Перед удалением ключа  $k_i$  сервер вычисляет значение хеш-функции  $h(k_i)$  и это значение отправляется в хранилище сервера.

Шаг 4. Сервер формирует клиентскую базу, то есть для каждого клиента  $i$  будет храниться только следующая информация (профайл  $i$ -го клиента):

- ID клиента;
- $h(k_i)$  (значение хеш-функции от ключа  $k_i$ );
- $SKey(i)$  (разделенный секрет сервера);
- $R_i$  (открытый ключ клиента);
- $F(i)$  (зашифрованные данные клиента  $i$ ).

Здесь  $h(k_i)$  – значение криптографической хеш-функции (например, SHA-3) от разделенного общего ключа  $k_i$  между клиентом  $i$  и сервером. Хранение хеш-функции необходимо для аутентификации клиента.

Как и в предыдущем случае, информации в клиентской базе сервера достаточно для того, чтобы сервер мог восстановить общий секретный ключ  $k_i$ , который затем будет использован для дешифрования данных и дальнейшей передачи дешифрованных данных обратно клиенту.

**Анализ стойкости к активным и пассивным атакам.** В представленных двух протоколах клиент-серверного взаимодействия для хранения данных в облаке использованы классические криптографические алгоритмы. Но стойкость протоколов к активным и пассивным атакам зависит от других параметров. Итак, можно сразу исключить вопросы стойкости к пассивным атакам, так как согласно предложенной модели, сервер изначально не отклоняется от протокола взаимодействия, а верификация полученной информации от сервера обеспечивается надежными криптографическими алгоритмами, которые использованы в этих протоколах. Стойкость к активной атаке подразумевает, что при вмешательстве третьих лиц или злоумышленников в процесс

клиент-серверного взаимодействия клиент может проверить это путем верификации на своей стороне. Легко видеть, что при получении ложной информации, клиент сразу сможет это верифицировать, так как криптографические алгоритмы, использованные в этих протоколах, имеют некоторые свойства электронной цифровой подписи (RSA). Аналогичными свойствами обладает криптография на эллиптической кривой.

**Заключение.** В данной работе рассмотрен важный вопрос безопасного хранения данных в облаке с использованием технологии разделения секрета. В работе изучены новые подходы по разработке методов хранения больших данных с использованием различных криптографических решений, такие как метод разделения секрета Шамира, протокол распределения ключей Диффи-Хеллмана и т.д. А именно, мы исследовали методы и протоколы безопасного аутсорсинга для хранения больших данных с использованием технологии разделения секрета и анализу их стойкости к активным и пассивным атакам. Такие проблемы особенно актуальны в условиях стремительного развития Интернета вещей (IoT). Чипы, смарт-карты и прочие физически маленькие устройства, как правило, имеют значительные ограничения памяти, поэтому возникает необходимость использования облачных хранилищ как вспомогательный инструмент для безопасного хранения данных. В следующих работах нами будут предложены эффективные программные реализации представленных протоколов, а также экспериментальные расчеты.

**Информация о финансировании.** Работа выполнена при финансовой поддержке МЦРИАП РК, грант № AP06850817

## ЛИТЕРАТУРА

1 Ю.Н. Сейткулов, Р.М. Оспанов, Б.Б. Ергалиева Об одном способе хранения информации в течение заданного времени. Вестник КАЗНИТУ, 143(3), 167-174. <https://doi.org/10.51301/vest.su.2021.i3.22>

2 Ержан Сейткулов, Гульден Улюкова, Бану Ергалиева, Айнур Жетписбаева Облачное хранилище больших данных с использованием технологии секретного обмена // 19-я Международная научная конференция «Информационные технологии и управление 2021» 22-23 апреля 2021 г., ISMA, Рига, Латвия, – с. 66-67.

3 Ержан Н. Сейткулов, Сейлхан Н. Боранбаев, Гульден Б. Улюкова, Бану Б. Ергалиева, Дина Сатыбалдина Методы безопасной облачной обработки больших данных // Индонезийский журнал электротехники и компьютерных наук, Том 22, № 3, июнь 2021 г., стр. 1650-1658, DOI: 10.11591/ijeecs.v22.i3.pp1650-1658.

4 Гульден Улюкова, Бану Ергалиева, Айнур Жетписбаева Облачное хранилище больших данных с использованием технологии секретного обмена // Материалы международной научной конференции студентов и молодых ученых «ФАРАБИ АЛЕМИ», Алматы, Казахстан, 6-8 апреля 2021 г., – С. 83.

5 М.О. Рабин, К. Торп. «Покадровая криптография», Технический отчет TR-22-06, Школа инженерных и компьютерных наук Гарвардского университета, 2006. - URL: <https://www.eecs.harvard.edu/~cat/tlc.pdf>

6 М.О. Рабин, К.А. Торп. «Способ и устройство для покадровой криптографии», Патент США 8 526 621, 2007. <https://patents.google.com/patent/US8526621B2/e>

7 Р. Доку, Д.Б. Рават и К. Лю. «О децентрализованном обмене данными на основе блокчейна для шифрования на основе событий для борьбы с атаками противника», IEEE

Transactions on Network Science and Engineering, Том 8, 2020, стр. 1033-1043. doi: 10.1109 / TNSE.2020.2987919.

8 Альварес Рамиро и Ноджумиан Мехрдад, “Всесторонний обзор протоколов сохранения конфиденциальности для аукционов с закрытыми ставками”, Компьютеры и безопасность. Том 88, 101502, 2020. <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0167404818306631?via%3Dihub>

9 С. Цзяцзюнь, Л. Нинчжун, «Стимулирование проверяемых механизмов защиты конфиденциальности для автономных приложений краудсенсинга», Sensors (Швейцария). 17 (9), 2017. doi: 10.3390/s17092024.

10 Н. Конг. «Применение экономических и ценовых моделей для обеспечения безопасности беспроводной сети: Обзор», IEEE Communications Surveys and Tutorials. Том 19, № 4, 2017, стр. 2735-2767, doi: 10.1109/COMST.2017.2732462.

11 Дж. Барон, К. Эль Дефрави, Дж. Лэмпкинс, Р. Островский. «Коммуникационно-оптимальный упреждающий обмен секретами для динамических групп, Криптология», Архив ePrint, Отчет 2015/304, 2015, <https://eprint.iacr.org/2015/304>

12 Дж. Брендель, Д. Демирель. «Эффективный упреждающий обмен секретами», Архив криптологии ePrint, Отчет 2017/719, 2017, <https://eprint.iacr.org/2017/719>.

13 И. Ахмед. «Краткий обзор: проблемы безопасности в облачных вычислениях и их решения», Telkomnika, 17 (6), стр. 2812-2817, 2019, doi: 10.12928/TELKOMNIKA.v17i6.12490

14 С. Зайнельдин, А. Ате. «Улучшенная безопасность передачи облачных данных с использованием гибридного алгоритма шифрования», Индонезийский журнал электротехники и компьютерных наук, 20 (1), 2020, стр. 521-527.

15 Бану Б. Ергалиева, Ержан Н. Сейткулов, Дина Сатыбалдина, Руслан М. Оспанов, О некоторых методах хранения данных в облаке в течение заданного времени // TELKOMNIKA (Телекоммуникации, вычислительная техника, электроника и управление), Том 20, № 2, 2022, стр. 366-372. DOI: 10.12928/telkomnika.v20i2.21887

## REFERENCES

1 Y.N. Seitkulov, R.M. Ospanov, B.B. Yergaliyeva On one method of storing information for a specified time. VESTNIK KAZNRTU, 143(3), 167–174. <https://doi.org/10.51301/vest.su.2021.i3.22>

2 Yerzhan Seitkulov, Gulden Ulyukova, Banu Yergaliyeva, Ainur Zhetpisbayeva Cloud storage of big data using secret sharing technology // The 19th International Scientific Conference Information Technologies and Management 2021 April 22-23, 2021, ISMA, Riga, Latvia, -pp. 66-67.

3 Yerzhan N. Seitkulov, Seilkhan N. Boranbayev, Gulden B. Ulyukova, Banu B. Yergaliyeva, Dina Satybaldina Methods for secure cloud processing of big data // Indonesian Journal of Electrical Engineering and Computer Science, Vol. 22, No. 3, June 2021, pp. 1650-1658, DOI: 10.11591/ijeecs.v22.i3.pp1650-1658.

4 Gulden Ulyukova, Banu Yergaliyeva, Ainur Zhetpisbayeva Cloud storage of big data using secret sharing technology // Materials of the international scientific conference of students and young scientists “FARABI ALEMI”, Almaty, Kazakhstan, April 6-8, 2021, - P. 83.

5 M.O. Rabin, C. Thorpe, “Time-lapse cryptography,” Technical report TR-22-06, Harvard University School of Engineering and Computer Science, 2006. - URL: <https://www.eecs.harvard.edu/~cat/tlc.pdf>

6 M.O. Rabin, C.A. Thorpe, “Method and apparatus for time-lapse cryptography,” U.S. Patent 8,526,621, 2007. <https://patents.google.com/patent/US8526621B2/e>

7 R. Doku, D.B. Rawat and C. Liu, “On the Blockchain-Based Decentralized Data Sharing for Event Based Encryption to Combat Adversarial Attacks,” IEEE Transactions on Network Science and Engineering, Vol. 8, 2020, pp. 1033-1043. doi: 10.1109/TNSE.2020.2987919.



8 Alvarez Ramiro and Nojournian Mehrdad, “Comprehensive Survey on Privacy-Preserving Protocols for Sealed-Bid Auctions,” *Computers & Security*. Vol. 88, 101502, 2020. <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0167404818306631?via%3Dihub>

9 S. Jiajun, L. Ningzhong, “Incentivizing Verifiable Privacy-Protection Mechanisms for Offline Crowdsensing Applications,” *Sensors (Switzerland)*. 17(9), 2017. doi: 10.3390/s17092024.

10 N. Cong, “Applications of Economic and Pricing Models for Wireless Network Security: A Survey,” *IEEE Communications Surveys and Tutorials*. Vol. 19, No 4, 2017, pp. 2735-2767, doi: 10.1109/COMST.2017.2732462.

11 J. Baron, K. El Defrawy, J. Lampkins, R. Ostrovsky, “Communication-Optimal Proactive Secret Sharing for Dynamic Groups, Cryptology,” ePrint Archive, Report 2015/304, 2015, <https://eprint.iacr.org/2015/304>.

12 J. Brendel, D. Demirel, “Efficient Proactive Secret Sharing,” *Cryptology ePrint Archive*, Report 2017/719, 2017, <https://eprint.iacr.org/2017/719>.

13 I. Ahmed, “A brief review: Security issues in cloud computing and their solutions,” *Telkomnika*, 17(6), pp. 2812-2817, 2019, doi: 10.12928/TELKOMNIKA.v17i6.12490

14 S. Zaineldeen, A. Ate, “Improved cloud data transfer security using hybrid encryption algorithm,” *Indonesian Journal of Electrical Engineering and Computer Science*, 20(1), 2020, pp. 521-527.

15 Banu B. Yergaliyeva, Yerzhan N. Seitkulov, Dina Satybaldina, Ruslan M. Ospanov, On some methods of storing data in the cloud for a given time // *TELKOMNIKA (Telecommunication, Computing, Electronics and Control)*, Vol 20, No2, 2022, pp. 366-372. DOI: 10.12928/telkomnika.v20i2.21887

**Е. Н. СЕЙТҚҰЛОВ, Б. Б. ЕРҒАЛИЕВА,  
Д. Ж. САТЫБАЛДИНА**

*Л.Н.Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университеті.  
Нұр-Сұлтан, Қазақстан*

## **БҰЛТТА ДЕРЕКТЕРДІ САҚТАУДЫҢ ҚАУІПСІЗ АУТСОРСИНГІНЕ АРНАЛҒАН ПРОТОКОЛДАР ЖӘНЕ ОЛАРДЫҢ БЕЛСЕНДІ ЖӘНЕ ПАССИВТІ ШАБУЫЛДАРҒА ТӨЗІМДІЛІГІН ТАЛДАУ**

*Бұл мақала әртүрлі криптографиялық шешімдерді пайдалана отырып, үлкен деректерді сақтау әдістерін әзірлеудің жаңа тәсілдерін зерттейді, мысалы, Shamir құпия бөлісу әдісі, Диффи-Хеллман кілттерін тарату хаттамасы және т.б. Әртүрлі зерттеушілер бұлтта деректерді сақтаудың әртүрлі әдістерін ұсынғанын ескеріңіз. Бұл мақалада біз құпия бөлісу технологиясын пайдалана отырып, үлкен деректерді сақтау үшін қауіпсіз аутсорсинг әдістері мен протоколдарын зерттейміз және олардың белсенді және пассивті шабуылдарға төзімділігін талдаймыз. Мұндай мәселелер әсіресе заттар интернетінің (IoT) қарқынды дамуы жағдайында өзекті болып табылады. Чиптердің, смарт карталардың және басқа физикалық шағын құрылғылардың жадында айтарлықтай шектеулер бар, сондықтан бұлтты сақтауды деректерді қауіпсіз сақтау үшін көмекші құрал ретінде пайдалану қажет.*

**Түйін сөздер:** *криптография, ақпараттық қауіпсіздік, бұлтты сақтау, клиент пен сервердің өзара әрекеттесуі, заттардың Интернеті.*

**YERZHAN N. SEITKULOV, BANU B. YERGALIYEVA, DINA ZH. SATYBALDINA**

*Gumilyov Eurasian National University  
Nur-Sultan, Kazakhstan*

**PROTOCOLS FOR SECURE OUTSOURCING OF DATA STORAGE IN  
THE CLOUD AND ANALYSIS OF THEIR RESISTANCE TO ACTIVE  
AND PASSIVE ATTACKS**

*The paper explores new approaches to developing methods for storing big data using various cryptographic solutions, such as the Shamir secret sharing method, the Diffie-Hellman key distribution protocol, etc. Note that various researchers have proposed various methods for storing data in the cloud. In this paper, we explore methods and protocols for secure outsourcing for storing big data using secret sharing technology and analyze their resistance to active and passive attacks. Such problems are especially relevant in the context of the rapid development of the Internet of Things (IoT). Chips, smart cards, and other physically small devices tend to have significant memory limitations, so there is a need to use cloud storage as an auxiliary tool for secure data storage.*

**Keywords:** *cryptography, information security, cloud storage, client-server interaction, internet of things.*

***К. Т. ТУРКЕБАЕВА<sup>1\*</sup>, О. С. САБДЕН<sup>2</sup>***

*<sup>1</sup>Astana IT University, Нұр-Сұлтан, Қазақстан*

*<sup>2</sup>Экономика институты РМҚК-ны, Алматы, Қазақстан*

## **ЖОБАЛЫҚ ТӘСІЛ ӘДІСНАМАСЫН ТАЛДАУ: ӘДЕБИ ШОЛУ**

*Қазіргі таңда жылдам қарқынмен өзгеріп жатқан экономикалық және іскерлік ортада жобаларға қатысты жұмысты ұйымдастырудың тиімді әдісіне деген қажеттілік пен қызығушылық артуда.*

*Жобаларлық тәсіл ұйымды басқарудың жұмыс формасы және тұжырымдамасы ретінде үкімет, құрылыс, энергетика, ақпараттық технологиялар, консалтинг, қаржылық қызметтер, білім беру, сондай-ақ өндіріс салаларға таралды.*

*«Жобаларды басқару әдістемесі» термині өткен ғасырдың 60 жылдан бастап пайда болды, agile және гибридті жаңа тәсілдердің арқасында аталмыш әдіснама ары қарай даму үстінде.*

*Бұл зерттеу жобаларды басқарудың теориясы мен тәжірибесін ұйымдастыратын әртүрлі еңбектерді, теорияларды, модельдерді, идеяларды, пікірлер мен әдістерді қарастыру арқылы жобалық тәсіл әдіснама тұжырымдамасы, дәстүрлі және икемді тәсілдердің артықшылықтары мен кемшіліктері туралы теориялық әдебиеттерді қарастыруға бағытталған.*

*Бұл мақалада жобаны басқару әдіснама саласындағы әртүрлі көзқарастар, білімдер мен зерттеу нәтижелері жобаның табыстылығының факторы ретінде қарастырылады, бұл берілген нәтижеге жетудің түпкі мақсаты болып табылады.*

***Түйін сөздер:** жобаны басқару, әдіснама, тәсіл, жоба сәттілігі.*

**Кіріспе.** Жобаны басқару әдіснамасы жобаны басқаруда жиі зерттелетін тақырыптардың бірі болып табылады. Бірақ жобаны басқару әдіснамасы жобаны басқарудың жеке тәсіліне негізделген, ол жобаны басқарудың қағидаттары мен нұсқауларының жиынтығын анықтайды.

Осы екі ұғымның табиғатын жақсырақ түсіну үшін, алдымен жобаны басқару әдіснамасы ұғымы нені білдіретінін айтып өтеміз, сондай-ақ жобаны басқару тәсілінің қажеттілігі анықталады, өйткені олар әдетте бір-бірін алмастырып қолданыла береді. Сонымен бірге осы екі терминнің өзара байланысына үңілген жөн. Тағы бір атап өтетін жәйт – жобаларды басқарудың икемді және дәстүрлі тәсілдерінің арасындағы айырмашылықтарды, әр тәсілдің артықшылықтары мен кемшіліктерін егжей-тегжейлі сипаттау қажет.

Икемді немесе дәстүрлі тәсілдер аясының қайсысында болғанына қарамастан, жобаның сәттілігі кез-келген әдіснаманың негізгі мақсаты болып табылады. Жобаның сәттілігіне әсер ететін факторлардың саны артып келеді, солай бола тұра, жобалардың нәтижелері көңіл көншітпейді. Жобаны басқару әдіснамасы жобаның тиімділігін күшейту мен сәттілікке жету мүмкіндігін арттыру дегенді білдіреді. Алайда, жобаны басқару әдіснамасы арқылы жобаның сәтті нәтижелеріне қол жеткізу дәрежесі белгісіз, өйткені жоба әлі де көздеген мақсаттарға қол жеткізе алмай келеді.

Мақаланың мақсаты - жоба сәттілігінің бір бөлігі ретінде жобаны басқару әдіснамасының тұжырымдамасына қатысты ғылыми білімге үлес қосу және түрлі

---

\* E-mail корреспондирующего автора: [karina.turkebayeva@astanait.edu.kz](mailto:karina.turkebayeva@astanait.edu.kz)

көзқарастарды, еңбектер, үлгілер, пікірлер мен нәтижелерді қарастыру арқылы аталмыш тақырыпқа шолу жасау. Мақала келесі бөлімдерден тұрады: бірінші бөлім жобаны басқару әдіснамасына және жобаны басқару тәсілінің не екендігіне тереңірек үңіледі, одан әрі жобаны басқарудың екі негізгі тәсілінің салыстырылуы беріледі. Кейінірек, жобаның сәттілігі жобаны басқару әдіснамасы, басқарушылық қолдау, адами ресурстар, заңнама / реттеу сияқты факторлардың көмегімен анықталады және соны қорытындымен аяқталады.

**Жобаларды басқару әдіснамасы.** «Жобаларды басқару әдіснамасы» термині алғаш рет 1960 жылдың басында анықталды. Уақыт өте келе тұжырымдама толықтырылды және өзгерістерге ұшырады. Жобаны басқару әдіснамасы - жобаны қалай жоспарлау, орындау, бақылау және іске асыруды анықтайтын логикалық байланыстағы саясаттар, тәжірибелер, үдерістер, құралдар, әдістер мен үлгілердің қатаң үйлесімі.

Жобаларды Басқару Институты жобаларды басқару әдіснамасын пән бойынша жұмыс істейтіндер қолданатын тәжірибелер, әдістер, рәсімдер мен ережелер жүйесі ретінде анықтайды (Жобаларды Басқару Институты, 2017). Қолданыстағы анықтамалардың мағыналары ұқсас, олар 1-кестеде келтірілген.

*Кесте 1 – Жобаларды басқару әдіснамасының анықтамалары*

Жыл	Анықтама	Автор
1	2	3
1989	Бағдарламалық жасақтаманы әзірлеу кезінде қолданылатын құралдар, әдістер мен тәжірибелер жиынтығы.	Хамфри
1996	Ережелер мен нұсқаулықтардан тұратын және белгілі бір ойлау тәсіліне негізделген жобаларды басқарудың құрылымдық әдісі.	Бринккэмпер
1997	Белгілі бір мәселені шешу мақсатында қолданылатын әдістер мен құралдар жиынтығы.	Интрона және Уитли
1999	Ұйым аралық қатынасты жақсарту мақсатында кәсіби дайындықтың, ортақ ресурстар мен құжаттамалардың бар екендігін пайдаланып, қайталама талпыныс жасаудан аулақ болу.	Кларк
2000	Жобаны іске асырудың құрылымдық тәсілі үдерістер мен әрекеттер жиынтығынан тұрады, әр үдеріс пен әрекеттің нақты кестесі мен ресурстары бар.	Тернер
2001	Міндеттер, әдістер, жеткізілім, рөлдер мен құралдарға қатысты білім жиынтығы.	Гейн
2002	Құрылымдық жобаны басқару әдісі.	Мемлекеттік Сауда Басқармасы
2003	Жобаны басқару тобы жобаның нәтижесіне сәтті жету мақсатындағы басшылыққа алатын кез-келген қағидат.	Кокберн
2003	Белгілі бір жағдайға бейімдеуге және қолдануға болатын нұсқаулықтар мен қағидаттар жиынтығына келсек, мұнда нұсқаулықтар тапсырмалар тізімі сияқты қарапайым болуы мүмкін немесе нақтыланған құралдар және әдістер арқылы жобаға деген көзқарас айқын болады.	Чарват

1-кестенің соңы

1	2	3
2004	Бюджетке, кестеге, ерекшеліктер мен өзге де талаптарға сәйкес жобаға қатысты әрекеттердің қалай жүзеге асырылуын жоба менеджері немесе команда білетін болады; бұл мақсатта теориялық негіздер әр тапсырманы егжей-тегжейлі сипаттайтын болуы қажет.	Керзнер
2009	Жоба нәтижелеріне қол жеткізу үшін бақыланатын, басқарылатын және көрінімді әрекеттер жиынтығы арқылы жоба менеджері мен топты қолдайтын нұсқаулар жиынтығы.	Мемлекеттік Сауда Басқармасы
2013	Жобаны басқарудың барлық әрекеттері мен құжаттамасын сипаттайтын Үлгі.	Эрикссон
2014	Жобада қолданылатын әдістер, тәсілдер, рәсімдер, ережелер, үлгі-қалыптар, сондай-ақ ең жақсы тәжірибелер жиынтығы.	Спундак
2019	Жобадағы рөлдерді, міндеттер, үдеріс, кезеңдерді және бақылау нүктелерін анықтайтын басқару құралы. Жобаны жоспарлау және іске асыру кезінде басшылықты қамтамасыз ететін басқару құралы.	Мюллер және т.б.

*Дереккөз: әдебиеттерді шолуға негізделген автордың құрылымы*

Анықтамалардың кең спектріне сүйене отырып, біз жобаны басқару әдіснамасының келесі сипаттамасын ұсынамыз: Жобаны басқару әдіснамасы – бұл қызметті ұйымдастырудың ілімі, оған мыналар кіреді:

- ережелер, қағидаттар, құндылықтар, ортақ терминология
- рөлдер, жауапкершіліктер
- нұсқаулықтар, стандарттар, құжаттама
- үдерістер, рәсімдер
- әдістер, құралдар, тәсілдер, үлгілер
- міндеттер, әрекеттер
- негізгі кезеңдер, жеткізілімдер
- үздік тәжірибе

Жобаны басқару әдіснамасының мақсаттары мен артықшылықтарын атап өткен маңызды. Жаңа топ мүшелерін үдеріске енгізу, топ мүшелерін оңай алмастыру, нақты міндеттер, клиенттер әсері, айқын прогресс пен мәртебе туралы есеп, сонымен қатар оқыту – бұл әдіснаманың бірнеше мақсаттары. Керзнер (2004) жақсы әдіснаманың сипаттамалары ұсынылған егжей-тегжейлі деңгей, үлгі-қалыптарды пайдалану, стандартталған жоспарлау, уақытты басқару мен шығындарды басқару әдістері, стандартталған есептілік, барлық жобаларда қолдануға деген икемділік, жылдам дамуға қатысты икемділік; аталғандардың бәрі пайдаланушыға түсінікті, ұйымда қабылданады әрі қолданысқа ие болады. Сондай-ақ, жобаның өмірлік айналымының стандартталған кезеңдері қолданылады және нұсқаулықтар мен тиісті іскерлік этикаға негізделген. Жобаларды басқару әдіснамасы бақылау, стандарттау, біртұтас тіл, басшылық және қолдау жобалар мен ұйымдарға пайдалы деп түйіндейді. Алайда, алынған нәтижелер жобаны стратегиялық деңгейде басқару әдіснамасынан алынған

болжамды пайда мен жоба деңгейіндегі жоба жетекшілері хабарлаған артықшылықтар арасындағы сәйкессіздікті көрсетеді.

Осыдан қырық жыл бұрын мемлекеттік органдар бюджетті, жоспарлар мен сапаны бақылау мақсатында жобаларды басқарудың алғашқы ресми әдіснамаларын жасағанын атап өткен жөн. Әдебиеттерде жобаларды басқару әдіснамасының үш түрі көрсетіледі: жобаларды басқарудың стандартталған, қайта жасақталған және аралас әдіснамалары. Зерттеушілер мен тәжірибешілердің арасында дау тудыратын басты мәселе жоба сәттілігіне төмендегілердің алып келетін-келмейтіндігі: жобаның сыртқы орта түпмәтімен стандарттау мүмкін болса; түпмәтіне бейімдеу; немесе араласпа түпмәтін.

**Жобаларды басқару тәсілдері.** «Жобаларды басқару тәсілі» термині көбінесе белгілі бір жобаның қалай басқарылатындығын анықтайтын қағидаттар мен нұсқаулықтар жиынтығы ретінде қолданылады (Иивари, Хиршхайм және Клейн, 2000). Зерттеу жұмыстары жобаны басқарудың екі негізгі тәсілін қарастырады: дәстүрлі (болжам, сарқырама) және икемді (бейімделу). Сондай-ақ, қайсысы жақсырақ, орынды да лайықты екендігіне қатысты ортақ пәтуаның болмауы екі тәсілді біріктірген жобаларды басқарудың салыстырмалы түрде жаңа гибриді тәсілінің пайда болуына алып келеді.

**Жобаларды басқарудың дәстүрлі тәсілі.** Жобаны басқарудың дәстүрлі немесе классикалық тәсілі бекітілген жоспарға сәйкес жүзеге асырылатын жобалар үшін жасалды. Бұл бағдарлаудың басты себебі – жоба қағидаттары 1950 жылдары үйлестірілді; аталмыш қағидаттарды тұрақты экономикалық жағдайлармен және, әрине, қазіргі әлемдегі технологияның қарқынды дамуынан туындаған серпінді түрде өзгеретін ортаның болмауы себебімен байланыстырып сипаттауға болады.

Жобаны басқарудың дәстүрлі тәсілінің маңызды мақсаты - жоба үшбұрышында белгіленген жоспарды орындау, яғни уақыт, шығындар мен ауқым. Классикалық ұтымды тәсілдің негізгі идеясы - жобалар әлдеқайда қарапайым әрі болжамды, сондай-ақ нақты шекаралар мен шектеулерге ие, нәтижесінде жоспарды егжей-тегжейлі әзірлеуге және оны айтарлықтай өзгеріссіз жүзеге асыруға мүмкіндік алуға болады (Спундак, 2014).

Сонымен қатар, жобаларды басқару институттарының барлық білім жиынтығы жобаларды басқарудың дәстүрлі тәсіліне негізделген. Спундактың (2014) айтуынша, мұндай үстемдіктің себебін білім жиынтығына қатысты алғашқы нұсқалар 1980 жылдары дәстүрлі тәсілден басқа балама тәсілдер болмаған кезде ұсынылғандығымен түсіндіруге болады. Білім жиынтығы бойынша кейінгі басылымдар нақты тәжірибе бөлігіндегі өзгерістерді көрсетеді, бірақ әрдайым тәжірибешілердің үміттері ақталмайды.

Дәстүрлі тәсіл ЖБББЖ (Жоба Басқару Бойынша Білім Жиынтығы) ЖБИ (Жоба Басқару Институты) (2017) ұсынған және 1-суретте көрсетілгендей бес дәйекті кадамға негізделген. ЖБББЖ нұсқаулығы жобаны басқару үдерісін бес үдерістік тобына бөледі: бастама, жоспарлау, орындау, мониторинг және бақылау, жабу. Аталмыш топтар жобаларды басқарудың 49 үдерісіне бөлінеді, олар төмендегі он білімдік салаға сәйкес ажыратылады: ықпалдасу, ауқымы, кесте, құн, сапа, ресурстар, байланыс, тәуекел, сатып алу және мүдделі тараптарды басқару.

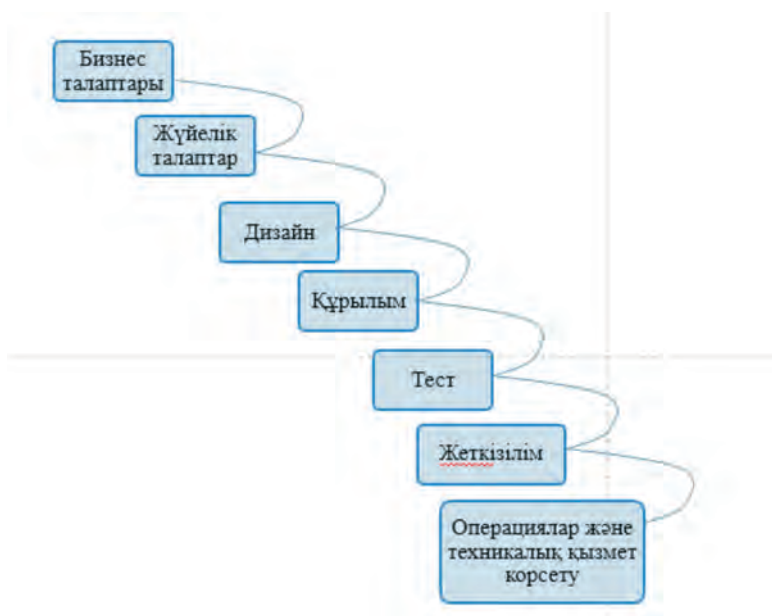




Дереккөз: ЖБИ (2017)

1-Сурет – ЖБББЖ жоба басқару үдерісінің бес үдерістік тобы

Бағдарламалық жасақтама және оны әзірлеу кезінде бұл тәсіл көбінесе сарқырама үлгісі деп аталады, ол Сурет 2-де көрсетілген және сызықтық тізбектегі бірнеше тапсырмалардан тұрады.



Дереккөз: (Хасс, 2007)

2-Сурет – Жобаның өмірлік айналымы үлгісі

Жобаны басқарудың дәстүрлі тәсілі өмірлік айналым басында нақты анықталған сәттер мен мақсаттарды әзірлеуге болатын жобаларға бағытталған. Болжамдық тәсіл барысында жобаның уақыты, құны мен ауқымы өмірлік айналымның алғашқы кезеңдерінде анықталатынын және жобаға енгізілетін кез-келген өзгерістер қатаң бақыланатынын атап өтті. Шеффилд пен Леметайер (2010) осыған ұқсас идеяларымен бөлісті, сондай-ақ осы тұрпаттас жобаларда талаптар нақты белгіленетінін және шамалы өзгеріске ұшырайтынын атап өтті. Бұл тәсіл “өзгеруге төтеп бере алатын және сәттілік көрсеткіші ретінде жоспарға сәйкес болуына бағытталған” (Высоцкий,

2009). Оған қоса, дәстүрлі тәсіл үдеріс пен құжаттауда, әсіресе өзгертуге қатысты сұраулар туындағанда көп күш жұмсауды қажет етеді.

Сонымен қатар, болжау (сарқырама) тәсілін кез-келген жобалық ортаға бейімдеуге болады, өйткені негізгі қағидаттар, үдерістер, рәсімдер мен әдістерді әр жобаға біркелкі қолдануға болады. Ол “қарапайым және кішігірімдерінен ең күрделі және ең ірісіне дейін көптеген жобаларға сенімділік пен қолдануды қамтамасыз етуі керек” (Спундак, 2014). Оған қоса, “бір өлшем бәріне сәйкес келмейді” деген пікірді ұстанатын авторлардың саны сәйкесінше өсуде. Осылайша, жобаларды басқаруда “бір өлшем бәріне бірдей сәйкес келмейді” қағидасы бірауыздан танылады (Шеффилд және Леметайер, 2010). Елеулі міндеттердің бірі - белгілі бір жоба үшін шығындар, сапа, уақыт және ауқыммен үйлесімді болу үшін дұрыс және қолайлы тәсіл мен әдіснаманы таңдау. Керісінше, неғұрлым қолайлы тәсіл мен әдіснаманы таңдаудағы қателік жобалық тәуекелдердің көбеюіне әкелуі мүмкін.

Жобаларды басқарудың дәстүрлі тәсілі әрдайым жобалардың өзгермелі сипатына жауап бере алмайтындықтан, қазіргі экономикалық және іскерлік ортаның мәселелерін шешудің заманауи тәсілдері қажет болды. Көптеген зерттеушілердің пікірінше, жобаларды басқарудың дәстүрлі тәсілінің әлі келмейтін мүдделі тараптардың, міндеттер мен шеленіскен қатынастардың өсуіне орай жобалар өзгеріп күрделене түсті. Сондай ақ, ғалымдар да, тәжірибешілер де анықтаған жобаларды басқарудың дәстүрлі тәсілінің негізгі кемшіліктері жобаларды басқарудың балама тәсілінің негізін қалады. Қазіргі заманғы жобалардың кең спектріне дәстүрлі көзқарастың қолданылмауының негізгі себептері “құрылымдық күрделілік, мақсаттарды анықтаудағы екі ұштылық және жобаның уақыт шектеулері” болып табылатынын атап көрсетті. Осы көзқарасты қолдау мақсатында бірнеше авторлар жобаларды басқарудың дәстүрлі тәсілінің негізгі кемшіліктерінің бірі ретінде жобалардың қателіктерге бейім екендігі мен олардың менеджментін атап өтеді.

**Жобаларды басқарудың икемді тәсілі.** “Икемді” термині “жылдам және оңай қозғалуға, тез және ақылға қонымды ойлауға қабілетті” ретінде анықталады (Студенттерге арналған Оксфорд сөздігі). Икемділіктің негізгі сипаттамасы – турбулентті орта жасаған өзгерістерге уақытында жауап беру мүмкіндігі. Бір қызығы, “икемділік” тұжырымдамасы 1991 жылы өндіріс саласында пайда болды және оны Лихай университетінің Якокка институтының (АҚШ) зерттеушілер тобы әзірледі. Олар икемділікті “нарықтың тез өзгеретін қажеттіліктерін (жылдамдық, икемділік, клиенттер, бәсекелестер, жеткізушілер, инфрақұрылым, тиімділік) қанағаттандыру үшін мүмкіндіктері бар өндірістік жүйе (бағдарламалық жасақтама және жабдықтық жасақтау технологиялары, адами ресурстар, сауатты басқару, ақпарат)” деп анықтады (Юсуф, Сархади және Гунасекаран, 1999).

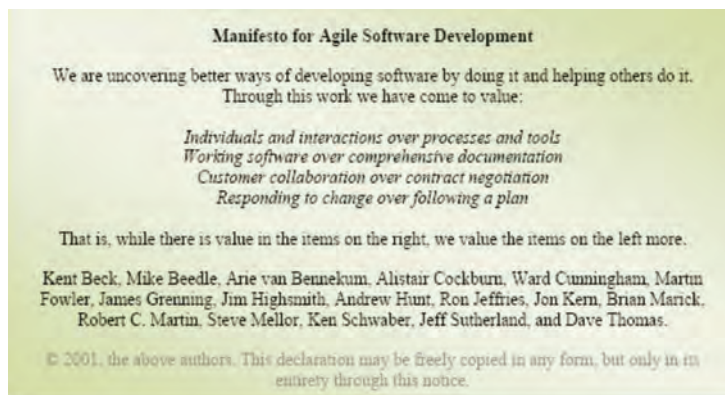
Жобаларды икемді басқару тұжырымдамасы 1950 жылдары дамыған, сондай-ақ қорғаныс және құрылыс салаларында пайда болған дәстүрлі жобаларды басқарумен салыстырғанда 1980 жылдардан басталады. Бағдарламалық жасақтаманың икемді өндірісі мен икемді дамуынан айырмашылығы, басқа салаларда жобаларды икемді басқаруға арналған жұмыстар аз. 2009 жылға дейін АТ жобаларында жобаларды басқаруға икемді тәсіл басым болды. Сондықтан зерттеулердің көп бөлігі

бағдарламалық жасақтама жобаларына бағытталған. Соңғы онжылдықта жобалардың аз ғана саны икемді әдістерді қабылдады және қолданды.

Конфронт және т.б. (2014) жобаны басқарудың икемді анықтамасын келесідей ұсынады: “бұл тәсіл жобаны басқару үдерісін қарапайым, икемді және дүркін-дүркін қайталанатын етіп, жақсы өнімділікке (құны, уақыты мен сапасы) қол жеткізуге мүмкіндік беретін қағидаттар жиынтығына негізделген, басқарудың аз күш-жігері мен инновацияның жоғары деңгейі және тапсырыс беруші үшін қосылған құн”.

Оның үстіне, икемді тәсіл екіұштылығы басым, болжау мүмкін емес, икемделу, бейімделу мүмкіндігі, тұрақты өзгерістер мен жаңартулар, жылдам орындау және тапсырыс берушілердің егжей тегжейлі қатысуына ие жобаларға бағытталған. Сол сияқты, Юсуф және басқалар (1999) икемділіктің келесі негіздерін көрсетеді: жылдамдық, икемділік, инновация, өнімділік, сапа және кірістілік. Икемділік үздіксіз инновация, өнімді бейімдеу, жеткізілім уақытын қысқарту, қызметкерлер мен үдерістерді бейімдеу және сенімді нәтиже сияқты бірқатар бизнес қағидаттарына негізделген.

Бірдей көзқарастар мен нанымдарды бөлісетін икемді қауымдастық 2001 жылы құрылды және 3-суретте көрсетілгендей төрт негізгі құндылықты құрайды. Бағдарламалық қамтамасыз етуді икемді әзірлеу манифесті негізінде *адамдар, бағдарламалық жасақтама, клиенттер және өзгерістер* сияқты төрт негізгі құндылықты бөліп көрсету керек, яғни оң жақтағы элементтердің маңыздылығына қарамастан, жобаларды басқарудың икемді тәсілі сол жақтағы элементтерге көбірек көңіл бөледі. Манифест икемді бағдарламалық жасақтама жобалары үшін жасалғанына қарамастан, барлық негізгі құндылықтарды жобаларды икемді басқару тәсілін пайдаланатын әртүрлі жобаларға қатысты енгізуге және қолдануға болады (Агуанно, 2004).



Дереккөз: (Икемді Одағы, 2001)  
**3-Сурет** – Икемді манифест

Жобаны икемді басқару – бұл итеративті және кезеңді үдеріс, ол мүдделі тараптар мен жоба тобының мүшелері қарастырып отырған аймақты түсіну, талаптарды анықтау және функционалдылықтың басымдықтарын анықтау мақсатында тізе қосып жұмыс істеу (Хасс, 2007). Икемді тәсіл 4-суретте көрсетілгендей көптеген жылдам итеративті

жоспарлау және дамыту циклдерін қамтиды, бұл аралық нәтижелерді тексеруге және бағалауға және пайдаланушылардың, клиенттердің және мүдделі тараптардың қалауы өзгерген жағдайда түзетулер енгізуге мүмкіндік береді. Аталмыш тәсіл бұрын белгісіз мақсаттар мен талаптар анықталған кезде өнімді тез жетілдіруге мүмкіндік береді.



Дереккөз: (Хасс, 2007)

#### 4-Сурет – Жобаның өмірлік айналымының икемді үлгісі

Жобаның өмірлік айналымының төрт кезеңін қамтитын жобаны басқарудың дәстүрлі тәсілінен айырмашылығы, икемді тәсіл жобаның бірнеше кезеңдерін өзіне енгізеді. Кейбір авторлар пайдаланушыларға екі түрлі тәсілді салыстыра алатындай мүмкіндік беру мақсатында жобаларды басқарудың икемді қадамдарын әзірледі. Осылайша, Хайсмит (2004) жобаның өмірлік айналымын келесі кезеңдерге бөледі: Елестету (пайымдауды, жоба ауқымын және жобаны ұйымдастыруды анықтау), Ой елегінен өткізу (өнімнің сипаттамасы мен уақыт шектеулеріне сүйене отырып, анықталған үлгіні жасау және пайымдауды жүзеге асыру үшін итерация жоспары), Зерттеу (тексеруден өткен бөлімдерді қысқа мерзімде жеткізу және жобаның қауіптері мен екі ұштығын төмендетудің жолын үнемі іздеу), Бейімдеу (нәтижелерді, ағымдық жәйтті және қажет болған жағдайда команданың мінез-құлқын тексеру) және Жабу (жобаны жабу, алынған сабақтарды қорытындылау және іс-шараның сәтті аяқталуына орай салтанатты түрде атап өту). Сол сияқты, Де Карло (2004) бес итеративті кезеңнен тұратын Жобаның икемді Моделін жасайды: пайымдау, рефлексия, инновация және қайта бағалау, сонымен қатар Таратудың соңғы кезеңі. Оған қоса, әрбір қысқа итерация бүкіл кезеңдерден тұрады, жобаның соңғы ауқымы әр итерацияда қалыптасады және жоба көлемін әр итерация барысында 30%-ға дейін өзгертуге болады.

Чинге сәйкес (2004), жағдайдың тез өзгеруімен сипатталатын қазіргі ортада икемді тәсіл айырықша шешімдер мен жобалардың нәтижелерін ұсынады. Чоу мен Цаоның пікірінше (2008), икемді тәсіл сәттілігінің маңызды факторларына икемді әдістерді

дұрыс қолдану, жоғары білікті жобалық топ және дұрыс жеткізу стратегиясы кіреді, ал қолайлы да оңтайлы басқару үдерісі, ұйымдастырушылық орта және клиенттерді тарту жобаның сәтті болуына ықпал ететін факторлар болып табылады.

**Жобаны басқарудың дәстүрлі және икемді тәсілі.** Жобаны басқарудың қай әдісі жақсырақ, қолайлы және тиімді екендігіне қатысты ортақ пәтуа жоқ. Әр тәсілдің өзіндік артықшылықтары мен кемшіліктері бар. ЖБИ жүргізген жобаларды басқарудың 3234 тәжірибешілерінен алынған сауалнама нәтижелеріне сәйкес ұйымдардың көпшілігі бұрынғысынша сарқырама (дәстүрлі) тәсілін қолданады – 37%, қалған пайызнама бұл ретте әрбір тәсілге 2017 жылмен алғанда 20% төңірегінде тиесілі (басқа тәсілдер, икемді және гибридті) (ЖБИ, 2017). Сауалнама нәтижелері 5-суретте келтірілген.



*Ескерту: дөңгелектеу нәтижесінде сандар 100%-ға дейін қосылмауы мүмкін.*

*Дереккөз: (ЖБИ 2017 Кәсіптік серпінге қатысты егжей-тегжейлі есептер: ұйымдастырушылық икемділік жобалардың сәттілік мөлшерлемесін арттырады)*

#### **5-Сурет** – 2017 жылы жобалық тәсілдердің әркілы түрлерін пайдалану пайызнамасы

Жобаның сипаттамалары мен ерекшеліктеріне байланысты жобаны басқаруға қолайлы тәсіл қолданылуы керек. Сонымен қатар, қолайлы жобалық тәсілді анықтауда ұйым саласының түрі, стратегия, мақсаттар, саясат, ережелер, рәсімдер және бизнес-үдерістер маңызды рөл атқарады. Жобаны басқарудың дәстүрлі (сарқырама) тәсілі уақытпен тексерілген тәсіл болғандықтан, сондай-ақ жобаны басқарудың дәстүрлі әдістері мен тәжірибелерін қолданудың сәтті нәтижелері бойынша эмпирикалық дәлелдер болуына байланысты бұл тәсіл көптеген салаларда жиі кездеседі.

Екі тәсілдің артықшылықтары мен кемшіліктеріне келетін болсақ, жобаны басқару тәсілін таңдау кезінде ұйым мен жобаның түрі және олардың сипаты маңызды элементтер болып табылады. Жоғарыда айтылғандай, дәстүрлі тәсіл айқын қойылған мақсаттары мен міндеттері бар жобалар үшін қолайлы, жобаның басында жоспардың құрылуы жоба барысында өзгерістердің төмен деңгейіне себеп болады, демек, сәйкесінше екіштылықтың да деңгейі төмен болады.



Мұндай жобалар (мысалы, құрылыс, инжиниринг, қорғаныс) талаптарға қатысты өзгерістердің шамалы болатынын көрсетеді және тапсырыс берушілердің қатысуының, жобалық топтар мен клиенттер арасындағы өзара байланыстың қажеті жоқ.

Сол сияқты, кейбір авторлардың айтуынша, дәстүрлі тәсіл ірі жобаларға ұтымды; жобалық топ мүшелері көп тәжірибеге ие емес, сондай-ақ жобалық командадағы кадрлардың тұрақтамауы жоғары болады (Агуанно, 2004).

Екінші жағынан, жобаларды басқарудың икемді тәсілі талаптардың өзгергіштігімен, екіұштылықтың жоғары деңгейімен, болжап болмайтын әрекеттер және өзгерістермен, технологиялық, ұйымдастырушылық күрделілікпен, сондай-ақ түсініксіздікпен (белгісіз себеп-салдар байланысы) сипатталатын жобалар үшін (мысалы, өндіріс, АТ, ғылыми жобалар, бағдарламалық жасақтама, жаңа инновациялық өнімдерді дамыту, үдерістерді өзгерту жобалары) қолайлы. Сонымен қатар, икемді тәсілдің бейсызық, итеративті және кезеңді үдерісі үнемі жаңартулар мен толықтыруларды қамтитындықтан, адами фактор бірлескен жұмыс үдерісінде маңызды аспект ретінде қарастырылады. Нәтижесінде бірнеше авторлар өз ұсыныстарында жоғары білікті жұмыс күші, қарым қатынас, жобалық топ мүшелерінің үйлесімі сәттіліктің маңызды факторлары болып табылатынын атап өтеді (Спундак, 2014).

**Кесте 2** – Дәстүрлі және икемді тәсіл арасындағы айырмашылық

Сипаттамасы	Дәстүрлі тәсіл	Икемді тәсіл
Талаптары	айқын бастапқы талаптар; өзгерудің төмен мөлшерлемесі	шығармашылық, инновациялық талаптар түсініксіз
Пайдаланушылар	қатыспайды	жақын және тығыз ынтымақтастық
Құжаттама	ресми құжаттама талап етіледі	өзгелерге оңай берілмейтін білім
Жобаның көлемі	ірірек жобалар	кішігірім жобалар
Ұйымдастырушылық қолдау	қолданыстағы үдерістерді пайдалану; ірірек ұйымдар	икеmді тәсіл қабылдануға дайын
Топ мүшелері	ерекше мән берілмейді; ауытқулар болуы ықтимал; бөлшектелген команда	біріккен команда; кішігірім команда
Жүйе сыншылдығы	Жүйенің сәтсіз болуының салдары ауыр	сыни жүйелердің аздығы
Жоба жоспары	желілік	күрделі; интерактивті

*Дереккөз: Спундак (2014)*

Бірнеше зерттеушілердің қолданыстағы мәлімдемелерін ескере отырып, біз әр тәсілдің негізгі артықшылықтары мен кемшіліктерін (дәстүрлі және икемді) сәйкесінше 3ші және 4ші кестелерде ұсынамыз.



**Кесте 3 – Дәстүрлі тәсіл**

Артықшылықтары	Кемшіліктері
Тұрақты жұмыс жүйесі	Жоғарыдан-төмен әдісі
Жақсы құрылымдалған үдеріс	Көшбасшылық мәнері - командалық, бақылаушылық және иерархиялық
Үдерістер мен рәсімдерді оңтайландыру	Құрылымдылығы жоғары
Уақытпен тексерілген әдістер, құралдар мен тәсілдер	Құжаттамалар мен жазбалардың өте көптігі
Бастапқы талаптардың маңыздылығы	Бюрократия және формализм
	Өзгерістерге төтеп бере алатын

*Дереккөз: әдебиеттен алынған авторлық құрылым*

**Кесте 4 – Икемді тәсіл**

Артықшылықтары	Кемшіліктері
Лауазымдық саты тарапынан қысымның қатты болмауы	Икемді әдістер мен іс-тәжірибелерді сәтті қолдануға қатысты эмпирикалық деректердің жеткіліксіз саны
Жылдамдық, икемділік	Өнім / қызмет сапасына әсер етуі мүмкін қауіптер
Өзгелерге оңай берілмейтін білімді қолдану арқылы жылдам оқыту	
Клиенттерді қарқынды түрде тарту	
Бейресми байланыс	
Бірлесіп шешім қабылдау	

*Дереккөз: әдебиеттен алынған авторлық құрылым*

**Жоба сәттілігі.** Жобаның сәттілігі, сондай-ақ жобаны басқару әдіснамасы жобаны басқару әдебиетінде зерттелген тақырыптардың бірі болып табылады. Көптеген жұмыстар осы тақырыпқа арналды. Сонымен қатар, пікірінше, жобаның сәттілік тұжырымдамасын анықтау және өлшеу қиын болуы мүмкін. Дәстүрлі тәсіл, әдетте, сәттілікті ауқым, кесте және баға тұрғысынан өлшейді, ал икемді тәсіл сәттілікті тұтынушыға жеткізілетін өзгерістер мен құндылықтарға қатысты үн қату тұрғысынан өлшейді (Шеффилд және Леметайер, 2010).

Жобаның сәттілік критерийлері мен сәттіліктің маңызды факторлары жобадан жобаға дейін ерекшеленеді және жобаның түріне, сипатына және күрделілік деңгейіне байланысты болады. Осылайша, жобаның сәттілігіне әсер ететін факторлардың бірыңғай тізімі жоқ. Алайда, кейбір ғалымдар жалпы факторлар мен өлшемдерді анықтауға талпыныс жасады, сондай ақ жобаның маңызды жетістігі мен жоба сәттілігінің маңызды факторларының үлгісін жасады. Мысал ретінде, Александрова пен Иванованы алсақ (2012), олар тұжырымдамалық модель әзірледі;

олар сәттіліктің маңызды факторларының негізгі құрамбөліктерін (жоба менеджері, жоғары басшылық қолдауы, дәлелді команда, тиімді байланыс), сәттілік өлшемдерін (белгіленген мерзімде және жоспарланған бюджет аясында қол жеткізілген мақсаттар, қанағаттану, тұрақты жағымды нәтижелер) және жобаның сәттілігін (нәтижелерге қол жеткізу) анықтады.

Сәттілік факторлары мен өлшемдерінің төмендегі анықтамаларын Мюллер (2019) берді: “1) Жоба элементтері болып табылатын сәттілік факторларына әсер жасалғанда аталмыш факторлар сәттілік ықтималдығын арттырады; бұл тәуелсіз айнымалылар, олар сәттілікке жол ашады. 2) Жобаның сәттілігін немесе сәтсіздігін бағалау мақсатында қолданылатын өлшемдер болып табылатын жобаның сәттілік критерийлері; бұлар сәттілікті мөлшерлейтін тәуелді айнымалылар”.

Жобаның сәттілік факторларын әрі қарай қарастыруға байланысты маңызды факторлардың моделі жасалды. Тиісті зерттеулерге сүйене отырып, жоба сәттілігінің маңызды элементтері 6-суретте көрсетілген.



*Дереккөз: әдебиеттен алынған авторлық құрылым*  
**6-сурет** – Жобаның сәттілік аспектілері

**Қорытынды.** Жобаны басқару – қызығушылық әрі пікірталас тудыратын көптеген тақырыптарды қамтитын ерекше сала. Аталмыш мақалада жобаларды басқару әдіснамасына және неше түрлі мағынаға ие тәсілдер тұжырымдамаларына жан-жақты шолу жасалды, бірақ біршама ортақ түсініктер де жоқ емес. Сонымен қатар, жобаны басқару әдіснамасының түпкі мақсаты болып табылатын жоба сәттілігі әдіснама, адами ресурстар, басқарушылық қолдау, заңнама және реттеу сынды факторларға сүйене отырып ұсынылды.

Тиісті тәсіл мен әдіснаманы таңдау және қолдану туралы шешім қабылдау оңай емес, өйткені дәстүрлі және икемді тәсілдердің оң және теріс жақтары бар. Ұйымның түрі мен жоба сипаттамаларын ескере отырып, шешім қабылдаушы бір жоба үшін бір әдіснама аясында екі тәсілді біріктіре алады. Сол себепті басты мәселе - сәттілік ықтималдығын арттыратын екі тәсілге негізделген әдіснаманы қалай жасауға болатынына келіп тіреліп тұр.

Көптеген еңбектер дәстүрлі тәсілді зерттеуге арналғандықтан, тек АТ индустриясынан басқа салаларда икемді тәсілдің қолданылуын зерттеп, үйреніп, сондай-ақ аталмыш жобалардың нәтижелерін (сәттілік немесе сәтсіздік тұстары) қарастырған жөн.

## ӘДЕБИЕТ

1 Икемді одақ, 2001. *Икемді Одақ бағдарламалық жасақтамасын әзірлеуге арналған Манифест*. [www.agilemanifesto.org](http://www.agilemanifesto.org)-нен алынған.

2 Агуанно, К., 2004. *Икемді жобаларды басқару*. Лейкфилд, Канада: мультимедиялық басылымдар.

3 Александрова М., және Иванова Л., 2012. *Жобаны басқарудың сәттілігінің маңызды факторлары: ЕО бағдарламалары қолдайтын жобалардың эмпирикалық мәліметтері*. ASECU 9-шы халықаралық конференциясында ұсынылған «Жүйелі экономикалық дағдарыс: ағымдағы мәселелер мен перспективалар» тақырыбындағы баяндама, Скопье, Македония.

4 Бринккемпер С., 1996. *Әдістерді әзірлеу: ақпараттық жүйелерді әзірлеу әдістері мен құралдарын әзірлеу. Ақпараттық және бағдарламалық технологиялар*, 38(4), 275-280.

5 Чин Г., 2004. *Жобаны икемді басқару: жобаның өзгеретін талаптары жағдайында қалай жетістікке жетуге болады*. Нью-Йорк: АМАКОМ.

6 Чоу Т. және Цао Д., 2008. *Икемді бағдарламалық жасақтама жобаларындағы сәттіліктің маңызды факторларын зерттеу*. Жүйелер мен бағдарламалық қамтамасыздандыру журналы, 81 (6), 961-971.

7 Кларк А., 1999. *Жобаны басқарудың тиімділігін арттыру үшін сәттіліктің негізгі факторларын практикалық тұрғыдан қолдану*. Жобаларды басқарудың халықаралық журналы, 17, 139-145.

8 Конфорта Э.С., Салум Ф., Амарал Д. С., да Силва С. Л. және Маньянини де Алмейда Л. Ф., 2014. *Жобаны икемді басқаруды бағдарламалық жасақтаманы жасаудан басқа салаларда қолдануға бола ма?* Жобаларды басқару журналы, 45 (3), 21-34. doi: 10.1002/pmj.21410.

9 Де Карло Д., 2004. *Жобаларды экстремалды басқару*. Сан-Франциско: Джосси Басс.

10 Эрикссон. 2013. *PROPS Жоба жетекшілері үшін нұсқаулық*. Эрикссон, Стокгольм, Швеция.

11 Фортун Дж. және Уайт Д., 2006. *Жүйелік модель көмегімен жоба сәттілігінің маңызды факторларын анықтау*. Жобаларды басқарудың халықаралық журналы, 24, 53-65.

12 Гейн С., 2001. *Процестерді басқару: Жобаларды басқару мен дамуды біріктіру*. Тиннирелло, П. С. (ред.) Жобаларды басқарудағы жаңа бағыттар, 67-82. Бока-Ратон, Флорида: Ауэрбах Баспасы.

13 Хасс К. Б., 2007. *Жобаны басқарудың дәстүрлі және икемді үйлесімі*. Әлем бүгін, 9 (5), 1-8.

14 Хамфри У. С., 1989. *Бағдарламалық жасақтаманы әзірлеу процесін басқару*. Бостон, Массачусетс: Эддисон-Уэсли.

15 Иивари Дж., Хиршхайм Р., және Клейн Х. К., 2000. *Ақпараттық жүйелерді дамытудағы әдіснамалар мен тәсілдерді жіктеудің динамикалық негізі*. Басқарудың ақпараттық жүйелері журналы, 17 (3), 179-218.

16 Керзнер Х., 2004. *Жобаларды озық басқару: оларды енгізу бойынша үздік тәжірибелер*. Джон Уайли және ұлдары.

17 Мюллер Р., Друин Н. және Санкаран С., 2019. *Жобаларды Ұйымдастырушылық Басқаруды Модельдеу*. Жобаларды басқару журналы, 50, 499-513. doi: <https://doi.org/10.1177/8756972819847876>.

18 Мемлекеттік Сауда Басқармасы., 2009. PRINCE2 әдіснамасы арқылы сәтті жобаларды басқару. Норвич, Ұлыбритания: Кеңсе тауарлары офисі.

19 Жобаларды басқару институты (ЖБИ)., 2017. *Жобаны басқару бойынша білім жиынтығы туралы Нұсқаулық (ЖБББЖ нұсқаулығы)*, 6-шы басылым, Пенсильвания: ЖБИ.

20 Жобаларды басқару институты (ЖБИ), 2017. ЖБИ 2017 «Кәсіп серпіні» туралы егжей-тегжейлі есептер: ұйымдастырушылық икемділік жобалардың сәттілік мөлшерлемесін арттырады.

21 Шеффилд Дж. және Леметайер Дж., 2010. Жобаны басқару әдіснамасындағы сәттіліктің маңызды факторларына сәйкес келуі. ЖБИ ® 2010 Азия-Тынық мұхиты аймағы, Мельбурн, Виктория, Австралия жаһандық конгресінде ұсынылған баяндама. Ньютаун алаңы, Пенсильвания: Жобаларды басқару институты.

22 Спундак М., 2014. Жобаны басқарудың аралас икемді / дәстүрлі әдістемесі – шындық па, әлде елес пе? Рәсім-әлеуметтік және мінез-құлық ғылымдары, 119, 939-948.

23 Тернер Дж. Р. және Киган А., 2000. Жобаларға негізделген ұйымдағы операцияларды басқару. Өзгерістерді басқару журналы, 1, 131-148.

24 Высоцкий Р. К., 2009. Жобаны тиімді басқару: дәстүрлі, икемді, экстремалды. Хобокен, Нью-Джерси: Уайли.

## REFERENCES

1. Gibkiy Soyuz. 2001. Manifest dlya razrabotki programmogo obespecheniya gibkogo Soyuz. [www.agilemanifesto.org-nen-vzyato](http://www.agilemanifesto.org-nen-vzyato).

2. Aguanno. K.. 2004. Upravleniye gibkimi proyektami. Leykfeld. Kanada: multimediyunye izdaniya.

3. Aleksandrova M.. i Ivanova L.. 2012. Vazhneyshiyе faktory uspekha upravleniya proyektami: empiricheskiye dannyye proyektov. podderzhivayemykh programmami ES. Doklad na temu «sistemnyy ekonomicheskiy krizis: tekushchiye problemy i perspektivy». predstavlenyy na 9-y Mezhdunarodnoy konferentsii ASECU. Skopye. Makedoniya.

4. Brinkkemper S.. 1996. Razrabotka metodov: razrabotka metodov i sredstv razrabotki informatsionnykh sistem. Informatsionnyye i programmnyye tekhnologii. 38 (4). 275-280.

5. Chin g.. 2004. Gibkoye upravleniye proyektom: kak dobitsya uspekha v usloviyakh menyayushchikhsya trebovaniy proyekta. Nyu-York: AMAKOM.

6. Chou t. i Tsao D.. 2008. Issledovaniye vazhneyshikh faktorov uspekha v proyektakh gibkogo programmogo obespecheniya. Zhurnal sistem i programmogo obespecheniya. 81 (6). 961-971.

7. Klark A.. 1999. Prakticheskoye ispolzovaniye klyuchevykh faktorov uspekha dlya povysheniya effektivnosti upravleniya proyektami. Mezhdunarodnyy zhurnal upravleniya proyektami. 17. 139-145.

8. Konforto E. S.. Salum F.. Amaral D. S.. Da Silva S. L. i Manianini de Almeyda L. F.. 2014. Mozno li ispolzovat gibkoye upravleniye proyektami v drugikh oblastiakh. krome razrabotki programmogo obespecheniya? Zhurnal upravleniya proyektami. 45 (3). 21-34. doi: 10.1002/pmj.21410.

9. De Karlo D.. 2004. Ekstremalnoye Upravleniye proyektami. San-Frantsisko: Dzhossi Bas.

10. Eriksson. 2013. Props rukovodstvo dlya rukovoditeley proyektov. Eriksson. Stokholm. Shvetsiya.

11. Fortun Dzh. i Uayt D.. 2006. Opredeleniye vazhneyshikh faktorov uspekha proyekta s pomoshchyu sistemnoy modeli. Mezhdunarodnyy zhurnal upravleniya proyektami. 24. 53-65.

12. Geyn S.. 2001. Upravleniye protsessami: integratsiya upravleniya proyektami i razrabotki. Tinnirello. P. S. (red.) Novyye napravleniya v upravlenii proyektami. 67-82. Boka-Raton. Florida: izdatelstvo Auerbakh.

13. Khass K. B.. 2007. Traditsionnoye i gibkoye sochetaniye upravleniya proyektami. Mir segodnya. 9 (5). 1-8.

14. Khamfri U. S.. 1989. Upravleniye protsessom razrabotki programmogo obespecheniya. Boston. Massachusetts: Eddison-Uesli.

15. Iivari Dzh.. Khirshkhaym r. i Klyayn Kh. K.. 2000. Dinamicheskaya osnova klassifikatsii metodologiy i podkhodov v razvitii informatsionnykh sistem. Zhurnal informatsionnykh sistem upravleniya. 17 (3). 179-218.
16. Kerzner Kh.. 2004. Peredovoye upravleniye proyektami: luchshiy praktiki po ikh vnedreniyu. Dzhon Uayli i ego synovia.
17. Myuller R., Druin N. i Sankaran S.. 2019. Modelirovaniye organizatsionnogo upravleniya proyektami. Zhurnal upravleniya proyektami. 50. 499-513. doi: <https://doi.org/10.1177/8756972819847876>.....
18. Upravleniye Gosudarstvennoy Torgovli.. 2009. Upravleniye uspeshnymi proyektami s pomoshchyu metodologii PRINCE2. Norvich. Velikobritaniya: ofis kantselyarskikh tovarov.
19. institut upravleniya proyektami (GIK).. 2017. Rukovodstvo po kompleksu znaniy po upravleniyu proyektami (rukovodstvo po OBZh). 6-e izd.. Pensilvaniya: ZhBI.
20. institut upravleniya proyektami (GIK). 2017. GIK 2017 Podrobnyye otchety o "dinamike professii": organizatsionnaya gibkost povyshayet stavku uspekha proyektov.
21. Sheffield Dzh. i Lemetayer Dzh. 2010. Sootvetstviye naiboleye vazhnym faktoram uspekha v metodologii upravleniya proyektami. Doklad. predstavlenyy na globalnom kongresse ZhBI ® 2010 Aziatsko-Tikhookeanskiy region. Melburn. Viktoriya. Avstraliya. Nyutaun-skver. Pensilvaniya: institut upravleniya proyektami.
22. Spundak M.. 2014. Smeshannaya gibkaya / traditsionnaya metodika upravleniya proyektami-realnost ili illyuziya? Ritual - sotsialnyye i povedencheskiye nauki. 119. 939-948.
23. Terner Dzh. R. i Kigan A. 2000. Upravleniye operatsiyami v organizatsii na osnove proyektov. Zhurnal upravleniya izmeneniyami. 1. 131-148.
24. Vysotskiy R. K.. 2009. Effektivnoye upravleniye proyektom: traditsionnoye. gibkoye. ekstremalnoye. Khoboken. Nyu-Dzhersi: Uayli.

**К. Т. ТУРКЕБАЕВА<sup>1</sup>, О. С. САБДЕН<sup>2</sup>**

*<sup>1</sup>Astana IT University, г. Нур-Султан, Казахстан*

*<sup>2</sup>Институт экономики» Комитета науки Министерства образования и науки Республики Казахстан, Алматы, Казахстан*

**АНАЛИЗ МЕТОДОЛОГИИ ПРОЕКТНОГО ПОДХОДА:  
ЛИТЕРАТУРНЫЙ ОБЗОР**

*В сегодняшней быстро меняющейся экономической и деловой среде растет популярность, интерес и потребность в эффективном способе организации работы. Проектный подход как рабочая форма и концепция управления организацией распространились в разные отрасли: государственное управление, строительство, энергетика, ИТ, консалтинг, финансовые услуги, образование, производство. Текущее состояние управления проектами характеризуется существенным ростом реализованных проектов в различных сферах.*

*Термин «методология управления проектами» датируется началом 60-х прошлого столетия и продолжает развиваться благодаря новым подходам, таких как agile и гибридный. Настоящее исследование направлено на обзор теоретической литературы по концепции методологии проектного подхода, преимуществ и недостатков традиционного и гибкого подходов путем рассмотрения различных работ, теорий, моделей, идей, мнений и методов, организующих теорию и практику управления проектами.*

*В настоящей статье рассматриваются различные взгляды, знания и результаты исследований в области методологии управления проектами как фактора успеха проекта, что является конечной целью достижения заданного результата.*

**Ключевые слова:** управление проектами, методология, подход, успех проекта.

**K. T. TURKEBAYEVA<sup>1</sup>, O. S. SABDEN<sup>2</sup>**

*<sup>1</sup>Astana IT University, Nur-Sultan, Kazakhstan*

*<sup>2</sup>Institute of Economics Science Committee of the Ministry of Education of the Republic of Kazakhstan, Almaty, Kazakhstan*

### **ANALYSIS OF PROJECT MANAGEMENT METHODOLOGY: LITERATURE REVIEW**

*In today's rapidly changing economic and business environment, there is a growing popularity, interest and need for an efficient way of organizing work. The project approach as a working form and concept of organisation's management has spread to various industries: public administration, construction, energy, IT, consulting, financial services, education, and manufacturing. The current state of project management is characterized by significant increase of realised projects in various areas.*

*The term "project management methodology" dates back to the early 60s of the last century and continues to develop by inventions of relatively new approaches such as agile and hybrid. This study aims to review the theoretical literature on the concept of project management methodology, the advantages and disadvantages of traditional and agile approaches by considering different works, theories, models, ideas, opinions and methods that organize the theory and practice of project management.*

*This article discusses diverse views, knowledge and research results in the field of project management methodology as a factor of project success, which is the ultimate goal to achieve a given result.*

**Key words:** project management, methodology, approach, project success.



УДК 501

<https://doi.org/10.47533/2020.1606-146X.161>

*A. E. ABYLKASSYMOVA<sup>1</sup>, ZH. A. KALYBEKOVA<sup>2\*</sup>, V. A. SMIRNOV<sup>3</sup>*

*<sup>1,2</sup>Abai Kazakh National Pedagogical University, Kazakstan*

*<sup>3</sup>Moscow Pedagogical State University, Russia*

### IMPLEMENTATION OF A SYSTEM OF PROFESSIONALLY ORIENTED TEACHING OF MATHEMATICS AND EXPERIMENTAL VERIFICATION OF ITS EFFECTIVENESS

*The relevance of this article is due to the fact that the changed socio-economic conditions in the country, competition in the labor market in a new way raise the question of the need to significantly improve the quality of training of modern specialists in the field of engineering and technology.*

*Increasing automation of modern production, its intensification, the need to improve the quality of manufactured products require a graduate of a technical university to be able to solve the problems of optimizing technological processes and modes on a solid scientific basis, calculate the parameters of their stability, the probability of rejection, and also implement a number of complex tasks of tool design, machines and mechanisms. Such production questions and creative tasks can be successfully solved only on the basis of the wide practical use of mathematical knowledge.*

*As specially conducted studies and existing practice show, many graduates of technical specialties of universities, unfortunately, do not know how to creatively apply mathematical knowledge to solve new engineering and applied problems.*

**Key words:** *learning, mathematics, system, vocational training, performance testing.*

**Introduction.** Some young specialists, having come to production, either continue to solve new problems using conservative traditional methods and thus do not provide the necessary progress in production, or are forced to urgently master new methods of mathematical and statistical analysis, optimization of technological processes and calculations. If we raise the question of the reasons for the insufficient ability of graduates of technical specialties of universities to master the mathematical apparatus in the interests of production, then with the greatest probability the answer to this question should be sought in a number of areas.

One of them is the weak connection between teaching a course in mathematics at school, in secondary specialized educational institutions, and in universities with practice, technology, and production. In addition, the school mathematics course does not provide the study of a number of disciplines of junior courses at universities (for example, physics,

---

\* E-mail корреспондирующего автора: [zhanar\\_kalybekova@mail.u](mailto:zhanar_kalybekova@mail.u)

chemistry, theoretical mechanics) at a sufficient scientific level. This clearly affects the discontinuity in the content of school and university courses in mathematics [1].

The reason also lies in the lack of coordination and connection between the teaching of general professional and special disciplines and the teaching of mathematics. Moreover, teachers of general professional and special disciplines, as a rule, make little use of the possibilities of modern mathematics in their courses, and higher mathematics is often taught without regard to major disciplines and specialization of students. As a result, quite extensive and deep mathematical knowledge obtained in school and university courses of mathematics is not used and not consolidated in practice.

To solve the problem of training an engineer who is able to work creatively in modern production in new socio-economic conditions, it is necessary to organize continuous mathematical training of students throughout the entire period of study in secondary and higher schools with the widespread use of mathematics in teaching technology, natural, general professional and special disciplines.

When studying a course of higher mathematics in a technical university, the orientation of students in mastering the knowledge of the course should be aimed at applying them to solve problems of an industrial nature. Meanwhile, the ability to apply knowledge does not come by itself, is not an automatic consequence of the assimilation of theoretical knowledge. The application of theoretical knowledge to solve practical problems must be taught. Theoretical (mathematical) and practical (technical) education are independent and separate links in the cognitive process. Each of them has its own subject of study, its own forms of learning and specific results. In theoretical education, the subject of study is mathematics, in practical education, general professional and special courses. And if you do not take special pedagogically sound measures for their relationship, then mathematical and technological knowledge remains isolated in the minds of students and does not «work» for the formation of professional skills of a future specialist [2].

**Main body.** The relevance of the problem of professional orientation of mathematical education of students of a technical university is due to the need to: improve the quality of training a professionally mobile specialist competitive in the labor market; increasing the theoretical level of teaching students of technical universities in fundamental, general professional and special disciplines; strengthening the applied nature of teaching mathematics in a technical university; observance of the continuity of the goals, content, forms, methods and means of teaching mathematics with general professional and special cycles of disciplines at a higher technical school [3].

The development of theoretical foundations and methods for the implementation of the professional orientation of teaching mathematics in a higher technical school is associated with the need to resolve a number of shortcomings and contradictions, the essence of which is as follows: on the one hand, there is a duplication of a number of topics in school and university mathematics courses, on the other hand, there is a continuity gap in their content; everywhere there is a significant decrease in the performance of first-year university students in mathematics compared to their performance at school; the school course of mathematics does not provide for the study of a number of disciplines of the junior courses of the university (for example, physics, chemistry, theoretical mechanics) on a sufficient scientific basis; there is a gap in continuity in the methodology of teaching mathematics at school and

at a technical university; the university course of mathematics is weakly connected with the general professional and special disciplines of the curriculum; university graduates are not sufficiently prepared to use the acquired mathematical knowledge to solve technical and technological problems [4].

Today, the contradiction between the social order of society for a specialist who has practical skills in using the mathematical apparatus in professional activities and an insufficiently developed theory and methodology for teaching students to solve production problems at a high scientific level is especially acute. The list of contradictions and shortcomings in the organization of mathematical training of young people in the “school-university” system could be continued. However, even those listed above are obviously enough to show the need for the scientific development of a system of successive and professionally oriented teaching of mathematics in a higher technical school.

The practical significance of the study lies in the possibility of using the results obtained in the system of continuous multi-level education: harmonization of the content of mathematics course programs with general professional and special disciplines of the curriculum of a technical university; phased provision of applied and professional orientation of fundamental courses (mathematics); coordination of pedagogical actions of teachers of the education system and disciplines of the curricula of professional educational institutions. The results of the study are a scientific and practical basis for designing new integrative technologies for preparing future specialists for the upcoming independent professional activities, for the gradual transfer of university students from the phase of formation of the necessary qualities and skills of practical use of mathematical knowledge to solving production problems in the phase of self-formation, creative self-development, consolidation they have a previously made professional choice.

These methodological manuals and recommendations can be used in the development of educational and program documentation, guidelines and manuals, didactic materials that contribute to the achievement of continuity and professional orientation in teaching fundamental disciplines (mathematics) in the system of lifelong education [5].

Reliability and validity of the study were ensured by: a deep analysis of the problem under study, based on the provisions and conclusions of well-known philosophers, educators and psychologists, as well as on the works of modern researchers; the adequacy of research methods to its goals and objectives; representativeness of the sample; conducting scientific research in unity with practical activities and focusing on it; implementation of a systematic approach; a combination of the principles of continuity and professional orientation in training; solution of the tasks set in the study; making adjustments to the hypothesis and organizing experimental work; the author’s personal experience in teaching a mathematics course to students of a technical university and the direct participation of the dissertation student in the experimental work. Testing and implementation of research results. Approbation of the main conclusions of the dissertation research at different stages of work was carried out at scientific and practical conferences, methodological and methodological seminars of the city, regional, all-Russian and international levels on the problems of improving the quality of professional training of specialists in the new socio-economic conditions and the labor market [6].

**Conclusion.** Following a systematic approach, the paper shows the main directions for transforming the activities of university teachers in designing and implementing a system

of professionally oriented teaching of mathematics to students of a technical university: increasing the mathematical knowledge of teachers of all disciplines of the university curriculum; familiarization of mathematics teachers with the features of technology and technology studied by students; development of programs for the relationship of mathematics with general professional and special disciplines; compilation by mathematics teachers of tasks and assignments for students with technical content, etc.

The study notes that in the process of implementing professionally directed teaching of mathematics to students, it is advisable to design a combination of individual, group work with the work of students in pairs and small groups.

The dissertation notes the expediency of using a structural diagram to acquaint students with the main relationships between the course of mathematics and the disciplines of the curriculum of the university, to diversify the methods of implementing professionally oriented teaching of mathematics in lectures, practical and laboratory classes.

The paper shows that among the means of implementing professionally directed teaching of mathematics, the preparation and conduct of interactive lectures based on the Power Point kit, which allow you to place information in a professionally prepared slide, fill it with graphs, diagrams and illustrations on the manifestation of mathematics in technology and basic enterprise technologies [7].

Studies have shown that in bringing the teaching of mathematics closer to the upcoming professional activities of students, the use of problem-based learning methods is more effective.

The most effective means of implementing professionally oriented teaching of mathematics to students of technical universities are tasks and assignments that model the most priority activities of an engineer: design, production, technological, organizational and managerial, and research. Based on the characteristics of the types of professional tasks for each type of engineer's activity in the process of research with the participation of teachers of special disciplines, tasks and tasks of a professional orientation were compiled for most sections of the mathematics course. Tasks and assignments were compiled on the basis of following a number of principles: accessibility, taking into account the fact that students have not yet studied special subjects, the gradual complication of the proposed tasks, and the principle of connecting theory with practice. They were built on the basis of relatively simple technical and technological models and contained elements of research activities.

## REFERENCES

1 Adam, S. (2017). Ethnomathematical ideas in the curriculum. *Educational Studies in Mathematics*, 16(2), 49–68. <https://doi.org/10.1007/BF03217395>

2 Andriani, L., & Fauzan, A. (2019). The impact of RME-based design instructional on students' mathematical communication ability. *International Journal Of Scientific & Technology Research*, 8(12), 2646-2649

3 Adler, J., Ball, D., Krainer, K., Lin, F.-L., & Novotna, J. (2019). Reflections on an emerging field: Researching mathematics teacher education. *Educational Studies in Mathematics*, 60(3), 359–381. <https://doi.org/10.1007/s10649-005-5072-6>

4 Deniz, O., & Kabaal, T. (2017). Students' mathematization process of the concept of slope within the realistic mathematics education. *Hacettepe University Journal of Education*, 32(1), 123-142. Available at: <https://doi.org/10.16986/HUJE.2016018796>.

5 Widada, W., Herawaty, D., Yanti, D., & Izzawati, D. (2018). The student mathematical communication ability in learning ethnomathematics oriented realistic mathematics. *International Journal of Science and Research (IJSR)*, 7(9), 881-884. Available at: <https://doi.org/10.21275/ART20191277>

6 Mulbar, U., & Zaki, A. (2018). Design of realistic mathematics education on elementary school students. Paper presented at the IOP Conf. Series: Journal of Physics: Conf. Series.

7 Wang, T. Y., Lin, F.L. & Yang, K.L. (2021). Success factors for a national problem-driven program aimed at enhancing affective performance in mathematics learning. *ZDM - Mathematics Education*, 53(5). <https://doi.org/10.1007/s11858-021-01285-8>

***A. E. ӘБІЛҚАСЫМОВА<sup>1</sup>, Ж. А. ҚАЛЫБЕКОВА<sup>1</sup>, В. А. СМИРНОВ<sup>2</sup>***

*<sup>1</sup>Абай атындағы Қазақ ұлттық педагогикалық университеті (Қазақстан)*

*<sup>2</sup>Мәскеу педагогикалық мемлекеттік университеті (Ресей)*

## **МАТЕМАТИКАНЫ КӘСІБИ БАҒЫТТАЛҒАН ОҚЫТУ ЖҮЙЕСІН ІСКЕ АСЫРУ ЖӘНЕ ОНЫҢ ТИІМДІЛІГІН ТӘЖІРИБЕЛІК-ЭКСПЕРИМЕНТТІК ТЕКСЕРУ**

*Бұл мақаланың өзектілігі елдегі әлеуметтік-экономикалық жағдайлардың өзгеруіне, еңбек нарығындағы бәсекелестікке байланысты техника мен технология саласындағы заманауи мамандарды оқыту сапасын жақсарту қажеттілігі туралы мәселені жаңаша қояды.*

*Қазіргі заманғы өндірісті автоматтандырудың күшеюі, оның күшеюі, шығарылатын өнімдердің сапасын арттыру қажеттілігі техникалық университеттің түлегінен технологиялық процестер мен режимдерді оңтайландыру мәселелерін ғылыми негізде шеше білуді, олардың тұрақтылық параметрлерін, ақаулардың пайда болу ықтималдығын есептеуді, сондай-ақ құралдарды, машиналар мен механизмдерді жобалаудың бірқатар күрделі міндеттерін жүзеге асыруды талап етеді. Мұндай өндірістік мәселелер мен шығармашылық есептер математикалық білімді кең практикалық қолдану негізінде ғана сәтті шешілуі мүмкін.*

*Арнайы жүргізілген зерттеулер мен қолданыстағы тәжірибе көрсеткендей, жоғары оқу орындарының техникалық мамандықтарының көптеген түлектері, өкінішке орай, жаңа инженерлік және қолданбалы есептерді шешу үшін математикалық білімді шығармашылықпен қолдана алмайды.*

***Түйін сөздер:** оқыту, математика, жүйе, кәсіби бағытталған оқыту, тиімділікті тексеру.*

***A. E. АБЫЛҚАСЫМОВА<sup>1</sup>, Ж. А. ҚАЛЫБЕКОВА<sup>2</sup>, В. А. СМИРНОВ<sup>3</sup>***

*<sup>1</sup>Казахский национальный педагогический университет имени Абая (Казахстан)*

*<sup>2</sup>Московский педагогический государственный университет (Россия)*

## **РЕАЛИЗАЦИЯ СИСТЕМЫ ПРОФЕССИОНАЛЬНО-НАПРАВЛЕННОГО ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ И ОПЫТНО-ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ ПРОВЕРКА ЕЕ ЭФФЕКТИВНОСТИ**

*Актуальность данной статьи обусловлена тем, что изменившиеся социально-экономические условия в стране, конкуренция на рынке труда по-новому ставят вопрос о необходимости значи-*

тельного повышения качества подготовки современных специалистов в области техники и технологии.

Усиливающаяся автоматизация современного производства, его интенсификация, необходимость повышения качества выпускаемых изделий требуют от выпускника технического вуза умения на солидной научной основе решать задачи оптимизации технологических процессов и режимов, рассчитывать параметры их устойчивости, вероятности выхода брака, а также создавать в жизнь ряд сложных задач конструирования инструментов, машин и механизмов. Такого рода производственные вопросы и творческие задачи могут успешно решаться лишь на основе широкого практического использования математических знаний.

Как показывают специально проведенные исследования и существующая практика, многие выпускники технических специальностей вузов, к сожалению, не умеют творчески применять математические знания для решения новых инженерных и прикладных задач.

**Ключевые слова:** обучение, математика, система, профессионально-направленное обучение, проверка эффективности.



**Е. АЙМАГАМБЕТОВ, Ш. КАРАБАЕВ\***

*Карагандинский экономический университет, г.Караганда, Казахстан*

## **СИСТЕМА УПРАВЛЕНИЯ ЗНАНИЯМИ ОРГАНИЗАЦИИ И ЕЕ ФУНКЦИИ**

*В статье рассматриваются вопросы системы управления знаниями и ее функции. Проведена классификация основных подходов к определению понятия «управления знаниями».*

*Анализируя основные подходы и сущность организации управления знаниями, дана полемика данного понятия. Также в статье выделены основные функции и принципы управления знаниями.*

**Ключевые слова:** *управление знаниями, функции управления знаниями, принципы управления знаниями.*

Переизбыток информации в настоящее время превратился в большую проблему, что стало толчком для развития новой науки под названием «управление знаниями». В работах по исследованию содержания и особенностей управления знаниями появляются различные толкования терминов и определения. До сих пор не сформулировано точное и однозначное определение данного термина. Одни авторы раскрывают данное понятие через его характерные черты, другие пытаются представить базовое содержание путем определения значений входящих в понятие данных слов.

Управление знаниями в широком смысле означает деятельность всех структурных подразделений организаций, связанных с эффективным использованием и анализом знаний сотрудников структурных подразделений для достижения общих целей.

Есть несколько различных определений, которые в той или иной форме раскрывают суть и значение «управления знаниями».

Управление знаниями – это стратегия, которая трансформирует все виды интеллектуальных активов в более высокую производительность и эффективность, новую стоимость и повышенную конкурентоспособность; совокупность стратегических и оперативных усилий, направленных на увеличение использования интеллектуального капитала организации в целях повышения результативности организации [1].

Управление знаниями – это дисциплина, которая обеспечивает интегрированный подход к созданию, сбору, организации, доступу и использованию информационных ресурсов организации; комбинация отдельных аспектов управления персоналом, инновационного и коммуникационного менеджмента, а также использования информационных технологий в управлении организациями.

Управление знаниями – это деятельность, организация управленческих действий, направленных на накопление интеллектуального капитала на основе обучения, производства и внедрения новых знаний в хозяйственную деятельность по областям применения, на базе всей совокупности интеллектуальных, информационных, технологических и финансовых ресурсов экономических агентов.

---

\* E-mail корреспондирующего автора: shingis\_kz1@mail.ru

У.Букович и Р.Уильям считают, что управление знаниями – это процесс, с помощью которого организации удастся получить прибыль из интеллектуального капитала или количества знаний сотрудников, находящихся в распоряжении организации [2]. Получить прибыль можно в том случае, если знания использовать для создания более эффективных и рациональных процессов, поскольку управление знаниями дает компании непосредственный финансовый результат – благодаря снижению затрат, происходит сокращение продолжительности производственного цикла, позволяющее быстрее произвести продукт, вставить его потребителям и получить прибыль.

С точки зрения Б. Гейтса «управление знаниями» – это управление информационными потоками, которое гарантирует, что нужные определенным людям данные будут получены ими вовремя, чтобы эти люди могли своевременно предпринять необходимые действия; при этом конечная цель состоит в повышении интеллектуального потенциала организации или корпоративного коэффициента интеллекта (IQ), поскольку для обеспечения успешной деятельности на современных динамичных рынках он должен быть высоким. «Корпоративный интеллект» начинается с обмена накопленными и текущими знаниями между коллегами, когда свой вклад в его повышение вносит как индивидуальное обучение сотрудников, так и их «перекрестное опыление» идеями друг друга...» [3].

М. Румизен утверждает, что «управление знаниями – это создание, определение, распределение, сохранение, приобретение и усиление действия знаний» [4].

М. Мариничева, эксперт по управлению знаниями, считает, что исследуемое понятие охватывает обмен знаниями, управление потоками информации снаружи, обучение, структуризацию знаний в компании, совместную работу в сообществах, управление взаимоотношениями с клиентами организации.

Таким образом, процесс управления знаниями можно представить по-разному, но в большинстве случаев дело сводится к тому, что управлять знаниями – значит управлять процессами создания интеллектуального капитала организации: преобразованием информации в «живое» ключевое знание, приобретением, распространением знаний и обменом ими между сотрудниками организации, удалением устаревающих знаний. Ключевыми знаниями применительно к организации являются знания, обеспечивающие ее конкурентоспособность на рынке; применительно к конкретному сотруднику – знания, повышающие эффективность совершаемых им управленческих, коммуникативных, производственных операций и способствующие развитию его карьеры в данной организации.

Управление знаниями уделяет большое внимание ценному активу – интеллектуальному капиталу сотрудников. Руководство понимает, что нужно полагаться не на продукты, а на компетентность сотрудников. Оно понимает, что в условиях современного времени именно здесь заключена единственная надежда организации на развитие, причем в темпе, превышающем все самые смелые ожидания. [5].

Практика показывает, что не стоит концентрироваться на одном из существующих подходов, а рекомендуется применять то сочетание организационных, коммуникационных и технологических инструментов, которое поможет успешно развивать компании свои стратегические направления и решать управленческие задачи.

Соответственно в различных организациях будут неодинаковы и формулировки термина «управление знаниями». Поэтому считаем, что управлять знаниями – значит, создавать такие условия, в которых накопленные знания и опыт эффективно используются для решения конкретных, важных для компании задач.

Система управления знаниями должна быть целенаправленной и способной создавать психологические, технологические и организационно-экономические условия для того, чтобы:

- с помощью более эффективных инновационных решений быстрее удовлетворять требования клиентов, которые будут конкурентным преимуществом организации;
- делать быстрый переход знаний в товары и услуги;
- использовать интеллектуальный капитал партнеров, осуществляя совместную техническую, функциональную, отраслевую экспертизу;
- повышать эффективность обучения и передачи навыков для остального персонала;
- систематически проводить исследования, связанные с производством новых знаний и быстрее воплощением результатов в товары и услуги;
- создавать и применять системы ответственности за целенаправленное достижение эффективных результатов использования знаний.

Другими словами, управление знаниями в организации – это системный процесс идентификации, использования и передачи информации, знаний, которые сотрудники могут создавать, совершенствовать и применять. Это процесс, в ходе которого организация генерирует знания, накапливает их и использует в интересах получения конкурентных преимуществ. Круговорот знаний в организации приведен на рисунке 1. [6].



Рисунок 1 – Кругооборот знаний в организации [6].

Управление знаниями – это комбинирование отдельных аспектов управления персоналом, инновационного и коммуникационного менеджмента, а также использования новейших информационных технологий в управлении организациями.

Большинство ученых считают, что управление знаниями включает в себя следующие компоненты:

- мотивация прироста знаний;
- отбор и аккумулирование значимых сведений из внешних по отношению к данной организации источников;
- сохранение, классификацию, трансформацию, обеспечение доступности знаний;
- распространение и обмен знаний, в том числе в рамках организации;
- использование знаний в деловых процессах, в том числе при принятии решений;
- воплощение знаний в продуктах, услугах, документах, базах данных и программном обеспечении;
- измерение знаний и использование мотивации в организациях [6].

Основные принципы управления знаниями:

Системность, охват всех организационных степеней и функций. Управление знаниями и информацией нельзя рассматривать как функцию только отдельного подразделения, оно должно пронизывать всю сферу деятельности организации. Добиться этого на практике можно, к примеру, если формировать команды из сотрудников разных подразделений для решения тех или иных задач. Кроме того, управление данными должно касаться все управленческие уровни, от топ-менеджмента до рядовых сотрудников. То есть усилия должны предприниматься и при разработке стратегических планов, и при организации отдельных процессов, и в ходе выполнения каждодневных операций.

Соответствие новых правил действующей культуре. В каждой организации есть своя сложившаяся концепция управления знаниями. Нужно обязательно разобраться, что это за система, прежде чем приступать к ее оптимизации, иначе организация столкнется с сильным сопротивлением персонала.

Анализ приведенных точек зрения позволяет сделать вывод – управление знаниями становится новым видом управленческой деятельности, охватывающим решения и действия:

- по практике придание дополнительной ценности имеющейся информации путем выявления, отбора, синтеза, обобщения, хранения и распространения знаний;
- по приданию знаниям потребительского характера, с тем чтобы они представляли собой необходимую и доступную для пользователей информацию;
- по созданию интерактивного обучающего окружения, в котором люди постоянно обмениваются информацией и используют все условия для усвоения новых знаний.

Отметим, что управление знаниями развивает человеческие активы в интересах достижения предприятием своей главной цели – конкурентного преимущества на рынке.

Основными функциями управления знаниями являются: аналитическая, распределительная, охранная, интеграционная, создание новых знаний. Остановимся на каждой по-отдельности:

- аналитическая: в потоке информации поиск и фильтрация знаний; опыта и квалификации персонала, выбор эффективных информационных ресурсов, анализ методов деятельности организации; получить дополнительную ценность из имеющейся информации;

– распределительная: структурировать знания и оценивать их полезность; дать квалификацию существующих знаний накопленному опыту, методам работ и квалификации персонала; по корпоративному памяти собрать классифицированные знания.

– охранная: сохранять знания и информацию от утечки.

Охранная функция делится на производственные процессы, знания о клиентах, финансовые результаты, приобретенный опыт, стратегические планы и цели и др.

– интеграционная: в процессе принятия управленческих решений использовать знания из корпоративной памяти.

– создание новых знаний: анализировать обратную связь, наблюдение за клиентами. В результате исследований и экспериментов выявить новые знания.

Важным условием перехода к управлению знаниями явилось то, что к концу 20-го века многие компании создали мощную инфраструктуру, состоящую из информационных сетей, коммуникаций, баз данных и общих технологий. Она составляет хорошую основу для управления знаниями и интеллектуальным капиталом. Наличие электронной корпоративной культуры усиливает преимущества и возможности фирм, так как Интернет и электронная почта способствуют и ускоряют деbüroкратизацию управления, преобразование властной вертикали и горизонтали, снижают административный контроль над сотрудниками, укрепляют дисциплину, открывают пути для творчества.

Управление знаниями рассматривается как междисциплинарное учение, в котором активно используются многие теоретические положения таких областей знаний, как технология управления данными и информацией, искусственный интеллект, теория организации, организационное поведение, маркетинг, финансы, социология, бизнес – экономика, стратегия и пр.

Таким образом, управление знаниями – это процесс создания, оценки, распространения, представления и использования знаний; комбинация отдельных аспектов управления персоналом организации, инновационного и коммуникационного менеджмента с использованием современных информационных технологий.

## ЛИТЕРАТУРА

1 Латфуллин Г.А, Никитин А.С., Серебренников С.С. Теория менеджмента: Учебник для вузов. 2-ое изд./ Г.А Латфуллин, А.С., Никитин С.С. Серебренников – СПб: Питер, 2014

2 Букович У., Уильямс Р. Управление знаниями. Руководство к действию: пер. с англ.— М.: ИНФРА-М, 2002.

3 Гейтс Билл Бизнес со скоростью мысли. 2 изд., испр. М: Эксмо-пресс, 2001

4 Румизен, М. К. Управление знаниями / М. К. Румизен. – М.: ООО «Издательство Астрель», 2004.

5 В.А. Дресвянников. Управление знаниями организации: учебное пособие / В.А. Дресвянников.– М.: КНОРУС, 2016. – 344 с.

6 Трофимова Л.А. Управление знаниями: учебное пособие / Л.А. Трофимова, В.В. Трофимов. – СПб.: Изд-во СПбГУЭФ, 2012. – 77 с

7 Кулопулос Т., Фраппало К. Управление знаниями – что это такое. – М.: Документум Сервисиз, 2001.

## REFERENCES

- 1 Latfullin G.A, Nikitin A.S., Serebrennikov S.S. Teoriya menedzhmenta: Uchebnik dlya vuzov. 2-oe izd./ G.A Latfullin, A.S., Nikitin S.S. Serebrennikov -SPb: Piter, 2014
- 2 Bukovich U., Uil'yams R. Upravlenie znaniyami. Rukovodstvo k dejstviyu: per. s angl.— M.: INFRA-M, 2002.
- 3 Gejts Bill Biznes so skorost'yu mysli. 2 izd., ispr. M: Eksmo-press, 2001
- 4 Rumizen, M. K. Upravlenie znaniyami / M. K. Rumizen. - M.: ООО «Izdatel'stvo Astrel'», 2004.
- 5 V.A. Dresvyannikov. Upravlenie znaniyami organizacii: uchebnoe posobie / V.A. Dresvyannikov.– M.: KNORUS, 2016. – 344 s.
- 6 Trofimova L.A. Upravlenie znaniyami: uchebnoe posobie / L.A. Trofimova, V.V. Trofimov. – SPb.: Izd-vo SPbGUEF, 2012. – 77 s
- 7 Kulopulos T., Frappaolo K. Upravlenie znaniyami - chto eto takoe. – M.: Dokumentum Servisiz, 2001.

### ***E. АЙМАҒАМБЕТОВ, Ш. ҚАРАБАЕВ***

*Қарағанды экономикалық университеті, Қарағанды қ., Қазақстан*

## **ҰЙЫМДАРДЫҢ БІЛІМІН БАСҚАРУ ЖҮЙЕСІ ЖӘНЕ ОНЫҢ АТҚАРЫМДАРЫ**

*Мақалада білімді басқару жүйесі және оның функциялары туралы мәселелер қарастырылады. «Білімді басқару» ұғымын анықтаудағы негізгі тәсілдердің жіктелуі. Білімді басқаруды ұйымдастырудың негізгі тәсілдері мен мәнін талдай отырып, осы тұжырымдаманың полемикасы келтірілген. Мақалада сонымен қатар білімді басқарудың негізгі функциялары мен қағидалары көрсетілген.*

*Түйін сөздер:* білімді басқару, білімді басқару атқарымдары, білімді басқару қағидасы.

### ***Y. AIMAGAMBETOV, SH. KARABAYEV***

*Karaganda Economical University, Karaganda, Kazakhstan*

## **KNOWLEDGE MANAGEMENT SYSTEM IN ORGANIZATION AND ITS FUNCTION**

*The article discusses the issues of the knowledge management system and its functions. The classification of the main approaches to the definition of the concept of “knowledge management”. Analyzing the main approaches and the essence of the organization of knowledge management, a polemic of this concept is given. The article also highlights the main functions and principles of knowledge management.*

*Keywords:* knowledge management, knowledge management functions, principles of knowledge management.



**D. R. BAIGEREYEV\*, N. B. ALIMBEKOVA**

*Amanzholov University, Ust-Kamenogorsk, Kazakhstan*

## **ANALYSIS OF THE NUMERICAL SOLUTION OF THE THREE-PHASE NONISOTHERMAL FLUID FLOW PROBLEM**

*This paper is devoted to the construction and study of the stability and convergence of a numerical method for solving the problem of three-phase non-isothermal fluid flow in porous media, taking into account capillary forces, which was carried out within the framework of the grant project No. AP08053189 provided by the Ministry of Education and Science of the Republic of Kazakhstan. The model under consideration describes the processes occurring in oil reservoirs during the production of heavy oil by the method of thermal steam stimulation of the reservoir. The formulation of the differential problem is based on the introduction of a change of variables called global pressure, which makes it possible to exclude the capillary pressure gradient from the pressure equation. For the numerical solution, a numerical scheme was constructed. An a priori estimate in the energy norm is obtained, which expresses the stability of the constructed scheme with respect to the initial data and the right-hand sides of the equations. The theorem on the convergence of the solution of a numerical scheme to the solution of a differential problem is presented.*

**Keywords:** *three-phase non-isothermal fluid flow, global pressure, convergence, stability.*

**Introduction.** The urgency of solving the problem of three-phase fluid flow in porous media is due to its important practical significance in predicting the production of high-viscosity paraffinic and highly viscous oil by steam injection into the reservoir. This is due to the fact that, at present, the reserves of this category of oil are several times higher than the reserves of so-called light oils, which leads to the need to use secondary or tertiary methods. However, due to the rather high cost of these methods, research aimed at improving its effectiveness is of great practical importance. At present, this can only be done by methods of mathematical modeling of fluid dynamics processes occurring in oil reservoirs during field development.

The mathematical model of three-phase non-isothermal fluid flow in porous media studied in this paper is a generalization of the two-phase isothermal fluid flow model constructed in [1, 2]. A lot of works are devoted to the study of the well-posedness of multiphase fluid flow problems with various assumptions about physical data, as well as the development and justification of computational algorithms for their approximate solution [3-7]

Numerous works are devoted to the numerical solution of three-phase fluid flow in porous media models [8, 9]. In [10], a numerical study of a multiphase flow model based on the application of the finite element method was carried out using the example of an underground hydrology problem. In [11], a method for solving the problem of a three-phase compositional model of compressible fluid flow is proposed, which combines a high-order discontinuous Galerkin method and a multiscale hybrid finite element method. [9] uses the Galerkin's modified weighted residual finite element method with asymmetric basis functions. The papers [12, 13] proposed an original high-order multiscale scheme

---

\* E-mail корреспондирующего автора: [d.baigereyev@gmail.com](mailto:d.baigereyev@gmail.com)

for the incompressible case. In [4], using the example of model problems of three-phase isothermal fluid flow, it is shown that from a computational point of view, the solution of this problem using global pressure is more efficient than the solution of the problem in the phase formulation.

A review of the literature showed that no studies have been carried out in which the idea of introducing a global pressure is used to model the nonisothermal fluid flow of a three-phase compressible fluid. In this regard, in this paper, we propose a new formulation of the problem, which is based on a change of variables, similar to the original works [7, 14]. Following these papers, this change of variables is called the global pressure, and the resulting problem is the problem of three-phase non-isothermal fluid flow in the global formulation.

In [15] a three-phase non-isothermal fluid flow model was developed using the concept of global pressure, efficient difference schemes for its implementation were constructed, and theoretical studies of approximation, stability, and convergence were carried out. Further, in [16], cost-effective difference schemes for a particular case of this model are proposed and mathematically justified. The complexity of solving the problem is related to the complexity of the physical process, phase transitions, the need to track the position and characteristics of the thermal front with good accuracy, and the strong dependence of the solution accuracy on the grid cell size.

In this paper, the problem of three-phase non-isothermal fluid flow in porous media is considered taking into account capillary forces. An a priori estimate is obtained that expresses the stability of the scheme with respect to the initial data and the right-hand sides of the equations. The convergence of the solution of a difference scheme to the solution of a differential problem is presented.

**Research methodology and results.** In  $Q = \bar{\Omega} \times [0, t_1]$ , where  $\bar{\Omega} = [0, l] \times [0, l]$ ,  $l > 0$ , the problem of three-phase non-isothermal fluid flow in porous media of immiscible fluids in a homogeneous, isotropic medium is considered, with the capillary forces and phase transitions between the phases of water and coolant taken into consideration [15]:

$$c_T \frac{\partial T}{\partial t} + \bar{u} \cdot \nabla T - k_h \nabla^2 T = f_T, \quad (1)$$

$$\beta_p \frac{\partial p}{\partial t} - \nabla \cdot (k_p(x, t, p) \nabla p) - \beta_T \frac{\partial T}{\partial t} + \nabla \cdot (k_T \nabla T) = f_p, \quad (2)$$

$$\frac{\partial s_w}{\partial t} - \nabla \cdot (a_w(x, t, s_w) \nabla s_w) - \nabla \cdot (v_w(x, t) \nabla (p - p_c)) = f_w, \quad (3)$$

$$\frac{\partial s_g}{\partial t} - \nabla \cdot (a_g(x, t, s_g) \nabla s_g) - \nabla \cdot (v_g(x, t) \nabla (p - p_c)) = f_g, \quad (4)$$

$$\bar{u} = -k\lambda(\gamma \nabla p - \xi \nabla T), \quad (5)$$

$$T(x, 0) = T_0, \quad p(x, 0) = p_0, \quad s_\alpha(x, 0) = s_{\alpha 0}, \quad (6)$$

$$-k_h \frac{\partial T}{\partial x_m} = 0, \quad x_m = 0; \quad k_h \frac{\partial T}{\partial x_m} = 0, \quad x_m = l, \quad (7)$$

$$-k_p \frac{\partial p}{\partial x_m} = 0, x_m = 0; k_p \frac{\partial p}{\partial x_m} = 0, x_m = l, \tag{8}$$

$$-v_w \frac{\partial s_w}{\partial x_m} = 0, x_m = 0; v_w \frac{\partial s_w}{\partial x_m} = 0, x_m = l. \tag{9}$$

Here the subscripts  $w,o,g,r$  denote the phases of water, oil, coolant and rock;  $\phi$  and  $k$  are the porosity and permeability of the medium;  $p_\alpha(x,t)$  is the pressure,  $s_\alpha(x,t)$  is the saturation,  $\rho_\alpha(p_\alpha, T)$  is the density,  $k_\alpha(s_\alpha)$  is the relative phase permeability,  $\mu_\alpha(T)$  is the viscosity,  $i_\alpha(T)$  is the enthalpy,  $U_\alpha$  is the internal energy of phase  $\alpha$ ;  $k_h$  is the thermal conductivity coefficient;  $q_\alpha$  and  $q_T$  are source/sink functions and heat output;  $\vec{u}_\alpha$  is the filtration rate vector;  $I_\alpha$  is the intensity of phase transitions.

Let us assume that the function  $k_p$  depends on spatial variables, time and global pressure; the functions  $k_p = k_p(x,t,p)$ ,  $k_h(x,t)$  and  $\lambda(x,t)$  are continuous in  $\bar{\Omega} \times [0, t_1]$  and the following conditions holds:

$$c_0 \leq |k_p(p)| \leq c_1, k_h \geq 4c_0, |\lambda| \leq c_1, c_0, c_1 > 0. \tag{10}$$

Assume that the functions  $\gamma, \xi$  are calculated for some average values of pressure, temperature, and saturations and are known functions of the spatial variable and time, and

$$c_0 \leq (\gamma, \xi) \leq c_1. \tag{11}$$

Regarding the functions  $v_\alpha$  and  $a_\alpha$ , we assume that  $a_\alpha = a_\alpha(x,t,s_\alpha)$ ,  $a_w = v_w = 0$  when  $s_w = 0$ ;  $a_g = v_g = 0$  for  $s_g = 1$ , and the following inequalities hold:

$$(a_w, a_g, v_\alpha) \leq c_1, \tag{12}$$

The values  $c_T, k_h, \beta_p$  are assumed to be constant. Since the constants  $c_T, \beta_p$  do not affect the stability and convergence of the numerical scheme, we will assume that these constants are equal to one to simplify calculations, i.e.  $c_T \equiv 1, \beta_p \equiv 1$ . In addition, we assume that the function  $\beta_T = \beta_T(x,t)$  and the constant  $k$  satisfy the inequalities

$$\beta_T \leq c_2 \tau, \tag{13}$$

$$k \leq c_3 \tau, \tag{14}$$

where  $\tau$  is the time discretization parameter. Let function  $P_c$  be known, for which the following relation holds:

$$\nabla P_c = b_1 \nabla s_w + b_2 \nabla s_g + b_3 \nabla p + b_4 \nabla T, \tag{15}$$

where  $b_1 = \frac{\partial p_c}{\partial s_w}, b_2 = \frac{\partial p_c}{\partial s_g}, b_3 = \frac{\partial p_c}{\partial p}, b_4 = \frac{\partial p_c}{\partial T}$ , and

$$|b_1| \geq c_4 > 0, |b_2| \geq c_4 > 0, |b_3| \leq c_5, |b_4| \leq c_5. \tag{16}$$

Let us consider the following discrete scheme for Problem (1)-(5):

$$BT_t^h + L(\bar{u}^h, \hat{T}^h) + \Lambda_1 T^h = f_T^h, \tag{17}$$

$$Bp_t^h + \Lambda_2 p^h = \beta_T T_t^h + \Lambda_9 T^h + f_p^h, \tag{18}$$

$$Bs_{w,t}^h + \Lambda_{3w} s_w^h + \Lambda_{5w} s_g^h + \Lambda_{7w} p^h + \Lambda_{8w} T^h = f_w^h, \tag{19}$$

$$Bs_{g,t}^h + \Lambda_{4g} s_g^h + \Lambda_{6g} s_w^h + \Lambda_{7g} p^h + \Lambda_{8g} T^h = f_g^h, \tag{20}$$

$$u_m^h = -k\lambda \left( \gamma^h p_{x_m}^h + \xi^h T_{x_m}^h \right), \tag{21}$$

$$T^h(0) = T_0, p^h(0) = p_0, s_\alpha^h(0) = s_{\alpha 0}, \tag{22}$$

where

$$B = E + \tau\omega A, A = A_1 + A_2,$$

$$L(\bar{u}, \theta) = 0.5 \sum_{m=1}^2 \left( \beta_m^+(x) u_m^{+1} \theta_{x_m} + \beta_m^-(x) u_m \theta_{x_m} \right),$$

$$\Lambda_1 = \sum_{m=1}^2 \Lambda_{1,m}, \Lambda_2 y = \sum_{m=1}^2 \left( \chi_m^+(x) \Lambda_2^+ y + \chi_m^-(x) \Lambda_2^- y \right),$$

$$A_m y = \left\{ -2h_m^{-1} y_{x_m} + y, x_m = 0; -y_{x_m x_m}^- + y, x_m \in \Omega_{h,m}; 2h_m^{-1} y_{x_m}^- + y, x_m = l \right\},$$

$$\Lambda_{1,m} y = \left\{ -2h_m^{-1} k_h^h y_{x_m}, x_m = 0; -k_h^h y_{x_m x_m}^-, x_m \in \Omega_{h,m}; 2h_m^{-1} k_h^h y_{x_m}^-, x_m = l \right\},$$

$$\Lambda_{2,m}^+ y = \left\{ -2h_m^{-1} k_p^h y_{x_m}, x_m = 0; -\left( k_p^h y_{x_m} \right)_{x_m}^-, x_m \in \Omega_{h,m}; 2h_m^{-1} \left( k_p^h y_{x_m} \right)^{-1m}, x_m = l \right\},$$

$$\Lambda_{2,m}^- y = \left\{ -2h_m^{-1} \left( k_p^h y_{x_m}^- \right)^{+1m}, x_m = 0; -\left( k_p^h y_{x_m}^- \right)_{x_m}, x_m \in \Omega_{h,m}; 2h_m^{-1} k_p^h y_{x_m}^-, x_m = l \right\},$$

$$\Lambda_{3\alpha,m} y = \left\{ -2h_m^{-1} v_\alpha^h y_{x_m}, x_m = 0; -\left( v_\alpha^h y_{x_m} \right)_{x_m}, x_m \in \Omega_{h,m}; 2h_m^{-1} v_\alpha^h y_{x_m}^-, x_m = l \right\},$$

$$\Lambda_4 y = \sum_{m=1}^2 \left[ \chi_m^+(x) \Lambda_{4\alpha}^+ y + \chi_m^-(x) \Lambda_{4\alpha}^- y \right],$$

$$\Lambda_{4\alpha,m}^+ y = \left\{ -2h_m^{-1} a_\alpha^h y_{x_m}, x_m = 0; -\left( a_\alpha^h y_{x_m} \right)_{x_m}^-, x_m \in \Omega_{h,m}; 2h_m^{-1} \left( a_\alpha^h y_{x_m} \right)^{-1m}, x_m = l \right\},$$

$$\Lambda_{4\alpha,m}^- y = \left\{ -2h_m^{-1} \left( a_\alpha^h y_{x_m} \right)^{+1m}, x_m = 0; -\left( a_\alpha^h y_{x_m} \right)_{x_m}, x_m \in \Omega_{h,m}; 2h_m^{-1} a_\alpha^h y_{x_m}^-, x_m = l \right\},$$

$$\Lambda_{9,m} y = \left\{ -2h_m^{-1} k_T^h y_{x_m}, x_m = 0; -k_T^h y_{x_m x_m}^-, x_m \in \Omega_{h,m}; 2h_m^{-1} k_T^h y_{x_m}^-, x_m = l \right\},$$

$$f_T^h = f_T + O(h^2), f_p^h = f_p + O(h^2),$$

and the functions  $\beta^\pm(x)$  and  $\chi^\pm(x)$  are defined as follows:

$$\beta_m^+(x) = \{2, x_m = 0; 1, x_m \in \Omega_{h,m}; 0, x_m = l\}, \beta_m^-(x) = 2 - \beta_m^+(x)$$

$$\chi_m^+(x) = \{1, x_{3-m} = 0; 0.5, x_{3-m} \in \Omega_{h,3-m}; 0, x_{3-m} = l\},$$

$$\chi_m^-(x) = \{0, x_{3-m} = 0; 0.5, x_{3-m} \in \Omega_{h,3-m}; 1, x_{3-m} = l\}.$$

Let us introduce the following seminorms:

$$\|u\|_8^2 = \frac{1}{2} \sum_{m=1}^2 \left[ \left( v_w, u_{x_m}^2 \right)_+ + \left( v_w, u_{x_m}^2 \right)_- \right], \|u\|_9^2 = \frac{1}{2} \sum_{m=1}^2 \left[ \left( v_g, u_{x_m}^2 \right)_+ + \left( v_g, u_{x_m}^2 \right)_- \right].$$

Let us assume that the following conditions hold with respect to the initial values of the global pressure and temperature:

$$c_1 \eta - q_0 t_1 - \|T^0\|_B^2 - c_5 \|p^0\|_B^2 \geq 0, \tag{23}$$

$$c_1 \eta - q_0 t_1 - \|\tilde{T}^0\|_B^2 - c_5 \|\tilde{p}^0\|_B^2 \geq 0, \tag{24}$$

where  $\eta > 0$  is some real parameter,  $c_5$  is a positive constant,  $q_0$  is the constant, determined by the formula  $q_0 = c_4 \sum_{j=1}^{W_n} \sum_{x \in \bar{\Omega}_h} b_h(x) (p_{inj}^2 + T_{inj}^2) \delta_h(x - x_j^{(w)}) h_1 h_2$ ,  $c_4$  is the constant given

by  $c_4 = c_1 \cdot \max \left\{ \frac{4(\eta + 2)}{3c_0 \eta}, \frac{6c_5}{c_0} \right\}$ .

To study the stability of the scheme (17)-(22), consider the problem with perturbed initial condition  $(\tilde{T}_0, \tilde{p}_0, \tilde{s}_{\alpha 0})$  and right-hand sides  $(\tilde{f}_T, \tilde{f}_p, \tilde{f}_\alpha)$  and denote the corresponding solution of the perturbed problem by  $(\tilde{T}^h, \tilde{p}^h, \tilde{s}_w^h, \tilde{s}_g^h)$ . Further, denote

$$\theta = T^h - \tilde{T}^h, \psi_T = f_T^h - \tilde{f}_T^h, \pi = p^h - \tilde{p}^h, \psi_p = f_p^h - \tilde{f}_p^h,$$

$$\begin{aligned} \sigma_\alpha &= s_\alpha^h - \tilde{s}_\alpha^h, \Psi_\alpha = f_\alpha^h - \tilde{f}_\alpha^h, \alpha = w, g, \\ \zeta_m &= u_m - \tilde{u}_m, m = 1, 2, \end{aligned}$$

and obtain the problem for  $\theta, \pi, \sigma_\alpha, \bar{\zeta}$  :

$$B\theta_t + L(\bar{u}^h, \hat{T}^h) - L(\tilde{u}^h, \hat{T}^h) + \Lambda_1 \hat{\theta} = \Psi_T, \tag{25}$$

$$B\pi_t + \Lambda_2 P^h - \Lambda_2 \tilde{P}^h = \beta_T^h \theta_t + \Lambda_9 \theta + \Psi_p, \tag{26}$$

$$B\sigma_{w,t} + \Lambda_{3w} s_w^h - \Lambda_{3w} \tilde{s}_w^h + \Lambda_{5w} \sigma_g + \Lambda_{7w} \pi + \Lambda_{8w} \theta = \Psi_w, \tag{27}$$

$$B\sigma_{g,t} + \Lambda_{4g} s_g^h - \Lambda_{4g} \tilde{s}_g^h + \Lambda_{6g} \sigma_w + \Lambda_{7g} \pi + \Lambda_{8g} \theta = \Psi_g, \tag{28}$$

$$\zeta_m = -k\lambda(\gamma^h \pi_{\bar{x}_m} + \xi^h \theta_{\bar{x}_m}), \tag{29}$$

$$\theta(0) = \theta^0, \pi(0) = \pi^0, \sigma_\alpha(0) = \sigma_\alpha^0. \tag{30}$$

Study of the stability of the constructed scheme is based on the following lemmas which are proved similarly to [15].

**Lemma 1.** Under the conditions (10) , (12), the following estimates holds:

$$2\tau(\Lambda_1 w, \tilde{w}) \leq \|w\|_1^2 + \frac{\tau^2}{\varepsilon} \|\tilde{w}\|_A^2 + \frac{\tau}{\varepsilon} \|\tilde{w}\|_B^2, \varepsilon > 0,$$

$$(\Lambda_1 w, w) \geq 4c_0 \|w\|_1^2,$$

$$2\tau(\Lambda_{3w} w, \tilde{w}) \leq \|w\|_1^2 + \frac{\tau^2}{\varepsilon} \|\tilde{w}\|_A^2 + \frac{\tau}{\varepsilon} \|\tilde{w}\|_B^2, \varepsilon > 0.$$

**Lemma 2.** Under the conditions (12), the operator  $\Lambda_{4w}$  satisfies the inequalities

$$(\Lambda_{4w} w - \Lambda_{4w} \tilde{w}, w - \tilde{w}) \geq c_0 \|w - \tilde{w}\|_8^2,$$

$$2\tau |(\Lambda_{4w} w - \Lambda_{4w} \tilde{w}, z)| \leq 2c_1 \left( \varepsilon \|w - \tilde{w}\|_1^2 + \frac{\tau^2}{\varepsilon} \|z\|_A^2 + \frac{\tau}{\varepsilon \omega \delta} \|z\|_B^2 \right), \varepsilon > 0.$$

**Lemma 3.** Under the conditions (10), (13), where  $\omega > \omega_1$  ,

$$\omega_1 = \left( \frac{4c_1^2}{c_0} + \frac{c_1}{\varepsilon} \right) \left( 1 + \frac{1}{\delta} \right) + \frac{c_2}{\varepsilon \delta} + \frac{2c_1}{c_0 \delta} \tag{31}$$

the following estimate holds:

$$\|\hat{\pi}\|_B^2 + \frac{c_0 \tau}{2} \|\pi\|_1^2 \leq d_1(\tau) \|\pi\|_B^2 + \frac{2c_2 \varepsilon_2 \tau^3}{\delta} \|\theta_t\|_A^2 + d_2(\varepsilon) \tau \|\theta\|_1^2 + d_3(\tau) \|\Psi_p\|_{A^{-1}}^2.$$



**Lemma 4.** Under the conditions (10), (13),  $\omega > \omega_2$ ,

$$\omega_2 = \frac{c_2}{\varepsilon_2 \delta} + \frac{c_0}{3\delta} + \left( \frac{6c_1^2}{c_0} + \frac{2}{\varepsilon_3} \right) \left( 1 + \frac{1}{\delta} \right), \tag{32}$$

the following inequalities hold:

$$\|\hat{p}^h\|_B^2 + \tau \left( \frac{c_0}{3} - \frac{c_2}{\varepsilon_2} - \frac{2}{\varepsilon_3} \right) \|p^h\|_1^2 \leq \|p^h\|_B^2 + \frac{2c_2 \varepsilon_2 \tau^3}{\delta} \|T_t^h\|_A^2 + 4\tau \varepsilon_3 \|T^h\|_1^2 + \frac{6\tau}{c_0} \|f_p^h\|_{A^{-1}}^2, \tag{33}$$

$$\|\hat{\tilde{p}}^h\|_B^2 + \tau \left( \frac{c_0}{3} - \frac{c_2}{\varepsilon_2} - \frac{2}{\varepsilon_3} \right) \|\tilde{p}^h\|_1^2 \leq \|\tilde{p}^h\|_B^2 + \frac{2c_2 \varepsilon_2 \tau^3}{\delta} \|\tilde{T}_t^h\|_A^2 + 4\tau \varepsilon_3 \|\tilde{T}^h\|_1^2 + \frac{6\tau}{c_0} \|\tilde{f}_p^h\|_{A^{-1}}^2,$$

where  $\varepsilon_2, \varepsilon_3 > 0$ .

**Lemma 5.** Under the conditions (10), (11), (14), (23), (24),  $\omega > \omega_3$ ,

$$\omega_3 = \frac{c_1^2 (\eta + 2)}{8c_0} \left( 1 + \frac{1}{\delta} \right) + \frac{c_0 \eta}{\delta (\eta + 2)} + \frac{c_2 (\eta + 2 - 4c_2 \eta)}{32\delta \eta} \left( \frac{2c_0 \eta}{\eta + 2} - \frac{c_0}{24} \right), \tag{34}$$

the following inequalities hold:

$$\|T^h\|_B^2 + \|p^h\|_B^2 + d_5 \|p^h\|_1^2 + d_4 \|T^h\|_1^2 \leq c_1 \eta,$$

$$\|\tilde{T}^h\|_B^2 + \|\tilde{p}^h\|_B^2 + d_5 \|\tilde{p}^h\|_1^2 + d_4 \|\tilde{T}^h\|_1^2 \leq c_1 \eta.$$

**Lemma 6.** Under the conditions (14), (23) the following inequality holds:

$$2\tau \left( L(u^h, T^h) - L(\tilde{u}^h, \tilde{T}^h), \hat{\theta} \right) \leq d_9 \eta + \frac{2c_1 \eta \tau^2}{\varepsilon} \|\theta\|_B^2 + \frac{2c_1 \eta \tau^3}{\varepsilon \delta} \|\theta_t\|_A^2.$$

**Lemma 7.** Under the conditions (14), (23), (24),  $\omega > \omega_4$ ,

$$\omega_4 = \frac{c_1 (c_1 + \delta (c_1 + 1) + 2c_1 \eta)}{2c_0 \delta}, \tag{35}$$

the following estimate is valid:

$$\begin{aligned} \|\hat{\theta}\|_B^2 + \tau^2 (\omega - \omega_4) \|\theta_t\|_A^2 + 2\tau (4c_0 - c_1 \varepsilon_1) \|\theta\|_1^2 &\leq \\ &\leq d_9 \eta + d_{10} (\tau) \|\theta\|_B^2 + \frac{4c_0 \tau}{c_1} \|\Psi_T\|_{A^{-1}}^2. \end{aligned}$$

**Lemma 8.** Under the conditions (12), (16),  $\omega > \omega_5$ ,

$$\omega_5 = \frac{1}{(1 - \varepsilon_1) \delta} \left( 2c_1 \varepsilon_1 (1 + \delta) + \frac{c_1 (1 + c_6 + c_7)}{\varepsilon_2} \left( 1 + \frac{\varepsilon_2 \delta + \delta + \varepsilon_2}{\delta} \right) \right), \tag{36}$$

where  $\varepsilon_1$  and  $\varepsilon_2$  are determined from the conditions

$$2c_0 - 4c_1\varepsilon_1^{-1} - (1 + \varepsilon_2)(1 + c_6 + c_7)\varepsilon_2^{-1} > 0, \tag{37}$$

$$2c_6 - c_6\varepsilon_2 - 2c_1\varepsilon_1 - 2c_7\varepsilon_2^{-1} > 0, \tag{38}$$

the following estimate holds:

$$\begin{aligned} & \|\widehat{\sigma}_w\|_B^2 + d_{11}\tau\|\sigma_w\|_8^2 + d_{12}\tau\|\sigma_g\|_8^2 \leq \\ & \leq d_{13}\|\sigma_w\|_B^2 + d_{14}(\tau)\|\sigma_g\|_B^2 + d_{15}\tau\|\pi\|_1^2 + d_{16}\tau\|\theta\|_1^2 + d_{17}\tau\|\psi_w\|_{A^{-1}}^2. \end{aligned}$$

**Lemma 9.** Under the conditions (12), (16),  $\omega > \omega_5$ , where  $\omega_5$  is defined in Lemma 8, the following estimate holds:

$$\begin{aligned} & \|\widehat{\sigma}_g\|_B^2 + d_{18}\tau\|\sigma_g\|_9^2 + d_{19}\tau\|\sigma_w\|_9^2 \leq \\ & \leq d_{20}\|\sigma_g\|_B^2 + d_{21}(\tau)\|\sigma_w\|_B^2 + d_{22}\tau\|\pi\|_1^2 + d_{23}\tau\|\theta\|_1^2 + d_{24}\tau\|\psi_g\|_{A^{-1}}^2. \end{aligned}$$

Let us present a stability theorem for a numerical scheme.

**Theorem 1.** Under the conditions (10)-(14), (16), (23), (24),  $\omega > \omega_0$ ,  $\omega_0 = \max_{i=1,\dots,5}\omega_i + \varepsilon$ ,  $\varepsilon > 0$ , where  $\omega_i$  are defined by (31), (32), (34)-(36), the numerical scheme (17)-(22) is stable with respect to the initial data and right-hand sides of the equations, and the following estimate holds:

$$\begin{aligned} & \|\widehat{\theta}\|_B^2 + \|\widehat{\pi}\|_B^2 + \|\widehat{\sigma}_w\|_B^2 + \|\widehat{\sigma}_g\|_B^2 + d_{25}\tau\|\theta\|_1^2 + d_{26}\tau\|\pi\|_1^2 + \\ & + d_{11}\tau\|\sigma_w\|_8^2 + d_{12}\tau\|\sigma_g\|_8^2 + d_{18}\tau\|\sigma_g\|_9^2 + d_{19}\tau\|\sigma_w\|_9^2 \leq \\ & \leq d_9\eta + d_{10}(\tau)\|\theta\|_B^2 + d_1(\tau)\|\pi\|_B^2 + d_{27}(\tau)\|\sigma_w\|_B^2 + d_{28}(\tau)\|\sigma_g\|_B^2 + \\ & + \frac{4c_0\tau}{c_1}\|\psi_T\|_{A^{-1}}^2 + d_3(\tau)\|\psi_P\|_{A^{-1}}^2 + d_{17}\tau\|\psi_w\|_{A^{-1}}^2 + d_{24}\tau\|\psi_g\|_{A^{-1}}^2. \end{aligned}$$

**Proof.** Combining the results of Lemmas 3, 7, 8 and 9, we obtain the inequality

$$\begin{aligned} & \|\widehat{\theta}\|_B^2 + \|\widehat{\pi}\|_B^2 + \|\widehat{\sigma}_w\|_B^2 + \|\widehat{\sigma}_g\|_B^2 + \tau^2\left(\omega - \omega_4 - \frac{2c_2\varepsilon_2}{\delta}\right)\|\theta\|_A^2 + \\ & + 2\tau(4c_0 - c_1\varepsilon_1 - d_2(\varepsilon_3) - d_{16} - d_{23})\|\theta\|_1^2 + \tau\left(\frac{c_0}{2} - d_{15} - d_{22}\right)\|\pi\|_1^2 + \\ & + d_{11}\tau\|\sigma_w\|_8^2 + d_{12}\tau\|\sigma_g\|_8^2 + d_{18}\tau\|\sigma_g\|_9^2 + d_{19}\tau\|\sigma_w\|_9^2 \leq \\ & \leq d_9\eta + d_{10}(\tau)\|\theta\|_B^2 + d_1(\tau)\|\pi\|_B^2 + (d_{13} + d_{21}(\tau))\|\sigma_w\|_B^2 + (d_{14}(\tau) + d_{20})\|\sigma_g\|_B^2 + \\ & + \frac{4c_0\tau}{c_1}\|\psi_T\|_{A^{-1}}^2 + d_3(\tau)\|\psi_P\|_{A^{-1}}^2 + d_{17}\tau\|\psi_w\|_{A^{-1}}^2 + d_{24}\tau\|\psi_g\|_{A^{-1}}^2. \end{aligned}$$

Choosing  $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3$  from the condition of positiveness of the coefficients of  $\|\theta_t\|_A^2, \|\theta\|_1^2, \|\pi\|_1^2$ , we arrive at the assertion of the theorem.

Now we study the convergence of the numerical scheme. Let  $(T, p, s_\alpha, u)$  be the solution to problem (1)-(9), and  $(T^h, p^h, s_\alpha^h, u^h)$  be the solution to the discrete problem (17)-(22). Then the error  $\theta = T^h - T, \pi = p^h - p, \sigma_\alpha = s_\alpha^h - s_\alpha, \bar{\zeta} = \bar{u}^h - \bar{u}$  satisfy the problem

$$c_T \cdot B\theta_t + L(u^h, T^h) - L(u, T) + k_h \Lambda_1 \theta = \psi_T, \tag{39}$$

$$\beta_p \cdot B\pi_t + \Lambda_2 p^h - \Lambda_2 p = \beta_T \theta_t + k_T \Lambda_1 \theta + \psi_p, \tag{40}$$

$$B\sigma_{w,t} + \Lambda_{3w} \sigma_w + \Lambda_{5w} \sigma_g + \Lambda_{7w} \pi + \Lambda_{8w} \theta = \psi_w, \tag{41}$$

$$Bs_{g,t}^h + \Lambda_{4g} \sigma_g + \Lambda_{6g} \sigma_w + \Lambda_{7g} \pi + \Lambda_{8g} \theta = \psi_g, \tag{42}$$

$$\zeta_m = -k\lambda^h \left( \gamma^h \pi_{x_m} + \xi^h \theta_{x_m}^h \right), \tag{43}$$

$$\theta(0) = 0, \pi(0) = 0, \sigma_\alpha(0) = 0, \tag{44}$$

where  $(\psi_T, \psi_p, \psi_\alpha)$  is the approximation error on the solution:

$$\psi_T = F_T - L(u, T) - k_h \Lambda_1 T - c_T \cdot BT_t,$$

$$\psi_p = F_p - \Lambda_2 p + \beta_T T_t - k_T \Lambda_1 T - \beta_p \cdot Bp_t,$$

$$\psi_w = F_w - \Lambda_{3w} s_w - \Lambda_{5w} s_g - \Lambda_{7w} p - \Lambda_{8w} T,$$

$$\psi_g = F_o - \Lambda_{4g} s_g + \Lambda_{6g} s_w + \Lambda_{7g} p + \Lambda_{8g} T.$$

Similarly to the results discussed in [17, 18], we prove a theorem on the convergence of a numerical scheme to solving problems:

**Theorem 2.** Under the conditions of Theorem 1, the solution of the discrete problem (17)-(22) converges to the solution of the differential problem (1)-(9) with the order  $O(h^{3/2} + \tau)$ .

**Conclusion.** Thus, a discrete scheme is proposed for the numerical solution of the problem of three-phase non-isothermal fluid flow in porous media, taking into account capillary forces. Using the method of energy inequalities, an a priori estimate is obtained that expresses the stability of the difference scheme with respect to the initial data and the right-hand sides of the equations. A theorem on the convergence of the numerical scheme to the solution of problems is presented. Based on the theoretical results, we conclude that the presented numerical scheme is efficient and can be used for efficient modeling of three-phase non-isothermal fluid flows in porous media. In further works, the results of numerical experiments will be presented.

The work was carried out with the financial support of the Ministry of Education and Science of the Republic of Kazakhstan (grant AP08053189, 2020-2022).

## REFERENCES

- 1 Muskat M., Meres M. W. The flow of heterogeneous fluids through porous media // *Physics*. 1936. – No. 7. – p. 346-363.
- 2 Leverett V. C. Flow of oil-water mixtures through unconsolidated sands // *Trans AIME*. 1939. – No. 132. – p. 381-401.
- 3 Chen Z. *Reservoir Simulation: Mathematical Techniques in Oil Recovery*. – Philadelphia: SIAM, 2007. – 219 p.
- 4 Chen Z., Ewing R. Comparison of various formulation of three-phase flow in porous media // *Journal of Computational Physics*. 1997. – No. 132. – p. 362-373.
- 5 Bruining J., Van Duijn C.J. Traveling waves in a finite condensation rate model for steam injection // *Computational Geosciences*. 2006. – V. 10 – No. 4. – p. 373-387.
- 6 Wojcik W., Temirbekov N., Baigereyev D. Fractional flow formulation for threephase nonisothermal flow in porous media // *Przeglad Elektrotechniczny*. 2016. – V. 92 – No. 7. – p. 24-31.
- 7 Antoncev S. N., Monahov V. N. Kraevye zadachi dlja nekotoryh vyrozhdajushhihsja uravnenij mehaniki sploshnoj sredy / *Novosibirskij gosudarstvennyj universitet*. – 1977. – 48 p.
- 8 Falta R. W., Pruess K., Javandel I. Numerical modeling of steam injection for the removal of nonaqueous phase liquids from the subsurface // *Water Resoures Research*. 1992. – V. 28 – No. 2. – p. 433-449.
- 9 Kaddouri A., Ferguson W. J. A nonisothermal threephase pollutant transport model, theoretical formulation and numerical applications // *Oil and Hydrocarbon Spills*. 2002. – V. III. – p. 23-33.
- 10 Chen Z., Ewing R. Fully discrete finite element analysis of multiphase flow in groundwater hydrology // *SIAM Journal of Numerical Analysis*. 1997. – V. 34 – No. 6. – p. 2228-2253.
- 11 Moortgat J., Sun S., Firoozabadi A. Compositional modeling of threephase flow with gravity using higherorder finite element methods // *Water Resoures Research*. 2011. – V. 47 – No. W05511. – p. 1-26.
- 12 Niessner J., Helmig R. Multiscale modeling of threephase threecomponent processes in heterogeneous porous media // *Advances in Water Resources*. 2007. – V. 30 – No. 11. – p. 2309-2325.
- 13 Niessner J., Helmig R. Multiphysics modeling of flow and transport in porous media using a downscaling approach // *Advances in Water Resources*. 2009. – V. 32 – No. 6. – p. 845-850.
- 14 Chavent G., Jaffre J. *Mathematical models and finite elements for reservoir simulation*. – Elsevier, 1986. – 375 p.
- 15 Bajgereev D. R. *Jekonomichnye raznostnye shemy dlja zadachi trehfaznoj neizotermicheskoy fil'tracii v peremennyh «global'noe davlenie, nasyshhennost', temperatura»*: Ph. D. thesis / D. R. Bajgereev. – Almaty, 2017.
- 16 Zhumagulov B., Temirbekov N., Baigereyev D. Efficient difference schemes for the threephase nonisothermal flow problem // *AIP Conference Proceedings*. 2017. – V. 1880 – No. 060001. – P. 1-10.
- 17 Baigereyev D., Rakhmetullina Zh., Mukhamedova R. et al. Study of a difference scheme for a model threephase nonisothermal flow problem // *Covmestnyj vypusk zhurnalov Vestnik VKGTU im. D. Serikbaeva i Vychislitel'nye tehnologii*. 2018. – V. 1(2) – No. 3. – p. 55-66.
- 18 Zhumagulov B. T., Temirbekov N. M., Baigereyev D. R. Efficient difference schemes for the threephase nonisothermal flow problem // *AIP Conference Proceedings*. 2017. – V. 1880. – p. 060001-1 – 060001-10.

**Д. Р. БАЙГЕРЕЕВ, Н. Б. АЛИМБЕКОВА**

*Сәрсен Аманжолов атындағы Шығыс Қазақстан университеті,  
Өскемен, Қазақстан*

### **ҮШ ФАЗАЛЫ ИЗОТЕРМАЛЫҚ ЕМЕС ФИЛЬТРАЦИЯ ЕСЕБІНІҢ САНДЫҚ ШЕШІМІН ТАЛДАУ**

Мақала Қазақстан Республикасы Білім және ғылым министрлігінің гранттық қаржыландырылған АР08053189 жобасы аясында жүргізілетін капиллярлық күштерді ескере отырып, үш фазалы изотермалық емес фильтрация есебін шешудің сандық әдісін құруға және оның орнықтылығы мен жинақталуын зерттеуге арналған. Қарастырылып отырған модель мұнай қатпарына бу-жылу әсерінен ауыр мұнай өндіру кезінде мұнай қатпарында болатын үрдістерді сипаттайды. Дифференциалды есепті қою қысым теңдеуінен капиллярлық қысым градиентін алып тастауға мүмкіндік беретін глобальді қысым айнымалыларын ауыстыруға негізделген. Есепті шешу үшін сандық әдіс құрастырылды. Бастапқы мәліметтер мен теңдеулердің оң жақтарына сәйкес құрастырылған сұлбаның орнықтылығын білдіретін энергиялық нормада априорлық баға алынды. Сандық сұлба шешімінің дифференциалдық есеп шешіміне жинақтылығы туралы теорема ұсынылды.

**Түйін сөздер:** үш фазалы изотермалық емес фильтрация, глобальді қысым, жинақтылық, орнықтылық.

**Д. Р. БАЙГЕРЕЕВ, Н. Б. АЛИМБЕКОВА**

*Восточно-Казахстанский университет имени Сарсена Аманжолова,  
Усть-Каменогорск, Казахстан*

### **АНАЛИЗ ЧИСЛЕННОГО РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ ТРЕХФАЗНОЙ НЕИЗОТЕРМИЧЕСКОЙ ФИЛЬТРАЦИИ**

Настоящая статья посвящена построению и исследованию устойчивости и сходимости численного метода решения задачи трехфазной неизотермической фильтрации с учетом капиллярных сил, разработанного в рамках грантового проекта Министерства образования и науки Республики Казахстан АР08053189. Рассматриваемая модель описывает процессы, протекающие в нефтяных пластах при добыче тяжелой нефти методом паротеплового воздействия на пласт. Постановка дифференциальной задачи основана на введении замены переменных глобального давления, позволяющей исключить градиент капиллярного давления из уравнения для давления. Для решения задачи построен численный метод. Получена априорная оценка в энергетической норме, выражающая устойчивость построенной схемы по начальным данным и правым частям уравнений. Представлена теорема о сходимости решения численной схемы к решению дифференциальной задачи.

**Ключевые слова:** трехфазная неизотермическая фильтрация, глобальное давление, сходимость, устойчивость.

**Б. Н. БИЯРОВ\*, З. А. ЗАКАРИЕВА**

*НАО «Евразийский национальный университет им. Л.Н. Гумилева»*

*г.Нур-Султан, Казахстан*

## О БАЗИСНОСТИ ПО РИССУ СИСТЕМЫ СОБСТВЕННЫХ ВЕКТОРОВ КОРРЕКТНОГО СУЖЕНИЯ МАКСИМАЛЬНОГО ЛИНЕЙНОГО ОПЕРАТОРА

*Данная работа посвящена изучению подобности корректного сужения к некоторому самосопряженному оператору в случае симметрического минимального оператора. В результате полученная теорема была использована к оператору Штурм-Лиувилля и оператору Лапласа. Доказано, что спектр несамосопряженного сингулярно возмущенного оператора действительный, и соответствующая система собственных векторов образует базис Рисса.*

**Ключевые слова:** *максимальный (минимальный) оператор, корректное сужение, корректное расширение, действительный спектр, несамосопряженный оператор.*

**1. Введение.** Рассмотрим линейный оператор  $L$  в гильбертовом пространстве  $H$ .  
Линейное уравнение

$$Lu = f \tag{1.1}$$

называется корректно разрешимым в  $R(L)$ , если  $\|u\| \leq C\|Lu\|$  для всех  $u \in D(L)$  (где  $C > 0$  и не зависит от  $u$ ) и называется везде разрешимым, если  $R(L) = H$ . Если (1.1) одновременно корректно и везде разрешим, то оператор  $L$  называется корректным оператором. Корректно разрешимый оператор  $L_0$  называется минимальным оператором, если  $\overline{R(L_0)} \neq H$ . Замкнутый оператор  $\hat{L}$  называется максимальным, если  $R(\hat{L}) = H$  и  $\text{Ker} \hat{L} \neq \{0\}$ . Оператор  $A$  называется сужением оператора  $B$ , и оператор  $B$  называется расширением оператора  $A$ , если  $D(A) \subset D(B)$  и  $Au = Bu$  для всех  $u \in D(A)$ .

Заметим, что если корректное сужение  $L$  максимального оператора  $\hat{L}$  известен, то обратные операторы всех корректных сужений оператора  $\hat{L}$  имеют вид [1]:

$$L_k^{-1} f = L^{-1} f + Kf, \tag{1.2}$$

где  $K$  произвольный ограниченный линейный оператор из  $H$  в  $\text{Ker} \hat{L}$ .

Пусть  $L_0$  – минимальный оператор и  $M_0$  – другой минимальный оператор и они связаны равенством  $(L_0 u, v) = (u, M_0 v)$  для всех  $u \in D(L_0)$  и  $v \in D(M_0)$ . Тогда  $\hat{L} = M_0^*$  и  $\hat{M} = L_0^*$  есть максимальные операторы такие, что  $L_0 \subset \hat{L}$  и  $M_0 \subset \hat{M}$ . Корректное сужение  $L$  максимального оператора  $\hat{L}$  такое, что  $L$  одновременно является корректным расширением минимального оператора  $L_0$  называется ограниченным корректным расширением. Существование хотя бы одного ограниченного корректного расширения  $L$  было доказано Вишиком в [2].

---

\* E-mail корреспондирующего автора: [zaruet.zakarieva@mail.ru](mailto:zaruet.zakarieva@mail.ru)



Обратные операторы к всевозможным корректным сужениям  $L_K$  максимального оператора  $\hat{L}$  имеют вид (1.2), поэтому  $D(L_K)$  плотно в  $H$  тогда и только тогда, если  $\text{Ker}(1 + K^*L^*) = \{0\}$ . Всевозможные корректные расширения  $M_K$  оператора  $M_0$  имеют обратные операторы в виде:

$$M_K^{-1} = (L_K^*)^{-1} f = (L^*)^{-1} f + K^* f,$$

где  $K$  произвольный ограниченный линейный оператор в  $H$  с  $R(K) \subset \text{Ker} \hat{L}$  такой, что:

$$\text{Ker}(1 + K^*L^*) = \{0\}.$$

Лемма 1.1 (Hamburger [3, с. 269]). Пусть  $A$  – линейное ограниченное преобразование в  $H$  и  $N$  – линейное многообразие. Если мы положим  $A(N) = M$ , то

$$A^*(M^\perp) = N^\perp \cap R(A^*).$$

Предложение 1.1 ([4, с.1863]). Корректное сужение  $L_K$  максимального оператора  $\hat{L}$  является корректным расширением минимального оператора  $L_0$  тогда и только тогда, если  $R(K) \subset \text{Ker} \hat{L}$  и  $R(M_0) \subset \text{Ker} K^*$ .

Линейные операторы  $A$  и  $B$  называются подобными, если существует линейный ограниченно обратимый оператор  $P$  такой, что  $B = P^{-1}AP$ .

Следующая теорема является главным результатом настоящей работы.

Теорема 1.1 Пусть  $L_0$  – симметрический минимальный оператор в гильбертовом пространстве  $H$ ,  $L$ -самосопряженное корректное расширение оператора  $L_0$  и  $L_K$  – корректное сужение максимального оператора  $\hat{L}(\hat{L} = L_0^*)$ . Если

$$R(K^*) \subset D(L), \quad I + KL \geq 0,$$

и  $I + KL$  обратим, где  $L$  и  $K$  операторы, представленные в (1.2). Тогда  $L_K$  – оператор, подобный к самосопряженному оператору.

Следствие 1.1 Пусть выполнены все условия Теоремы 1.1 и оператор  $K$  удовлетворяет условиям Теоремы 1.1. Тогда спектр оператора  $L_K$  является вещественным, т.е.  $\sigma(L_K) \subset R$ .

Следствие 1.2 Пусть выполнены все условия Теоремы 1.1, оператор  $K$  удовлетворяет условиям Теоремы 1.1 и  $L^{-1}$  – компактный оператор. Тогда система собственных векторов оператора  $L_K$  образует базис Рисса в  $H$ .

Следствие 1.3 Результат Теоремы 1.1 остается справедливым, если условия « $I + KL \geq 0$  и  $I + KL$  – обратим» заменить условием « $KL \geq 0$ ».

Следствие 1.4 Результаты Теоремы 1.1, Следствий 1.1-1.3 остаются справедливыми, если оператор  $L_K$  заменить на  $L_K^*$ .

**2. Вспомогательные утверждения.** В этом разделе мы представляем некоторые результаты для корректных сужений и расширений, которые используются в разделе 3.

Если  $A$  – линейное ограниченное преобразование комплексного гильбертова пространства  $H$  в себя, то по определению числовой диапазон  $A$  есть множество

$$W(A) = \{(Ax, x) : x \in H, \|x\| = 1\}.$$

Если через  $\sigma(A)$  обозначить спектр  $A$ , то легко доказать, что

$$\sigma_p(A) \subset W(A), \quad \sigma(A) \subset \overline{W(A)},$$

для точечного спектра  $\sigma_p(A)$  и спектра  $\sigma(A)$ , где черта означает замыкание. Числовой диапазон неограниченного оператора  $A$  в гильбертовом пространстве  $H$  определяется как

$$W(A) = \{(Ax, x) : x \in D(A), \|x\| = 1\},$$

и, как в случае ограниченного оператора, множество  $W(A)$  – выпуклое и удовлетворяет условию  $\sigma_p(A) \subset W(A)$ . В целом, заключение  $\sigma(A) \subset W(A)$  заведомо не выполняется для неограниченных операторов  $A$ .

Предложение 2.1 (Предложение 1.1 в [5, с. 1132]). Если плотно определенный замкнутый линейный оператор, то включение  $\sigma(A) \subset \overline{W(A)}$ , ( $\overline{W(A)}$  – замыкание множества  $W(A)$ ) имеет место тогда и только тогда, если  $\sigma_{r,1}(A) \subset \overline{W(A)}$ , где

$$\sigma_{r,1}(A) = \{\lambda \in \sigma_r(A) : R(A - \lambda) \text{ – замкнутый}\}$$

Предложение 2.2 (Предложение 1.2 в [5, с.1132]). Если плотно определенный замкнутый оператор в гильбертовом пространстве  $H$  и удовлетворяет условию  $\sigma_{r,1}(A^*) = \emptyset$  то  $\sigma(A) \subset \overline{W(A)}$ , где

$$\sigma_{p,1}(A^*) = \{\lambda \in \sigma_p(A^*) : R(A^* - \lambda) = H\}.$$

Теорема 2.1 (Теорема 2 в [6, с.181]). Следующие условия эквивалентны для оператора  $T$ :

- (1)  $T$  – подобный оператор к самосопряженному оператору.
- (2)  $T = PA$ , где положительный и обратимый оператор, а  $A$  – самосопряженный оператор.
- (3)  $S^{-1}TS = T^*$  и  $0 \in \overline{W(S)}$ .

Теорема 2.2 (Теорема 1 в [7, с.215]). Пусть  $A$  и  $B$  – линейные операторы, действующие в комплексном гильбертовом пространстве  $H$ . Если  $0 \notin \overline{W(A)}$ , то

$$\sigma(A^{-1}B) \subset \overline{W(B)}/\overline{W(A)}.$$

Следствие 2.1 (Следствие в [7, с.218]). Если  $A > 0$ ,  $B > 0$  и  $C = C^*$ , то  $\sigma(AB)$  является положительным, а  $\sigma(AC)$  – действительным.

Теорема 2.3 (Теорема  $A$  в [8, с.508]). Числовая область значений  $W(T)$  оператора  $T$  является выпуклым и  $W(aT + b) = aW(T) + b$  для всех комплексных чисел  $a$  и  $b$ . Более того, если  $P$  – произвольная ненулевая проекция, то  $W(PT|PH) \subseteq W(T)$ .

**3. Доказательство Теоремы 1.1.** Сначала преобразуем (1.2) следующим образом

$$L_K^{-1} = L^{-1} + K = (1 + KL)L^{-1} \tag{3.1}$$

Тогда  $L_K$  определяется как сужение максимального оператора  $\hat{L}$  в области определения

$$D(L_K) = \{u \in D(\hat{L}) : (I - K\hat{L})u \in D(L)\}.$$

Теперь перейдем к доказательству Теоремы 1.1. В [9, с.27] было доказано, что  $KL$  ограничен в  $D(L)$  (т.е.  $\overline{KL} \in B(H)$ ) тогда и только тогда, если

$$R(K^*) \subset D(L^*).$$

Из того, что  $\overline{DL} = H$  следует, что  $\overline{KL}$  ограничен в  $H$ . В дальнейшем вместо  $\overline{KL}$  мы будем писать  $KL$ . Тогда в силу Теоремы 2.1 с учетом условий Теоремы 1.1 получаем, что  $I + KL \geq 0$  и  $I + KL$  обратим. Отсюда следует доказательство Теоремы 1.1.

Доказательство Следствия 1.1 вытекает из Следствия 2.1. Следствие 1.2 легко получить, так как оператор

$$C = (I + KL)^{\frac{1}{2}} L^{-1} (I + KL)^{\frac{1}{2}}$$

самосопряженный и

$$L_K^{-1} = (I + KL)^{\frac{1}{2}} C (I + KL)^{-\frac{1}{2}} = (I + KL)L^{-1}. \tag{3.2}$$

Докажем Следствие 1.3. По Теореме 2.3, мы получаем, что  $0 \notin W(I + KL)$ . Тогда  $I + KL \geq 0$  и  $I + KL$  обратим.

Доказательство Следствия 1.4 вытекает с (3.2), так как  $C$  – самосопряженный оператор, а в случае Следствие 1.3  $C$  – компактный самосопряженный оператор.

**4. Несамосопряженные возмущения для некоторых дифференциальных операторов.** Пример 1. Рассмотрим уравнение Штурма-Лиувилля в интервале  $(0,1)$

$$\hat{L}y = -y'' + q(x)y = f, \tag{4.1}$$

где  $q(x)$  – вещественная функция в  $L^2(0,1)$ . Обозначим через  $L_0$  минимальный оператор и через  $\hat{L}$  максимальный оператор, порожденные дифференциальным выражением (4.1) в пространстве  $L_2(0,1)$ . Понятно, что

$$D(L_0) = W_2^2(0,1)$$

и

$$D(\hat{L}) = \{y \in L^2(0,1) : y, y' \in AC[0,1], y'' - q(x)y \in L^2(0,1)\}.$$

Тогда  $\text{Ker } \hat{L} = \{a_{11}c(x) + a_{12}s(x)\}$  где  $a_{11}, a_{12}$  – произвольные постоянные и функции  $c(x)$  и  $s(x)$  определяются следующим образом

$$c(x) = 1 + \int_0^x K(x,t;0)dt, \quad s(x) = x + \int_0^x K(x,t;\infty)tdt,$$

где  $K(x, t; 0) = K(x, t) + K(x, -t)$ ,  $K(x, t; \infty) = K(x, t) - K(x, -t)$ , а  $K(x, t)$ , является решением следующей задачи Гурса

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 K(x, t)}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 K(x, t)}{\partial t^2} = q(x)K(x, t), \\ K(x, -x) = 0, \quad K(x, x) = \frac{1}{2} \int_0^x q(t) dt, \end{cases}$$

в области определения

$$\Omega = \{(x, t) : 0 < x < 1, -x < t < x\}.$$

Отметим, что  $c(0) = s'(0) = 1$ ,  $c'(0) = s(0) = 0$  и Вронскиан

$$W(c, s) = c(x)s'(x) - c'(x)s(x) = 1.$$

В качестве фиксированного ограниченного расширения  $L$  возьмем оператор, соответствующий задаче Дирихле для уравнения (4.1) в интервале  $(0, 1)$ .

$$D(L) = \{y \in W_2^2(0, 1) : y(0) = 0, y'(0) = 0\}.$$

Тогда вид обратного оператора любому корректному сужению  $L_K$  максимального оператора  $\hat{L}$  будет выглядеть следующим образом

$$\begin{aligned} y \equiv L_K^{-1} f &= \int_0^x [c(x)s(t) - s(x)c(t)] f(t) dt - \frac{s(x)}{s(1)} \int_0^1 [c(1)s(t) - s(1)c(t)] f(t) dt \\ &+ c(x) \int_0^1 f(t) \overline{\sigma_1(t)} dt + s(x) \int_0^1 f(t) \overline{\sigma_2(t)} dt, \end{aligned}$$

где  $\sigma_1(x), \sigma_2(x) \in L_2(0, 1)$  для каждого  $f \in L_2(0, 1)$  однозначно определяют оператор  $K$  из (1.2) в следующей форме

$$Kf = c(x) \int_0^1 f(t) \overline{\sigma_1(t)} dt + s(x) \int_0^1 f(t) \overline{\sigma_2(t)} dt,$$

который является ограниченным оператором в  $L_2(0, 1)$  действующим из  $L_2(0, 1)$  в  $\text{Ker } \hat{L}$ . Оператор  $L_K$  является сужением оператора  $\hat{L}$  в области определения

$$D(L_K) = \{y \in W_2^2(0, 1) : y(0) = \int_0^1 [-y''(t) + q(t)y(t)] \overline{\sigma_1(t)} dt\};$$

$$y(1) = c(1)y(0) + s(1) \int_0^1 [-y''(t) + q(t)y(t)] \overline{\sigma_2(t)} dt\}.$$

Из условия

$$R(K^*) \subset D(L^*) = D(L)$$

следует

$$KLy = c(x) \int_0^1 y(t) [-\overline{\sigma_1''(t)} + q(t) \overline{\sigma_1(t)}] dt + s(x) \int_0^1 y(t) [-\overline{\sigma_2''(t)} + q(t) \overline{\sigma_2(t)}] dt,$$

где

$$y \in D(L), \quad \sigma_1, \sigma_2 \in W_2^2(0,1), \quad \sigma_1(0) = \sigma_1(1) = \sigma_2(0) = \sigma_2(1) = 0.$$

Если  $I + KL \geq 0$  и  $I + K$  – обратим, то спектр оператора  $L_K$  состоит только из положительных собственных значений  $\{\lambda_k\}_{k=1}^\infty$ , соответствующих собственным функциям  $\{\varphi_k\}_{k=1}^\infty$ , которые образуют базис Рисса в  $L^2(0,1)$ , т.к.  $L^{-1}$  – компактный самосопряженный положительный оператор.

В частности, если

$$\sigma_1(x) = \alpha(L^{-1}c)(x), \quad \sigma_2(x) = \beta(L^{-1}s)(x), \quad \alpha, \beta \geq 0,$$

то  $KL \geq 0$  Следовательно, по Следствию 1.3, результаты Теоремы 1.1 верны для  $L_K$ . В этом случае  $L_K^{-1}$  имеет форму

$$y = L_K^{-1}f = L^{-1}f + c(x) \int_0^1 f(t)(L^{-1}c)(t)dt + s(x) \int_0^1 f(t)(L^{-1}s)(t)dt.$$

Тогда  $(L_K^{-1})^* = (L_K^*)^{-1}$  имеет вид

$$v(x) = (L^{-1}f)(x) + \alpha(L^{-1}c)(x) \int_0^1 f(t)c(t)dt + \beta(L^{-1}s)(x) \int_0^1 f(t)s(t)dt.$$

Таким образом,

$$(L_K^*v)(x) = -v''(x) + q(x)v(x) + a(x)v'(0) + b(x)v'(1) = f(x),$$

$$D(L_K^*) = \{v \in W_2^2(0,1) : v(0) = v(1) = 0\},$$

где

$$a(x) = \frac{\alpha\beta(c,s)s(x) - \alpha(1 + \beta\|s\|^2)c(x)}{(1 + \alpha\|c\|^2)(1 + \beta\|s\|^2) - \alpha\beta|(c,s)|^2},$$

$$b(x) = \frac{\alpha[c(1)(1 + \beta\|s\|^2 - \beta s(1)(s,c)]c(x) - \beta[\alpha c(1)(c,s) - s(1)(1 + \alpha\|c\|^2)]s(x)}{(1 + \alpha\|c\|^2)(1 + \beta\|s\|^2) - \alpha\beta|(c,s)|^2},$$

$a(x), b(x) \in Ker \hat{L}$  и  $(\cdot, \cdot)$  – скалярное произведение в  $L^2(0,1)$ . Оператор  $L_K^*$  действует как

$$L_K^* = L^* + Q,$$

где

$$(Qv)(x) = a(x) \langle \delta'(x), v(x) \rangle + b(x) \langle \delta'(x-1), v(x) \rangle = a(x)v'(0) + b(x)v'(1),$$

$$L^* = -\frac{d^2}{dx^2} + q(x),$$

то есть,  $Q \in W_2^{-2}(0,1)$ .

Таким образом, мы построили пример несамосопряженного сингулярно возмущенного оператора Штурма-Лиувилля со спектром, который в точности совпадает

со спектром задачи Дирихле и с системой собственных векторов, которые образуют базис Рисса в  $L^2(0,1)$ .

Пример 2. В гильбертовом пространстве  $L^2(\Omega)$ , где  $\Omega$  ограниченная область в  $\mathbb{R}^m$  с бесконечно гладкой границей  $\partial\Omega$ , рассмотрим  $L_0$ -минимальный и  $\hat{L}$ -максимальный операторы, порожденные оператором Лапласа

$$-\Delta u = -\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial x_2^2} + \dots + \frac{\partial^2 u}{\partial x_m^2}\right). \tag{4.2}$$

Отметим, что замыкание  $L_0$  в пространстве  $L^2(\Omega)$  оператора (4.2) Лапласа с областью определения  $C_0^\infty(\Omega)$  называется минимальным оператором, соответствующим оператору Лапласа. Оператор  $\hat{L}$ , сопряженный к минимальному оператору  $L_0$ , соответствующему оператору Лапласа, называется максимальным оператором, соответствующим оператору Лапласа. Тогда

$$D(\hat{L}) = \{u \in L^2(\Omega) : \hat{L}u = -\Delta u \in L^2(\Omega)\}.$$

Обозначим через  $L$  оператор, соответствующий задаче Дирихле с областью определения

$$D(L) = \{u \in W_2^2(\Omega) : u|_{\partial\Omega} = 0\}.$$

Мы имеем (1.2), где  $K$  – произвольный линейный оператор, ограниченный в  $L^2(\Omega)$  с

$$R(K) \subset \text{Ker } \hat{L} = \{u \in L^2(\Omega) : -\Delta u = 0\}.$$

Тогда оператор  $L$  определяется формулой

$$\hat{L}u = -\Delta u,$$

$$D(L_K) = \{u \in D(\hat{L}) : [(I - K\hat{L})u]|_{\partial\Omega} = 0\},$$

где  $I$  – тождественный оператор в  $L^2(\Omega)$ . Отметим, что  $L^{-1}$  – самосопряженный компактный оператор. Если  $K$  удовлетворяет условиям Теоремы 1.1, то  $L_K$  имеет только положительный действительный спектр (т.е.  $\sigma(L_K) \subset \mathbb{R}_+$ ), а система собственных векторов  $L_K$  образуют базис Рисса в  $L^2(\Omega)$ . В частности, если

$$Kf = \varphi(x) \int_{\Omega} f(t) \psi(t) dt,$$

где  $\varphi \in W_{2,loc}^2(\Omega)$  гармоническая функция и  $\psi \in L^2(\Omega)$  то  $K \in B(L^2(\Omega))$  и  $R(K) \subset \text{Ker } \hat{L}$ . Из условия  $R(K^*) \subset D(L^*)$  следует, что  $\psi \in W_2^2(\Omega)$  и  $\psi|_{\partial\Omega} = 0$ . Из условия  $KL \geq 0$  имеем  $\psi(x) = \alpha(L^{-1}\varphi)(x)$ ,  $\alpha \in \mathbb{R}_+$ . Тогда оператор  $L_K$  является сужением  $\hat{L}$  в области определения

$$D(L_K) = \left\{ u \in D(\hat{L}) : \left( u - \frac{(u, \varphi)}{1 + \|\varphi\|^2} \varphi \right) |_{\partial\Omega} = 0 \right\}$$



$$= \left\{ u \in D(\hat{L}) : \left( u - \frac{\varphi}{1 + \|\varphi\|^2} \int_{\Omega} u(y)\varphi(y)dy \right) \Big|_{\partial\Omega} \right\}.$$

Обратный оператор к  $L_K^{-1}$  имеет вид

$$u = L_K^{-1} f = L^{-1} f + \varphi \int_{\Omega} f(y)(L^{-1}\varphi)(y)dy. \tag{4.3}$$

Находим сопряженный оператор  $L_K^*$ . Из (4.3) для всех  $g \in L^2(\Omega)$  имеем

$$v = (L_K^{-1})^* g = L^{-1} g + L^{-1} \varphi \int_{\Omega} g(y)\varphi(y)dy,$$

Тогда

$$L_K^* = -\Delta v + \frac{\varphi}{1 + \|\varphi\|^2} \int_{\Omega} (\Delta v)(y)\varphi(y)dy = g,$$

$$D(L_K^*) = D(L) = \{v \in W_2^2(\Omega) : v|_{\partial\Omega} = 0.\}$$

В силу Следствия 1.4 спектр оператора  $L_K^*$  состоит только из действительных положительных собственных значений, соответствующих собственным функциям, образующим базис Рисса в  $L^2(\Omega)$ . Заметим, что

$$(L_K^* v)(x) = -(\Delta v)(x) + \frac{\varphi(x)}{1 + \|\varphi\|^2} F(v) = g(x),$$

где  $F \in W_2^{-2}(\Omega)$  и

$$F(v) = \int_{\Omega} (\Delta v)(y)\varphi(y)dy.$$

Это понимается в смысле определения пространства  $H^{-s}(\Omega)$ ,  $s > 0$ , так же, как и в Теореме 12.1 (см.[10, с.71]).

Таким образом, мы построили пример  $L_K^*$  несамосопряженного сингулярно возмущенного оператора с действительным спектром. Более того, спектр этого оператора в точности совпадает со спектром задачи Дирихле, а соответствующие собственные векторы образуют базис Рисса в  $L^2(\Omega)$ .

### ЛИТЕРАТУРА

- 1 Кокебаев Б.К., Отелбаев М., Шыныбеков А.Н. О расширениях и сужениях операторов в банаховом пространстве // Успехи матем. наук. –1982, вып. 4. – С. 116-123.
- 2 Вишик М.И. Об общих краевых задачах для эллиптических дифференциальных уравнений // Труды Московского матем. общества. – 1952. – Т.1. – С. 187-246.
- 3 Hamburger H.L. Five notes on a generalization of quasi-nilpotent transformations in Hilbert space // Proc. London Math. Soc. 3:1 (1951), p. 494-512.
- 4 Бияров Б.Н. Спектральные свойства корректных сужений и расширений оператора Штурма-Лиувилля // Дифференциальные уравнения. – 1994. – Т. 30, №12. – С. 2027-2032.

- 5 Wu D.Y., Chen A. Spectral inclusion properties of the numerical range in a space with an indefinite metric // Linear Algebra Appl. 435 (2011), p. 1131-1136.
- 6 Radjavi H., Williams J.P. Products of self-adjoint operators // Michigan Math. J. 16 (1969), p. 177-185.
- 7 Williams J.P. Spectra of products and numerical ranges // J. Math. Anal. Appl. 17 (1967), p. 214-220.
- 8 Radjabalipour M., Radjavi H. On the geometry of numerical ranges // Pacific J. Math. 61:2 (1975), p. 507-511.
- 9 Biyarov B.N., Svistunov D.A., Abdrasheva G.K. Correct singular perturbations of the Laplace operator // Eurasian Math. J. – 2020. – Vol.11, No. 4. - P. 25-34.
- 10 Lions J.-L., Magenes E. Non – Homogeneous Boundary Value Problems and Applications. – Berlin: Springer-Verlag, 1972.

#### REFERENCES

- 1 Kokebaev B.K., Otelbaev M., SHynybekov A.N. O rasshirenyah i suzheniyah operatorov v banahovom prostranstve // Uspekhi matem. nauk. – 1982, vyp. 4. – S. 116-123.
- 2 Vishik M.I. Ob obshchih kraevykh zadachah dlya ellipticheskikh differentsial'nykh uravneniy // Trudy Moskovskogo matem. obshchestva. – 1952. – T.1. – S. 187-246.
- 3 Hamburger H.L. Five notes on a generalization of quasi-nilpotent transformations in Hilbert space // Proc. London Math. Soc. 3:1 (1951), p. 494-512.
- 4 Biyarov B.N. Spektral'nye svojstva korrektnykh suzhenij i rasshirenij operatora SHturma-Liuvillya // Differentsial'nye uravneniya. – 1994. – T. 30, №12. – S. 2027-2032.
- 5 Wu D.Y., Chen A. Spectral inclusion properties of the numerical range in a space with an indefinite metric // Linear Algebra Appl. 435 (2011), p. 1131-1136.
- 6 Radjavi H., Williams J.P. Products of self-adjoint operators // Michigan Math. J. 16 (1969), p. 177-185.
- 7 Williams J.P. Spectra of products and numerical ranges // J. Math. Anal. Appl. 17 (1967), p. 214-220.
- 8 Radjabalipour M., Radjavi H. On the geometry of numerical ranges // Pacific J. Math. 61:2 (1975), p. 507-511.
- 9 Biyarov B.N., Svistunov D.A., Abdrasheva G.K. Correct singular perturbations of the Laplace operator // Eurasian Math. J. – 2020. – Vol.11, No. 4. – P. 25-34.
- 10 Lions J.-L., Magenes E. Non – Homogeneous Boundary Value Problems and Applications. – Berlin: Springer-Verlag, 1972.

**Б. Н. БИЯРОВ, З. А. ЗАКАРИЕВА**

*Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университеті  
Қазақстан, Нұр-Сұлтан қ.*

#### **МАКСИМАЛДЫ СЫЗЫҚТЫ ОПЕРАТОРДЫҢ КОРРЕКТІЛІ ТАРЫЛУЫНЫҢ МЕНШІКТІ ВЕКТОРЛАР ЖҮЙЕСІНІҢ РИСС БОЙЫНША БАЗИСТІЛІГІ ТУРАЛЫ**

*Бұл жұмыс корректілі тарылудың симметриялы минималды оператор жағдайындағы кейбір өзіне - өзі түйіндес операторлардың ұқсастығына арналған. Нәтижесінде алынған теорема*

*Штурм - Лиувиль операторына қолданылды, өзіне - өзі түйіндес емес сингулярлы ұйытқыған оператордың спектрі нақты және оған сәйкес келетін меншікті векторларының жүйесі Рисс базисін құрайтыны көрсетілді.*

**Түйін сөздер:** *максималды (минималды) оператор, корректілі тарылу, корректілі кеңею, нақты спектр, өзіне түйіндес емес оператор*

**B. N. BIYAROV, Z. A. ZAKARIYEVA**

*Eurasian national university named after L.N. Gumiylev  
Kazakhstan, c.Nur-Sultan*

### **ON THE BASICITY BY RIESZ OF THE EIGENVECTORS SYSTEM OF A CORRECT RESTRICTION OF THE MAXIMALITY LINEAR OPERATOR**

*The work is devoted to the study of the similarity of a correct restriction to some self-adjoint operator in the case when the minimal operator is symmetric. The resulting theorem was applied to the Sturm-Liouville operator and the Laplace operator. It is shown that the spectrum of a non self-adjoint singularly perturbed operator is real and the corresponding system of eigenvectors forms a Riesz basis.*

**Keywords:** *Maximal (minimal) operator, correct restriction, correct extension, real spectrum, non self-adjoint operator.*

**Е. Т. БОЖАНОВ, С. Н. БУГАНОВА\*,  
А. Ж. ТОЛГАНБАЕВ**

*Казахский национальный исследовательский технический университет  
им. К. И. Сатпаева, Алматы, Казахстан  
Международная образовательная корпорация, Алматы, Казахстан*

## **ВЫПУЧИВАНИЕ И КОЛЕБАНИЕ ПРИСТЕНОЧНОГО СЛОЯ ЦЕПНОЙ ДВУХМАССОВОЙ СИСТЕМЫ ПРИ ВХОДЕ В АППАРАТ ДЛЯ ТУРБУЛИЗАЦИИ ПОТОКА В ТЕПЛООБМЕННИКЕ**

*Разработана математическая модель интенсификации теплообмена при входе в аппарат для турбуликации. Предложены рациональные формулы выпучивания и колебания пристеночного слоя цепной двухмассовой системы. Получены распределения возмущений, вызванных промежуточной внутренней неустойчивостью прецентрального слоя после снятия условий под сосредоточенной перерезывающей нагрузкой в зонах затвердения, кристаллизации и охлаждения.*

**Ключевые слова:** *трубчатая конструкция, прецентральный слой, центральный аномальный слой, возмущения, устойчивость, нефтенасыщенность.*

**Введение.** Рассмотрим механическую систему из двух основ:

- трубчатая конструкция с переменными параметрами под действием активной и реактивной критической силы;
- прецентральный слой под действием силы вышестоящих слоев, лежащих на основании разных типов при неоднородных граничных условиях.

### **1. Распределение возмущений, вызванных промежуточной неустойчивостью пристеночного слоя цепной двухмассовой системы**

$$\varepsilon(x) \frac{d^4 w}{dx^4} + A_2 \varepsilon''(x) \frac{d^2 w}{dx^2} = \frac{k_1 + \eta_1}{k_2}, \quad (1.1)$$

где  $A_2 = 2(a^2 - v^2 c^2) + 4(a + c + 1)^2 + 4(a - 1)(c - 1) - 1$ ,

$$[2(v^2 c^2 - a^2) - (2a - 1)(2c - 1)](2a + 2c - 1) = 0'$$

$$(a^2 - v^2 c^2)(a^2 + 4ac + 4c^2 - v^2 c^2) - b^4 c^4 x^{4c} = 0, 6 - 4a - 4c = 0 \quad (1.2)$$

Фундаментальное решение

$$W_0(x) = x^\alpha [C_1 J_\nu(u) + C_2 Y_\nu(u) + C_3 J_\nu(iu) + C_4 Y_\nu(iu)], \quad u = bx^c \quad (1.3)$$

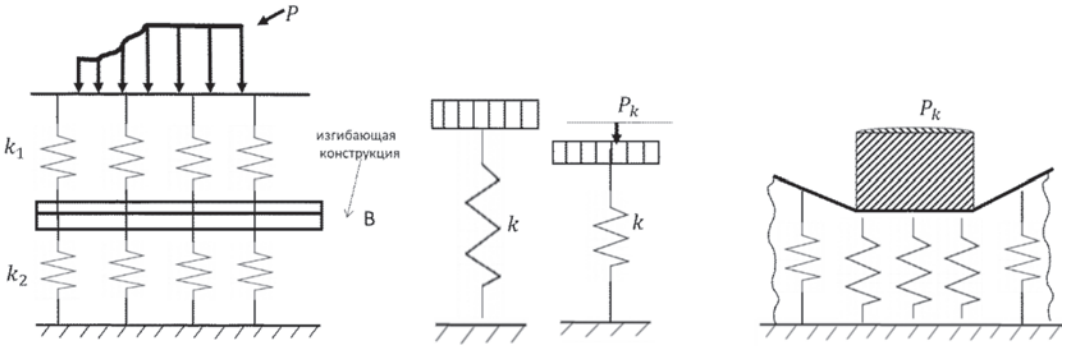
здесь  $\varepsilon(x)$  – изменение жесткости поперечного сечения наименьшего радиуса инер-

---

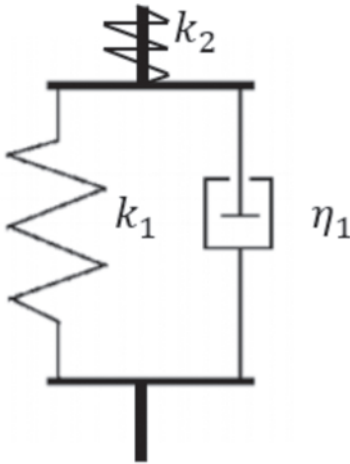
\* E-mail корреспондирующего автора: svetlanabuganova7@gmail.com

ции;  $k = \{k_1; k_2\}$  – изменение параметров жесткости продольной критической силы;  $\eta(x) = \eta_1 = const$  – коэффициент кинематической вязкости.

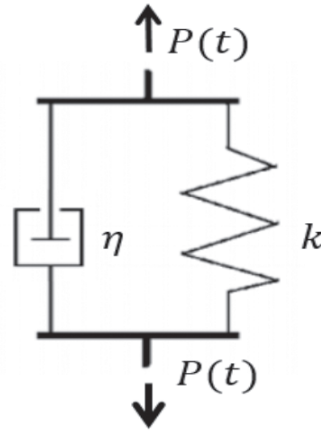
Для моделей характерны (рис. 1): а)  $P_{\text{реак.сила}} = kW$ ;



а) Модель реакции типа Вилера



б) Модель Пастернака



в) Модель СЛТ

Рисунок 1 – Модели реакций разных типов

б)  $\frac{dp}{dt} + \frac{k_1 + k_2}{\eta_1} P = k_2 \frac{dW}{dt} + \frac{k_1 k_2}{\eta_1} W$ , демпфер участвует в промежуточных процес-

сах технологии  $k \gg \eta$  ;

в)  $P = kW + \eta \frac{dW}{dt}$ , демпфер участвует в промежуточных процессах технологии

$k \gg \eta$  ;

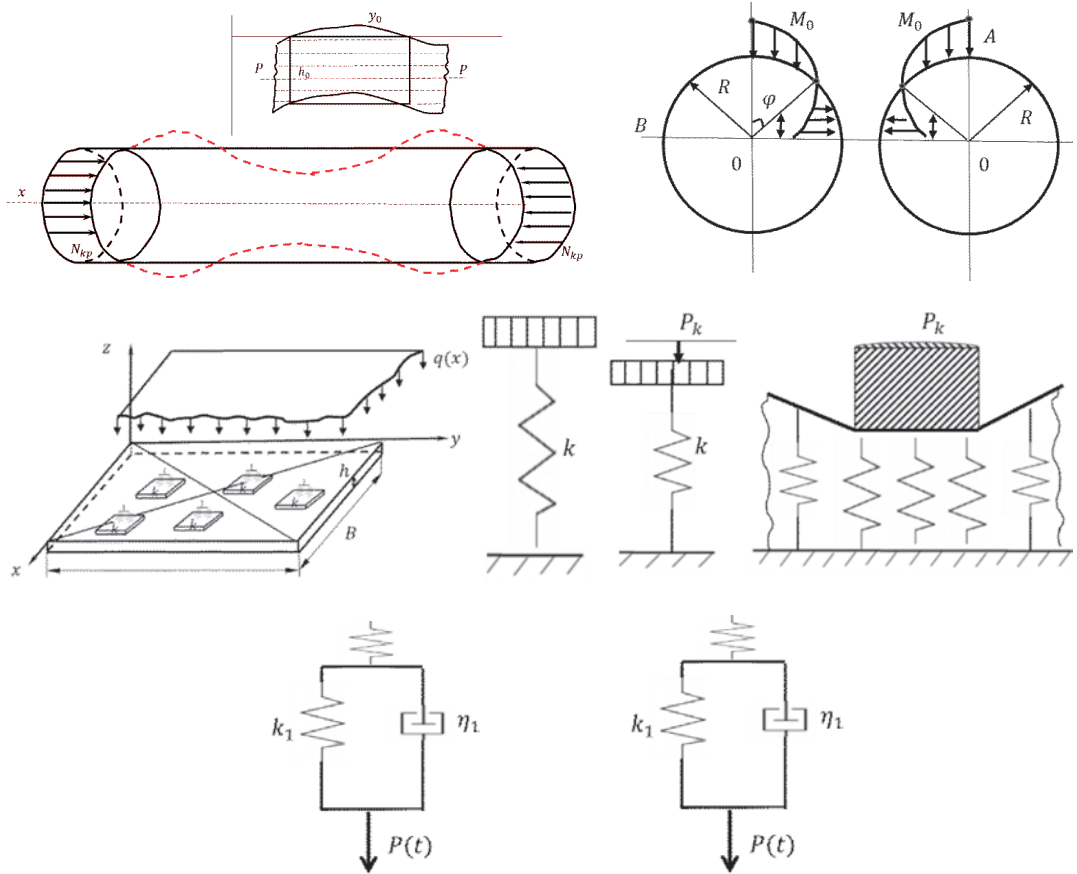


Рисунок 2 – Модели функционирования продольной критической нагрузки и модель реакции типа Винклера

Для моделей рисунка 2 очевидно

$$N_{кр} = -N_1 \frac{d^2W}{dx^2}, P_{\text{реак.сила}} = kW$$

$$\frac{dp}{dt} + \frac{k_1 + k_2}{\eta_1} P = k_2 \frac{dW}{dt} + \frac{k_1 k_2}{\eta_1} W, \text{ демпфер участвует в промежуточных процессах}$$

технологии  $k \gg \eta$  ;

$$\frac{dp}{dt} + \frac{k_2}{\eta_1} P = (k_1 + k_2) \frac{dW}{dt} + \frac{k_1 k_2}{\eta_1} W, \text{ демпфер участвует в промежуточных процес-}$$

сах технологии  $k \gg \eta$  .

Масса смеси в продольном направлении в зависимости от значений  $\varepsilon(x)$  цепной двухмассовой системы определим:

$$m_1 = \int_0^x \frac{\rho_0}{\sqrt{2\pi\sigma}} e^{-\frac{(h-a)^2}{2\sigma^2}} dh, \quad \sigma = 0,4; \quad a = 0,2; \quad \varepsilon(x) = \frac{1}{x} \quad (1.4)$$



$$m_2 = \int_0^x \frac{\rho_0}{\sqrt{2\pi\sigma}} e^{-\frac{(h-a)^2}{2\sigma^2}} dh, \quad \sigma = 0,3; \quad a = 0,35; \quad \varepsilon(x) = \frac{1}{1-x}$$

Граничные условия

$$\begin{aligned} W(x)|_{x=0} &= k_1; \quad \frac{dW}{dx}|_{x=0} = \eta_1, \\ \frac{dW^2}{dx^2}|_{x=1} &= \frac{k_1 + k_2}{\eta_1}; \quad \frac{dW^3}{dx^3}|_{x=1} = 0 \end{aligned} \tag{1.5}$$

здесь  $h$  толщина эквивалентного слоя,  $a = m_x$  – математическое ожидание;  $\sigma = \sqrt{D(x)}$  – среднеквадратическое отклонение;  $D(x)$  – дисперсия;  $\rho$  – плотность.

Масса, жесткость, вязкость, теплопроводность определяются:

$$\begin{aligned} m(x) &= \int_L P(s) ds, \quad k(x) = \int_L k_j W(x) dm, \\ B(x) &= \int_L \eta_j \frac{dW}{dx} dm, = \int_L \frac{1}{x} \frac{dW}{dx} T_j W(x) dW, \end{aligned} \tag{1.6}$$

где  $T_{кр}$  – теплоемкость.

**2. Распределение возмущений, вызванных промежуточный внутренней неустойчивостью пристеночного слоя после снятия условий под сосредоточенной нагрузкой в зоне кристаллизации.**

Математическая модель [3], [4].

$$\frac{d^2W}{dx^2} + \frac{k_1 + k_2}{\eta_1} W(x) = (1-x)(C_1 x + C_2) \tag{2.1}$$

границные условия

$$\begin{aligned} W(x)|_{x=0} &= k_1; \quad \frac{dW}{dx}|_{x=0} = \eta_1, \quad \varepsilon(x) = \frac{1}{x}, \\ \frac{dW^2}{dx^2}|_{x=1} &= \frac{k_1 + k_2}{\eta_1}; \quad \frac{dW^3}{dx^3}|_{x=1} = 0 \end{aligned} \tag{2.2}$$

Общее решение дифференциального уравнения (2.2):

$$W(x) = C_3 e^{\alpha x} + C_4 e^{-\alpha x} + \frac{1}{\alpha^2} \left( x^2 - x + \frac{2}{\alpha^2} \right) C_1 + \frac{1}{\alpha^2} (x-1) C_2, \quad \alpha = \sqrt[3]{\frac{k_1 + k_2}{\eta_1}} \tag{2.3}$$

Подставляя (2.3) в граничные условия (2.2), определим произвольные постоянные  $C_1, C_2, C_3, C_4$  и подставим их в решение:

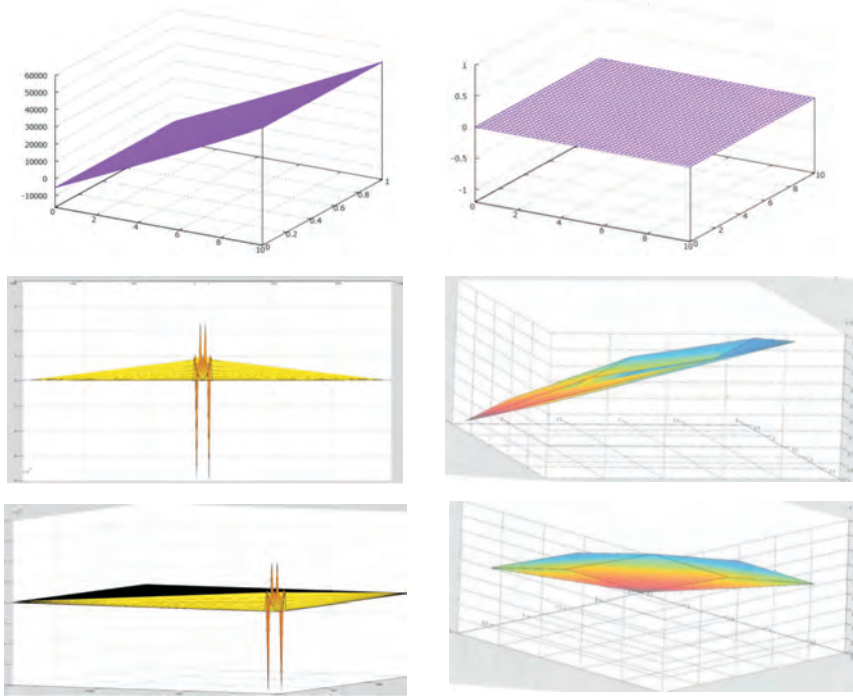
$$W(x) = \frac{1}{2} \frac{1}{\Delta} \left\{ \frac{1}{\alpha^2} [(2 - \alpha^2)\alpha^2 - 2\alpha^2(k_1 + \eta_1)] ch\alpha(1-x) + [\alpha^2(ch\alpha - \alpha sh\alpha) - \alpha^2(k_1 + \eta_1)] \right\} \tag{2.4}$$

$$+ \eta_1) \left[ x^2 - x + \frac{2}{\alpha^2} \right] \left. \right\} + \frac{1}{2} \frac{1}{\Delta} \frac{1}{\alpha} \{ [2(\alpha^2 k_1 + 2\eta_1) - \alpha(\alpha^2 + 2\eta_1)] ch\alpha - 2(\alpha^2 + 2\eta_1) sh\alpha \} (1-x)$$

здесь  $\Delta = (1 + \alpha) sh\alpha - e^\alpha$ ,  $\alpha = \sqrt[3]{\frac{k_1 + k_2}{\eta_1}}$

- a)  $k_1 = 75,6; k_2 = 75,6; \eta_1 = 0,94; \eta_2 = 0$
  - b)  $k_1 = 95; k_2 = 386; \eta_1 = 0,765; \eta_2 = 0$
- (2.5)

На рисунке 3 приведены изгибные деформации формы поперечного сечения и центрального слоя цепной двухмассовой системы зоны кристаллизации.



a)

b)

**Рисунок 3** – Изгибная деформация формы поперечного сечения зоны кристаллизации при неоднородных граничных условиях и:  
 а) при  $k_1 = 75,6, \eta_1 = 0,94$  б)  $k_1 = 25, k_2 = 386, \eta_1 = 0,765$

**3. Распределение возмущений, вызванных промежуточный внутренней неустойчивостью пристеночного слоя после снятия условий сосредоточенного момента в зоне охлаждения.**

Математическая модель [4], [5].

$$\frac{d^2W}{dx^2} - \frac{k_1 + k_2}{\eta_1} W(x) = (C_1 x + C_2) x \tag{3.1}$$

граничные условия (формула изобретения)

$$W(x)|_{x=0} = k_1; \quad \left. \frac{dW}{dx} \right|_{x=0} = \eta_1, \quad \varepsilon(x) = \frac{1}{x},$$

$$\left. \frac{dW^2}{dx^2} \right|_{x=1} = k_2; \quad \left. \frac{dW^3}{dx^3} \right|_{x=1} = 0 \tag{3.2}$$

Общее решение дифференциального уравнения (3.1):

$$W(x) = C_3 e^{\alpha x} + C_4 e^{-\alpha x} + \frac{1}{\alpha^2} \left( x^2 - \frac{1}{\alpha^2} \right) C_1 + \frac{1}{\alpha^2} x C_2, \quad \alpha = \sqrt[3]{\frac{k_1 + k_2}{\eta_1}} \tag{3.3}$$

Подставляя (3.3) в граничные условия (3.2), определим произвольные постоянные  $C_1, C_2, C_3, C_4$  и подставим их в решение:

$$W(x) = \frac{1}{2} \frac{1}{\Delta} \left\{ \frac{1}{\alpha^2} [(\alpha^2 - 3)k_1 - (\eta_1 - k_2)] sh\alpha(1-x) + 2(\eta_1 - k_2) sh\alpha x + 2\alpha k_1 e^{-\alpha x} \right\} +$$

$$\frac{1}{\Delta} \left\{ [(\alpha + 1)e^\alpha k_1 - (\eta_1 - k_2)] ch\alpha + (\eta_1 - k_2)e^\alpha \right\} + (\alpha^2 x^2 - 1) \frac{1}{x^2} + \frac{1}{\Delta} \left\{ [\alpha(\alpha^2 + 3)k_1 + \alpha k_2 - (\alpha^2 - 3)\eta_1] ch\alpha + 2\alpha k_2 + (\alpha^2 - 3)e^\alpha \eta_1 \right\} \tag{3.4}$$

здесь  $\Delta = (2\alpha^2 - \alpha - 6)sh\alpha + \alpha(\alpha^4 + 4), \quad \alpha = \sqrt[3]{\frac{k_1 + k_2}{\eta_1}},$

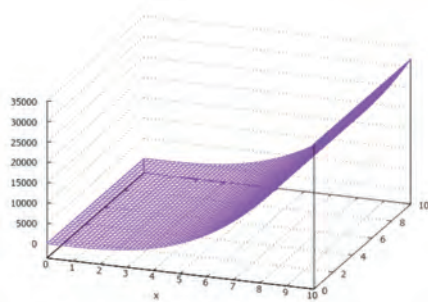
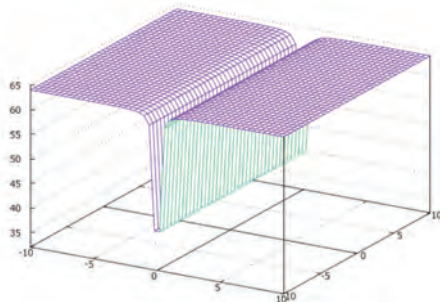
- a)  $k_1 = 25; k_2 = 386; \eta_1 = 0,765;$
- b)  $k_1 = 25; k_2 = 786; \eta_1 = 0,765.$

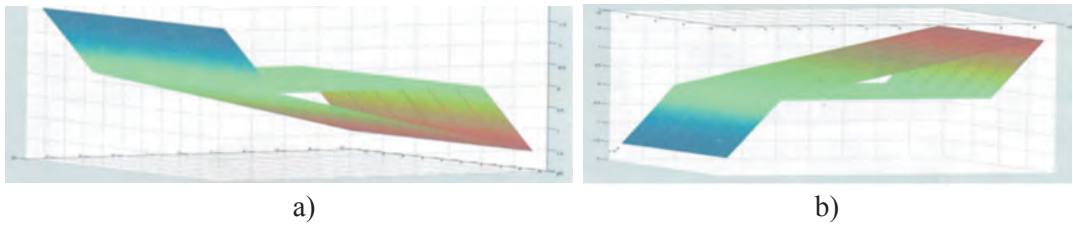
На рисунке 4 приведены изгибные деформации формы поперечного сечения пред-центрального слоя цепной двухмассовой системы зоны плавления.

**4. Собственное колебание.**

В частности, если продольная критическая сила  $N_1(x) = 0$ , то

$$\frac{d^2}{dx^2} \left[ \varepsilon(x) \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} \right] = 0 \tag{4.1}$$





**Рисунок 4** – Изгибные деформация формы поперечного сечения предцентрального слоя цепной двухмассовой системы зоны плавления при неоднородных граничных условиях:

а) при  $k_1 = 75,6, \eta_1 = 0,94$  б)  $k_1 = 25, k_2 = 386, \eta_1 = 0,765$

граничные условия

$$W(x)|_{x=0} = k_1; \frac{dW}{dt} \Big|_{x=0} = \eta, \tag{4.2}$$

$$W(x)|_{x=1} = k_1; \frac{dW}{dt} \Big|_{x=1} = \eta_1, k_1 = k_2$$

Если  $\epsilon(x) = \frac{1}{x}$ , то  $W(x) = (50x^3 - 15x^2 + x)\eta_1 + k_1$  (4.3)

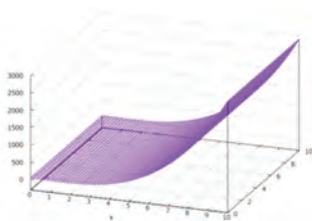
Если  $\epsilon(x) = \frac{1}{1-x}$ , то  $W(x) = \frac{1}{9}(50x^3 - 105x^2 + 54x)\eta_1 + k_1$  (4.4)

Если  $\epsilon(x) = \frac{1}{\sin \omega x}$ ,  $\omega = \frac{\pi}{4}$ , а граничные условия

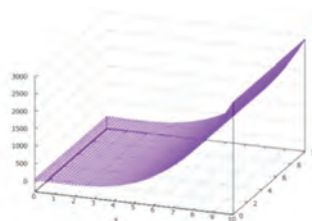
$$W(x)|_{x=0} = 0; \frac{dW}{dt} \Big|_{x=0} = 0, \Gamma' - \text{Грина}$$

$$\frac{dW^2}{dx^2} \Big|_{x=1} = 0; \frac{dW^3}{dx^3} \Big|_{x=1} = 0, \Gamma'''$$

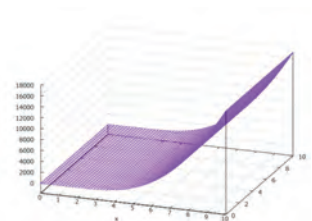
то  $W(x) = \frac{40}{\pi^4} \left[ 768 \sin \frac{\pi}{4} x + \sqrt{2} \pi^3 x^3 + 3\sqrt{2}(4 - \pi) \pi^2 x^2 - 192 \pi x \right]$  (4.5)



а)  $k_1 = 44; k_1 = 44$   
 $\eta_1 = 0,66;$



б)  $k_1 = 89; k_1 = 89;$   
 $\eta_1 = 0,87;$



в)  $k_1 = 386; k_1 = 386;$   
 $\eta_1 = 0,92;$

**Рисунок 5** – Изгибные деформация формы поперечного сечения предцентрального слоя цепной двухмассовой системы при неоднородных граничных условиях

### **Выводы:**

Предложена математическая модель решения технической задачи для последовательно двигающихся жидкостей с несущественной разницей вязкостей в механической системе.

Предцентральный слой (отличия от центрального слоя):

– средняя эффективная нефтенасыщенность на 5% больше, чем в центральном слое; – давление на 45 % выше, чем в центральном слое (МПА); – технологическая температура одинаковая ( $T^{\circ}\text{C}$ ); – давление насыщения одинаковое (МПА); – газосодержащие на 34,5 % выше, чем в центральном слое ( $\text{м}^3/\text{т}$ ); – плотность на 2,2 % меньше, чем в центральном слое ( $\text{г}/\text{см}^3$ ); – вязкость на 67 % меньше, чем в центральном слое (МПА\*с), а в зоне ВНК на 85,7% меньше, чем в центральном слое.

### **ЛИТЕРАТУРА**

1 Божанов Е.Т., Енсебаева М.З., Дадаева А.Н. О математической модели выпучивания цепной двухмассовой системы, применительно к транспортировке нефтяной смеси // Вестник КазННТУ. – 2018. – №2 (126). – С.550-555.

2 Божанов Е.Т., Ибраимкулов А.М., Секеев К.М. Надежность технологического потока перекачки нефти как система процесса // Вестник Казахского национального технического университета им. К.И. Сатпаева. – 2012. – № 5(93). – С. 40-48.

3 Божанов Е.Т., Буганова С.Н., Токибетов Ж.А. Надежность динамического расчета перекачки нефтяной смеси в цепной четырехмассовой системе с учетом тепловолнового воздействия. Сборник докладов Второго Международного Джолдасбековского Симпозиума «Механика Будущего», 1-5 марта 2021 года: Электронный. – Алматы, 2021. – С.27-34.

4 Божанов Е.Т., Токибетов Ж.А., Буганова С.Н. Решение первой краевой задачи для цепной четырехмассовой эллиптической системы с параметром. Сборник тезисов Традиционной международной апрельской математической научной конференции, посвященной 75-летию академика НАН РК Кальменова Т.Ш., 5-8 апреля 2021 года: Электронный. – Алматы, 2021. – С.148-149.

5 Цейтлин А. И., Егорова О. Д. Гармонические колебания многомассовых систем с частотно-независимым внутренним трением, описываемым комплексной и упруговязкой моделями // Исследования по динамике сооружений: сб. науч. тр./ЦНИИСК им. В.А. Кучеренко. – 1984. – С. 32-47.

6 Божанов Е.Т., Сугиров Д.У., Ержанов К.Ш. Математическая модель турбулизирующей установки в прямоугольном канале // Вестник НПЦ «Перерабатывающая и пищевая промышленность». – 2004. – № 2. – С. 40–45.

### **REFERENCES**

1 Bozhanov E. T., Yensebaeva M. Z., Dadaeva A. N. On the mathematical model of buckling of a chain two-mass system as applied to the transportation of an oil mixture // Bulletin of KazNITU. - 2018. - №2 (126), - P. 550-555.

2 Bozhanov E. T., Ibraimkulov A.M., Sekeev K. M. The reliability of the technological flow of oil pumping as a process system // Bulletin of the K. I. Satpayev Kazakh National Technical University. – 2012. – № 5(93). – Pp. 40-48.

3 Bozhanov E. T., Buganova S. N., Tokibetov Zh. A. The reliability of dynamic calculation of an oil mixture pumping in a chain four-mass system taking into account the thermal wave effect. Collection of reports of the Second International Dzholdasbekov Symposium “Mechanics of the Future”, March 1-5, 2021: Electronic. - Almaty, 2021. - p. 27-34.

4 Bozhanov E. T., Tokibetov Zh. A., Buganova S. N. Solution of the first boundary value problem for a chain four-mass elliptic system with a parameter. Collection of abstracts of the Traditional International April Mathematical Scientific Conference dedicated to the 75th anniversary of Academician of the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan T. S. Kalmenov, April 5-8, 2021: Electronic. - Almaty, 2021. - pp. 148-149.

5 Tseitlin A. I., Egorova O. D. Harmonic oscillations of multi-mass systems with frequency-independent internal friction described by complex and elastic-viscous models //Research on the dynamics of structures: collection of scientific works. /TSNIISK named after V. Kucherenko. - 1984. - pp. 32-47.

6 Bozhanov E. T., Sugirov D. U., Yerzhanov K. Sh. Mathematical model of a turbulizing installation in a rectangular channel//Bulletin of the NPC "Processing and food industry". - 2004. - No. 2. - pp. 40-45.

***E. T. БОЖАНОВ, С. Н. БУГАНОВА, Ж. А. ТОЛГАНБАЕВ***

*Қазақ ұлттық техникалық зерттеу университеті. Қ. И. Сатпаев,  
Алматы, Қазақстан  
Халықаралық білім беру корпорациясы, Алматы, Қазақстан*

### **ЖЫЛУ АЛМАСТЫРҒЫШТАҒЫ АҒЫНДЫ ТУРБУЛИЗАЦИЯЛАУҒА АРНАЛҒАН АППАРАТҚА КІРГЕН КЕЗДЕ ТІЗБЕКТИ ЕКІ МАССАЛЫҚ ЖҮЙЕНІҢ ҚАБЫРҒА ҚАБАТЫНЫҢ БУЛАНУЫ ЖӘНЕ ТЕРБЕЛУІ**

*Турбулизация аппаратына кірген кезде жылу беруді қарқындатудың математикалық моделі жасалды. Екі массалық тізбекті жүйенің қабырға қабатының дөңестенуі мен тербелісінің рационалды формулалары ұсынылған. Орталыққа дейінгі қабаттың аралық ішкі тұрақсыздығынан туындаған бұзылулардың үлестірімі қаттылық, кристаллизация және салқындату аймақтарында концентрацияланған ығысу жүктемесі жағдайларын жойғаннан кейін алынған.*

***Түйін сөздер:*** құбырлы құрылым, орталыққа дейінгі қабат, орталық аномальды қабат, ауытқулар, тұрақтылық, мұнайдың қанығуы.

***E. T. BOZHANOV, S. N. BUGANOVA, A. ZH. TOLGANBAEV***

*K. I. Satpayev Kazakh National Research Technical University, Almaty, Kazakhstan  
International Educational Corporation, Almaty, Kazakhstan*

### **BUCKLING AND OSCILLATION OF THE WALL LAYER OF THE CHAIN TWO-MASS SYSTEM AT THE ENTRANCE TO THE APPARATUS FOR TURBULIZING THE FLOW IN THE HEAT EXCHANGER**

*A mathematical model of heat exchange intensification at the entrance to the turbulence apparatus has been developed. Rational formulas for buckling and oscillation of the wall layer of a chain two-mass system are proposed. Distributions of perturbations caused by the internal instability of the pre-central layer after abolishing conditions under a focused shear load in the zones of solidification, crystallization and cooling are obtained.*

***Keywords:*** tubular structure, precentral layer, central anomalous layer, perturbations, stability, oil saturation.



**Р. К. КЕРИМБАЕВ, Л. С. СПАНКУЛОВА\***

*Казахский национальный университет имени аль-Фараби,  
Алматы, Казахстан*

## **СВЯЗЬ КОЭФФИЦИЕНТОВ ЭРРОУ-ПРАТТА С КАСАТЕЛЬНОЙ К ФУНКЦИИ ПОЛЕЗНОСТИ**

*В статье изучена задача определения некоторых свойств функций полезности с использованием геометрической интерпретаций значения коэффициента Эрроу - Пратта. В частности, раскрыты геометрические свойства коэффициента Эрроу-Пратта, которая определяет расстояние от начала координат до прямой параллельной к касательной прямой в точке, где вычисляется этот коэффициент. Предполагается, что значение функций полезности положительно, а область определения – действительная прямая. Следовательно, возрастание и убывание значения коэффициента определяет выпуклость или вогнутость функции полезности. С возрастанием значения коэффициента Эрроу-Пратта касательная прямая удаляется от начала координат. Этот процесс описывает выпуклость функций полезности. Наш подход заключается в том, что с помощью касательной прямой и прямой параллельной к касательной со свободным членом, связанный с дисперсией переменных и коэффициентом Эрроу-Пратта мы определяем поведение функции полезности: монотонность, выпуклость. Приведены двадцать четыре различных вариантов расположения этих прямых относительно начала координат, которые разделены на четыре группы, в зависимости от знаков первой и второй производной функций полезности в точке, где проходит касательная прямая.*

**Ключевые слова:** коэффициент Эрроу-Пратта, функция полезности, гессиан, якобиан, аналитическая геометрия.

**Введение.** Цель этого исследования заключается в том, чтобы установить связь коэффициентов Эрроу-Пратта с касательной к функции полезности. В экономике функции полезности можно исследовать двояко: во-первых, эмпирически – как способ описать наблюдаемое поведение в ряде контекстов, например, финансовых решениях; во-вторых, теоретически – как исследование свойств этих функций, пригодных для описания ряда экономических задач. В рамках этого второго подхода, их авторы всегда и без исключения мотивируют свои постановки задач реальными случаями – например, предпочтения на множестве портфелей из нескольких активов с разным уровнем риска, или мера отношения к рискам, накладывающийся друг на друга. По этим темам существует обширная литература [1].

**Методология и результаты исследования.** Теория отношения к риску впервые появляется в работе [2], где излагаются два типа отношения людей к риску: предпочтение риска и неприятие риска.

В [3] и [4] предложено использовать в качестве меры неприятия риска отношение второй производной функции полезности  $u(x)$  к первой, взятое с отрицательным знаком:  $-u''(x)/u'(x)$ , где  $u = u(x)$  – функция, отражающая зависимость общей полезности от количеств потребляемых благ. Вогнутая функция полезности характеризует неприятие риска, пропорциональное степени вогнутости функции. Эта мера является

---

\* E-mail корреспондирующего автора: [spankulova@mail.ru](mailto:spankulova@mail.ru)

инвариантной относительно линейных преобразований, и имеет постоянное значение для линейных и экспоненциальных функций полезности.

В [5] подробно исследовал функцию полезности, зависящую от одной переменной. Существует также функция полезности, которая зависит от множества переменных, например, функция Кобба-Дугласа.

Проведенный в [6] анализ показал, что функции полезности формулируются следующим образом:

1.  $u(x) = Ax^\infty$ ,  $0 < \infty < 1$ ,  $r_\rho(x) = \frac{1-\infty}{x}$ ;
2.  $u(x) = 1 - e^{-\infty x}$ ,  $\infty > 0$ ,  $r_\rho(x) = \infty$ ;
3.  $u(x) = \log_\infty(x)$ ,  $\infty > 0$ ,  $\infty \neq 1$ ;  $r_\rho(x) = \frac{1}{x+1}$ ;
4.  $u(x) = ax - bx^2$ ,  $a, b > 0$ ,  $x \in \left[0, \frac{a}{2b}\right]$ ;  $r_\rho(x) = \frac{2b}{a - 2bx}$ ,

где  $r_\rho(x)$  – коэффициент Эрроу-Пратта и рассчитывается по формуле  $r_\rho(x) = -\frac{u''(x)}{u'(x)}$ .

*Функция полезности от одной переменной.* Для исследования функций полезности  $u(x)$  введем переменную  $y$  и рассмотрим уравнение  $y = u(x)$ . Проведем касательную прямую к этому уравнению в точке  $(x_0, y_0)$ . Обозначим переменные в уравнении касательной прямой большими латинскими буквами. Получим общее уравнение касательной прямой  $Y - y_0 = u'(x_0)(X - x_0)$  или  $u'(x_0)X - Y = u'(x_0)x_0 - y_0$  (1). Если математическое ожидание переменной  $x$  равно нулю, т.е.  $E(x) = \sum_{i=1}^n x_i p_i = 0$ , то математическое ожидание функции  $x^2$  равно дисперсии, т.е.  $\delta^2 = E((x - E(x))^2) = E(x^2)$ .

Отсюда, разложив  $u(x_0 - x)$  в ряд Тейлора с точностью до  $x_0^2$ , и приравнявая его к  $-E(u(x_0 + x)) = E\left(u(x_0) + u'(x_0)x + \frac{1}{2}u''(x_0)x^2\right) = u(x_0) + \frac{1}{2}u'(x_0)\delta^2$ , получим выражение  $-xu'(x_0) = \frac{1}{2}\delta^2 u''(x_0)$ . Тогда получим коэффициент  $x = -\frac{u''(x_0)\delta^2}{2u'(x_0)}$  Эрроу-Пратта.

Если это же равенство рассматривать как уравнение относительно  $x$ , то правая часть является расстоянием от начала координат до прямой определенной этим уравнением.

Теперь в уравнении  $xu'(x_0) = \frac{1}{2}\delta^2 u''(x_0)$  переменную  $x$  переобозначим в  $X$ , а выражение  $Xu'(x_0) + \frac{1}{2}\delta^2 u''(x_0) = Y$  обозначим  $Y$ , получим уравнение прямой в точке  $x_0$   $Xu'(x_0) - Y = -\frac{1}{2}\delta^2 u''(x_0)$  (2). Прямая (2) параллельна касательной прямой (1). Теперь

вычислим расстояние от прямой  $u'(x_0)X - Y + \frac{1}{2}\delta^2 u''(x_0) = 0$  до начала координат:  $S = \frac{\delta^2 |u''(x_0)|}{2\sqrt{1 + u'(x_0)^2}}$ . Далее находим связь между величиной  $S$  и коэффициентом  $r_\rho(x_0)$

Эрроу-Пратта:  $S = \left| -\frac{u''(x_0)}{u'(x_0)} \right| \cdot \frac{\delta^2}{2\sqrt{1 + \frac{1}{u'(x_0)^2}}}$ . Если величина  $S$  не зависит от значения

$x_0$ , то касательная к кривой  $y = u(x)$  во всех точках лежит на одинаковом расстоянии от начала координат. Это может быть прямая и окружность, центр которой находится в начале координат. Поскольку окружность не является функцией, тогда функция полезности  $u(x)$  может быть только дугой окружности. Таким образом, если  $S(x_0) = const$ , то  $u(x) = a + bx$ ,  $a, b > 0$  или  $u(x) = \sqrt{r^2 - x^2}$ ,  $0 \leq x \leq r = S$ . В первом случае  $r_9(x) = 0$ . Во втором случае  $r_9(x) = -\frac{r^2}{\sqrt{(r^2 - x^2)^3}}$ . Т.е.  $r_9(x) = -\frac{S^2}{\sqrt{(S^2 - x^2)^3}}$ ,  $0 \leq x \leq S$ . А если  $r_9(x) = const$ , то  $u(x) = 1 - e^{-\infty x}$ ,  $\infty \geq 0$  и  $r_9(x) = \infty$ . При этом если  $r_9(x) = 0$ , то функция  $u(x)$

линейна. Следовательно, величина  $\frac{\delta^2}{2\sqrt{1 + \frac{1}{u'(x_0)^2}}}$  также важна. Предположим, что

функция  $S(x_0) = -\frac{u''(x_0)}{u'(x_0)} \cdot \frac{\delta^2}{2\sqrt{1 + \frac{1}{u'(x_0)^2}}}$  монотонна относительно  $x_0$ .

В зависимости от знака свободного члена уравнения  $u'(x_0)X - Y + \frac{1}{2}\delta^2 u'''(x_0) = 0$

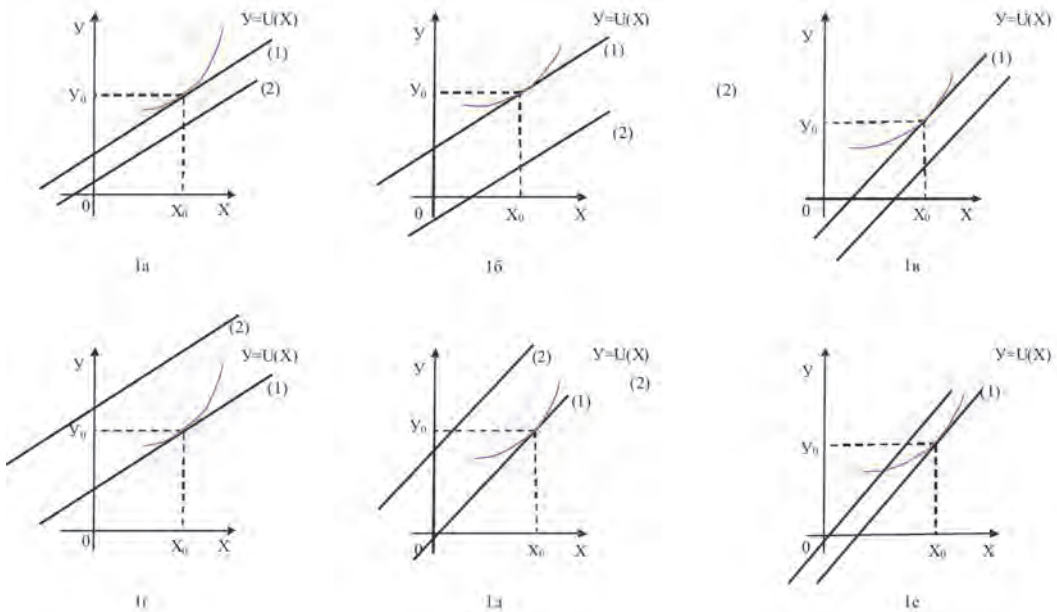
функция полезности  $u(x)$  будет выпуклая или вогнутая. Если  $u''(x_0) > 0$ , то функция  $u(x)$  вогнутая, если  $u''(x_0) < 0$ , то функция  $u(x)$  выпуклая. Нам нужно, чтобы  $u''(x_0)$  был отрицательным. Но здесь будет несколько случаев, поскольку величина  $u'(x_0)$  также присутствует.

В зависимости от значения коэффициентов в уравнении прямых (1), (2) и коэффициента Эрроу - Пратта получаются следующие скалярные величины:

$$\rho(x_0) = \frac{|u'(x_0)x_0 - y_0|}{\sqrt{1 + u'(x_0)^2}}, S(x_0) = \frac{\delta^2 |u''(x_0)|}{2\sqrt{1 + u'(x_0)^2}}, r_9(x) = -\frac{u''(x_0)}{u'(x_0)},$$

где  $\rho(x_0)$  и  $S(x_0)$  – расстояния от начала координат до прямой (1) и (2) соответственно.

1.  $u'(x_0) > 0$ ,  $u''(x_0) > 0$ . Как видно из этих условий, функция полезности  $y = u(x)$  в точке  $x_0$  возрастающая и вогнутая, а коэффициент  $r_9(x_0) < 0$ .

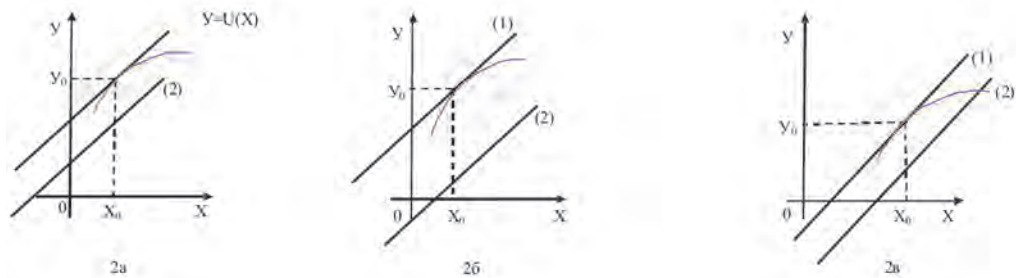


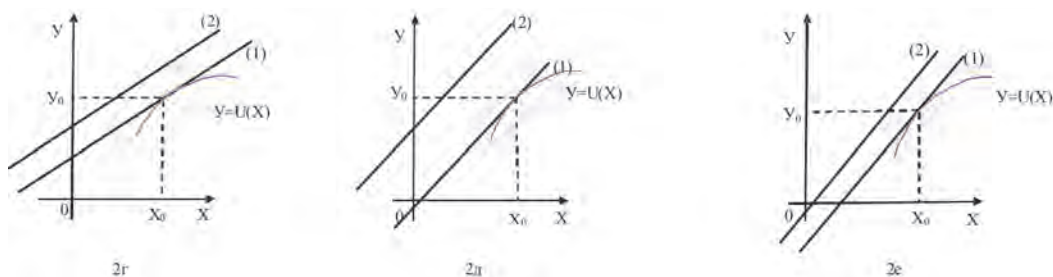
**Рисунок 1-6** – Расположение касательной прямой (1), прямой с коэффициентом Эрроу-Пратта (2) относительно начала координат (случай, когда функция полезности – возрастающая и вогнутая)

На рисунках 1-6 показаны все возможные случаи расположения касательной прямой (1), прямой, связанной с коэффициентом Эрроу-Пратта (2) относительно начала координат. Суть графиков в следующем: как показано на рисунках 1а и 1г с возрастанием значения аргумента расстояния от начала координат до прямых (1) и (2) уменьшается, так как функция полезности – возрастающая и вогнутая. На рисунке 1б расстояние от начала координат до прямой (1) уменьшается, а расстояние от начала координат до прямой (2) увеличивается, что связано с возрастанием значения аргумента. А в рисунке 1д, наоборот, расстояние от начала координат до прямой (1) увеличивается, а расстояние от начала координат до прямой (2) уменьшается. В рисунках 1в и 1е, расстояние от начала координат до прямых (1) и (2) одновременно увеличивается.

2.  $u'(x_0) > 0, u''(x_0) < 0$ . В этом случае функция полезности  $y = u(x)$  становится возрастающей и выпуклой,  $r_s(x_0) > 0$ .

Рассмотрим следующие шесть случаев (см. рисунок 7-12).





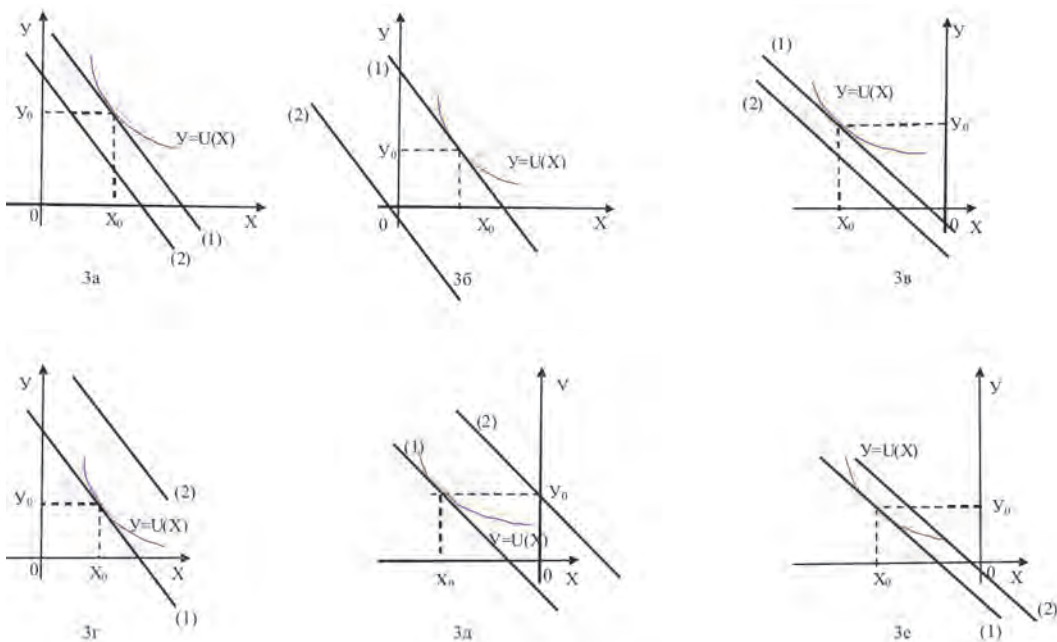
**Рисунок 7-12** – Расположение касательной прямой (1), прямой, связанной с коэффициентом Эрроу-Пратта (2) относительно начала координат (случай, когда функция полезности возрастающая и выпуклая)

Суть графиков 2а и 2г на рисунках 7-12 в следующем: с возрастанием значения аргумента расстояния от начала координат до прямых (1) и (2) увеличивается, так как функция полезности – возрастающая и выпуклая. На рисунке 2б расстояние от начала координат до прямой (1) увеличивается, а расстояние от начала координат до прямой (2) уменьшается, что связано с возрастанием значения аргумента. А в рисунке 2д, наоборот, расстояние от начала координат до прямой (1) уменьшается, а расстояние от начала координат до прямой (2) увеличивается. В рисунках 2в и 2е расстояние от начала координат до прямых (1) и (2) одновременно уменьшается.

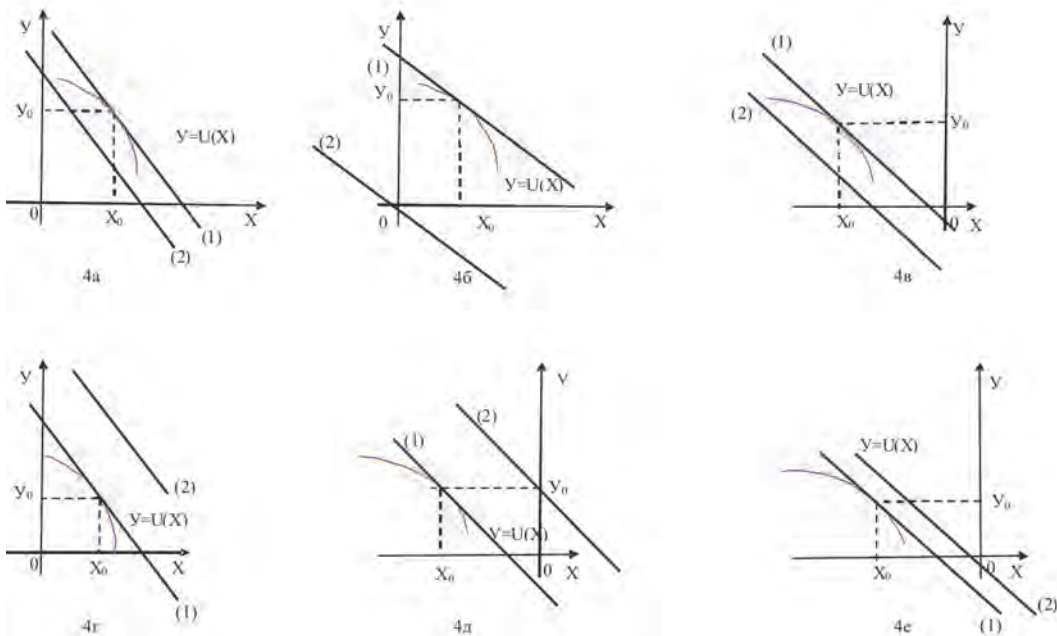
3.  $u'(x_0) < 0, u''(x_0) > 0$ . В этом случае функция полезности  $y = u(x)$  является убывающей и вогнутой, а  $r_3(x_0) > 0$ .

Суть графиков 3а и 3г на рисунках 13-18, в следующем: с возрастанием значения аргумента расстояния от начала координат до прямых (1) и (2) уменьшается, так как функция полезности – убывающая и вогнутая. На рисунке 3б расстояние от начала координат до прямой (1) уменьшается, а расстояние от начала координат до прямой (2) увеличивается, что связано с возрастанием значения аргумента. А в рисунке 3д, наоборот, расстояние от начала координат до прямой (1) уменьшается, а расстояние от начала координат до прямой (2) увеличивается. В рисунках 3в и 3е расстояние от начала координат до прямых (1) и (2) одновременно уменьшается. 4.  $u'(x_0) < 0, u''(x_0) > 0$ . В этом случае функция полезности  $y = u(x)$  становится убывающей и выпуклой, а  $r_3(x_0) < 0$ .

Суть графиков в следующем: как показано на рисунках 4а и 4г с возрастанием значения аргумента расстояния от начала координат до прямых (1) и (2) уменьшается, так как функция полезности – возрастающая и выпуклая. На рисунке 4б расстояние от начала координат до прямой (1) уменьшается, а расстояние от начала координат до прямой (2) увеличивается, что связано с возрастанием значения аргумента.



**Рисунок 13-18** – Расположение касательной прямой (1), прямой, связанной с коэффициентом Эрроу-Пратта (2) относительно начала координат (случай, когда функция полезности – убывающая и вогнутая)



**Рисунок 19-24** – Расположение касательной прямой (1), прямой, связанной с коэффициентом Эрроу-Пратта (2) относительно начала координат (случай, когда функция полезности – убывающая и выпуклая)



А в рисунке 4д, наоборот, расстояние от начала координат до прямой (1) увеличивается, а расстояние от начала координат до прямой (2) уменьшается. В рисунках 4в и 4е расстояние от начала координат до прямых (1) и (2) одновременно увеличивается.

Таким образом, в зависимости от расположения прямых (1), (2) относительно начала координат имеем двадцать четыре случая. Эти графики позволяют, не зная вид функции полезности  $u = u(x)$  по прямым (1), (2), моделировать функцию полезности  $u = u(x)$ . Здесь значение величин  $S(x_0)$ ,  $\rho(x_0)$  и  $r_s(x_0)$  зависит от координаты точки  $x_0$ .

Исследование финансируется Комитетом науки Министерства образования и науки Республики Казахстан (грант № AP09259811). Тема проекта: «Разработка количественной методологии для определения групп населения, готовых поддержать внедрение лекарственного страхования и оценки финансовой устойчивости этого вида страхования в Казахстане»

#### ЛИТЕРАТУРА

1 Бронштейн Е.М., Фатхиев О.М. Замечание о Санкт-Петербургском парадоксе // Журнал Новой экономической ассоциации . – 2018. – № 2 (38). – С. –48-53.

2 Aumann R.J. The St. Petersburg Paradox: A Discussion of Some Recent Comments // Journal of Economic Theory. – 1977. – № 14 (2). – P. –443-445.

3 Pratt J.W. Risk Aversion in the Small and in the Large // Econometrica. – 1964. – № 32. – С. –122-136.

4 Schoemaker, P.J.H. The Expected Utility Model: Its Variants, Purposes, Evidence and Limitations // Journal of Economic Literature. – 1982. – № 2. – С. –529-563.

5 Коровин Д.И. О нахождении функции полезности в теории Неймана-Моргенштерна // Вестник ИГЭУ. – 2018. – № 4. – С. –83-88.

#### REFERENCES

1 Bronshteyn Ye.M., Fatkhiyev O.M. Zamechaniye o Sankt-Peterburgskom paradokse // Zhurnal Novoy ekonomicheskoy assotsiatsii . – 2018. – № 2 (38). – S. –48-53.

2 Aumann R.J. The St. Petersburg Paradox: A Discussion of Some Recent Comments // Journal of Economic Theory. – 1977. – № 14 (2). – P. – 443-445.

3 Pratt J.W. Risk Aversion in the Small and in the Large // Econometrica. – 1964. – № 32. – S. –122-136.

4 Schoemaker, P.J.H. The Expected Utility Model: Its Variants, Purposes, Evidence and Limitations // Journal of Economic Literature. – 1982. – № 2. – S. –529-563.

5 Korovin D.I. O nakhozhdenii funktsii poleznosti v teorii Neymana-Morgenshterna // Vestnik IGEU. – 2018. – № 4. – S. – 83-88.

**Л. С. СПАНҚҰЛОВА, Р. К. КЕРІМБАЕВ**

*ал-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университеті,  
Алматы, Қазақстан*

### **ЭРРОУ-ПРАТТ КОЭФФИЦИЕНТТЕРІНІҢ ПАЙДАЛЫЛЫҚ ФУНКЦИЯСЫНЫҢ ЖАНАМАСЫМЕН БАЙЛАНЫСЫ**

Мақалада Arrow-Pratt коэффициентінің мәнін геометриялық интерпретациялау арқылы пайдалылық функцияларының кейбір қасиеттерін анықтау мәселесі зерттеледі. Атап айтқанда, координаталар басынан осы коэффициент есептелетін нүктедегі жанама түзуге параллель түзуге дейінгі қашықтықты анықтайтын Arrow-Pratt коэффициентінің геометриялық қасиеттері ашылады. Пайдалылық функцияларының мәні оң, ал анықтау облысы нақты түзу болады деп есептеледі. Демек, коэффициент мәнінің өсуі және кемуі пайдалы функцияның дөңестігін немесе ойыстығын анықтайды. Arrow-Pratt коэффициентінің мәні артқан сайын жанама түзу бастапқы нүктеден алыстайды. Бұл процесс қызметтік функциялардың дөңестігін сипаттайды. Біздің көзқарасымыз мынада: жанама түзудің және айнымалылардың дисперсиясымен және Arrow-Pratt коэффициентімен байланысты еркін мүшесі бар жанамаға параллель түзудің көмегімен біз пайдалы функцияның әрекетін анықтаймыз: монотондылық, дөңес. Бұл сызықтардың координат басына қатысты орналасуының жиырма төрт түрлі нұсқалары келтірілген, олар жанама түзу өтетін нүктедегі пайдалы функциялардың бірінші және екінші туындыларының белгілеріне қарай төрт топқа бөлінеді.

**Түйін сөздер:** Arrow-Pratt коэффициенті, пайдалылық функциясы, гессиан, якобиан, аналитикалық геометрия.

**R. K. KERIMBAYEV, L. S. SPANKULOVA**

*Al-Farabi Kazakh National University,  
Almaty, Kazakhstan*

### **RELATIONSHIP OF THE ARROW-PRATT COEFFICIENTS WITH THE TANGENT TO THE UTILITY FUNCTION**

The article discusses a geometric approach for determining some properties of the utility function using the Arrow-Pratt coefficient. In particular, the geometric properties of the Arrow-Pratt coefficient are disclosed, it turned out that the Arrow-Pratt coefficient determines the distance from the origin to the straight line parallel to the tangent line at the point where the Arrow-Pratt coefficient is calculated. Therefore, an increase and decrease in the value of this coefficient determines the convexity or concavity of the utility function. With an increase in the value of the Arrow-Pratt coefficient, the tangent line moves away from the origin. This process describes the convexity of the utility function as a function of location from the origin. There are two concepts: the expected utility model and the utility function. Our approach is that due to a tangent line and a straight line parallel to the tangent with a free term, associated with the variance of variables and the Arrow-Pratt coefficient, we determine the behavior of the utility function: monotonicity, convexity, etc. The location of these lines relative to the origin gives us twenty-four different options, which are divided into four groups, depending on the signs of the first and second derivatives of the utility function at the point where the tangent line passes.

**Keywords:** Arrow-Pratt coefficient, utility function, Hessian, Jacobian, analytic geometry.

**Ш. Д. МАХМУДОВА<sup>1</sup>, А. Д. МАХМУДОВ<sup>2</sup>, А. Н. УРАЗГАЛИЕВА<sup>1\*</sup>**

<sup>1</sup>Западно-Казахстанский аграрно-технический университет имени Жангир хана,  
г. Уральск, Казахстан

<sup>2</sup>Западно-Казахстанский инновационно-технологический университет,  
г. Уральск, Казахстан

## ДОСТАТОЧНЫЕ УСЛОВИЯ СУЩЕСТВОВАНИЯ СИТУАЦИИ РАВНОВЕСИЯ В ФОРМЕ УРАВНЕНИЙ ГАМИЛЬТОНА-ЯКОБИ

В статье рассматривается применение теории оптимального управления для решения уравнений Гамильтона -Якоби с фазовыми ограничениями.

Предлагается метод конструирования обобщенных решений с помощью задач оптимального управления. Приводятся результаты и анализ численных экспериментов, условий существования равновесных ситуаций в бескоалиционных дифференциальных играх нескольких лиц, а именно условия существования равновесных ситуаций в бескоалиционных дифференциальных играх нескольких лиц, определяя действие по Гамильтону, получены необходимые условия в форме уравнений Гамильтона-Якоби.

Теория игр как прикладная математическая теория используется для понимания и объяснения механизмов, которые используются, когда люди принимают решение. Теория способствует функционированию логики стратегического планирования и взаимосвязи между людьми. Теория игр как метод прикладной математики применяется для изучения поведения в разных ситуациях, помогает понять поведение экономических субъектов.

Теория имеет много приложений может быть использована в разных областях как стратегические игры, области администрирования, экономики, исследовании искусственного элемента. В статье излагается математический метод изучения оптимальных ситуаций в теории игр.

**Ключевые слова:** дифференциальная игра; динамические системы; ситуация равновесия; равновесная траектория; функция Гамильтона-Якоби; уравнений Эйлера-Лагранжа; условия Вейерштрасса-Эрдмана.

**Введение.** Рассматривается дифференциальная игра нескольких лиц, состояние которой характеризуется в каждый момент времени фазовым вектором  $x(t)$   $n$ -мерного евклидова пространства, при заданных начальных условиях и изменяющееся в соответствии с дифференциальным уравнением вида[1]:

$$\dot{x}(t) = f(t, x(t), u_1(t), \dots, u_i(t), \dots, u_N(t)), \quad t \in [t_0, t_f], \quad (1)$$

С начальными условиями

$$x(t_0) = x_0 \quad (2)$$

Материалы и методы исследования

Функция Гамильтона  $N_i(t)$  для каждого игрока определена следующим образом[1]:

$$\begin{aligned} H_i(t) &= \max_{u_i(t) \in U_i(t)} \prod_i (t, x(t), u_1(t), \dots, u_i(t), \dots, u_N(t), \Psi_i(t)) = \\ &= \Psi_i(t) f(t, x(t), u(t) \| u_i^p(t)) + h_i(t, x(t), u(t) \| u_i^p(t)), \quad i = \overline{1, N}. \end{aligned} \quad (3)$$

\* E-mail корреспондирующего автора: urazgalieva.akmaral@mail.ru

Функция Гамильтона  $i$ -го игрока есть непрерывная функция времени, то есть не зависит от программной стратегии  $u_i(t)$  этого игрока. Из условия (3) очевидно, что

$$\prod_i(t, x(t), u(t) \| u_i(t), \psi_i(t)) \leq \prod_i(t, x(t), u(t) \| u_i^p(t), \psi_i(t)) = H_i(t), \quad (4)$$

где

$$u_i(t) \in U_i(t), t \in [t_0, t_f], i = \overline{1, N}.$$

По постановке задачи [1] функция  $u_i(t)$  имеет конечное число точек разрыва. Пусть  $\tau$  – одна из них.

Перейдя к пределам в неравенстве (4):

$$\begin{aligned} \lim_{t \rightarrow \tau-0} \prod_i(t, x(t), u(t) \| u_i(t), \psi_i(t)) &\leq \lim_{t \rightarrow \tau-0} \prod_i(t, x(t), u(t) \| u_i^p(t), \psi_i(t)) = \\ &= \lim_{t \rightarrow \tau-0} H_i(t), i = \overline{1, N}. \end{aligned}$$

Отсюда следует

$$\prod_i(\tau, x(\tau), u(\tau) \| u_i(\tau-0), \psi_i(\tau)) \leq H_i(\tau-0), i = \overline{1, N}.$$

Из полученного неравенства с учетом условия (3) имеем:

$$H_i(\tau) = \max_{u_i(\tau-0) \in U_i(\tau)} \prod_i(\tau, x(\tau), u(\tau) \| u_i^p(\tau-0), \psi_i(\tau)) \leq H_i(\tau-0).$$

С другой стороны, по условию (4), получим:

$$\begin{aligned} H_i(\tau-0) &= \lim_{t \rightarrow \tau-0} \prod_i(t, x(t), u(t) \| u_i^p(t), \psi_i(t)) = \\ &= \prod_i(\tau, x(\tau), u(\tau) \| u_i^p(\tau-0), \psi_i(\tau)) = \\ &= \lim_{u_i \rightarrow u_i(\tau-0)} \prod_i(\tau, x(\tau), u(\tau) \| u_i(\tau-0), \psi_i(\tau)) \leq \\ &\leq \prod_i(\tau, x(\tau), u(\tau) \| u_i^p(\tau), \psi_i(\tau)) = H_i(\tau) \quad i = \overline{1, N}. \end{aligned}$$

Итак, мы получили неравенства:

$$H_i(\tau-0) \leq H_i(\tau) \quad \text{и} \quad H_i(\tau-0) \geq H_i(\tau), \quad i = \overline{1, N},$$

из которых следует, что

$$H_i(\tau-0) = H_i(\tau), \quad i = \overline{1, N},$$

То есть, функция  $H_i(\tau)$  – непрерывна слева в точке  $\tau$ .

При условии, что  $t \rightarrow \tau + 0$ , рассуждая аналогично с неравенства (4), получаем непрерывность функции Гамильтона  $H_i(\tau)$  в точке справа.

Итак, мы получили, что  $H_i(t)$  непрерывна во всех точках отрезка  $[t_0, t_f]$ .

Дальнейшие рассуждения будут проводиться с допущением, что функция Гамильтона  $H_i(t)$ ,  $i = \overline{1, N}$  гладкая.

Условия непрерывности функций  $\psi_i(t)$  и  $H_i(t)$  в точках излома  $\dot{x}$  называются условиями Вейерштрасса – Эрдмана [5] и записываются в виде:

$$H_i(\tau + 0) = H_i(\tau - 0), \quad i = \overline{1, N},$$

$$\psi_i(\tau + 0) = \psi_i(\tau - 0), \quad i = \overline{1, N}.$$

Рассмотрим функционал для каждого игрока, имея функцию Гамильтона (3):

$$S_i(x(\cdot), u(\cdot)/u_i(\cdot), \psi_i(\cdot)) = g_i(x(t_f)) + \int_{t_0}^{t_f} [H_i(t, x(t), u(t)/u_i(t), \psi_i(t)) - \psi_i(t)\dot{x}(t)] dt, \quad i = \overline{1, N} \quad (5)$$

Здесь проведена операция максимизации по допустимому управлению  $u_i(t)$   $i$ -го игрока подынтегральной функции. Функционал  $S_i(*)$  из (5) назовем действием по Гамильтону [3]  $i$ -го игрока.

Из условий

$$\begin{aligned} \prod_i(t, x(t), u_1(t), \dots, u_N(t), \psi(t)) &= h_i(t, x(t), u_1(t), \dots, u_N(t)) + \\ &\psi_i(t)f(t, x(t), u_1(t), \dots, u_N(t)), \quad i = \overline{1, N}; \quad (6) \\ \prod_i(t, x^p(t), u^p(t), \psi_i(t)) &= \max_{u_i(t) \in U_i(t)} \prod_i(t, x^p(t), u^p(t) \| u_i(t), \psi_i(t)) \end{aligned}$$

и (3) следует, что на ситуации равновесия  $u^p(\cdot)$  и соответствующей равновесной траектории  $x^p(\cdot)$  существуют такие функции  $\psi_i(\cdot)$ ,  $i = \overline{1, N}$ , для которых верно соотношение

$$S_i^{u_i(\cdot)}(u^p(\cdot), x^p(\cdot), \psi_i(\cdot)) = S_i(x^p(\cdot), u^p(\cdot)/u_i(\cdot), \psi_i(\cdot)), \quad i = \overline{1, N}$$

Учитывая последнее равенство, вариация действия  $S_i(*)$  из (5) в ситуации равновесия по фазовой переменной и вариация по сопряженным переменным  $\psi_i(t)$ ,  $i = \overline{1, N}$ , приводят к системе уравнений Гамильтона

$$\begin{cases} \dot{\psi}_i(t) = -\frac{\partial H_i(t, x^p(t), u^p(t) \| u_i(t), \psi_i(t))}{\partial x}, & i = \overline{1, N} \\ \dot{x}(t) = -\frac{\partial H_i(t, x^p(t), u^p(t) \| u_i(t), \psi_i(t))}{\partial \psi_i}, & i = \overline{1, N} \end{cases} \quad (7)$$

Здесь  $\frac{\partial H_i(*)}{\partial x} = \frac{\partial H_i}{\partial x^{(1)}}, \dots, \frac{\partial H_i}{\partial x^{(n)}}$ ,  $\frac{\partial H_i(*)}{\partial \psi} = \frac{\partial H_i}{\partial \psi^{(1)}}, \dots, \frac{\partial H_i}{\partial \psi^{(n)}}$ .

Система уравнений (7) не содержит управления  $i$ -го игрока  $u_i(t)$  и является аналогом Гамильтоновых систем в механике [6;7].

Введем обозначение

$$L_i(t, x(t), \dot{x}(t), u(t)/u_i(t), \psi_i(t)) = H_i(t, x(t), u(t)/u_i(t), \psi_i(t)) - \psi_i(t)\dot{x}(t), \quad i = \overline{1, N}. \quad (8)$$

Здесь функция  $L_i(*)$  является аналогом функции Лагранжа (лагранжиан)  $i$ -го игрока[6;7]. Учитывая определение функции Лагранжа(8), дадим определение функции Гамильтона в виде:

$$H_i(*) = L_i(*) + \psi_i(t)\dot{x}(t), \quad i = \overline{1, N}.$$

Из (6) и (3) следует, что функции  $L_i(*)$  из (8) можно представить в виде:

$$L_i(*) = \max_{u_i(t) \in U_i(t)} L_i^{u_i(\cdot)}(*), \quad i = \overline{1, N},$$

где  $L_i^{u_i(\cdot)}(t, x(t), \dot{x}(t), u(t), \psi_i(t)) = H_i(t, x(t), u(t)) + \psi_i(t)(f(x(t), u(t), t) - \dot{x}(t))$ ,  $i = \overline{1, N}$ ,

В выражениях для  $L_i(*)$ ,  $L_i^{u_i(\cdot)}(*)$ , когда функция  $\psi_i(t)$  фиксирована, будем считать функции  $L_i(*)$ ,  $L_i^{u_i(\cdot)}(*)$  зависящими соответственно только от  $(t, x(t), \dot{x}(t), u(t)/u_i(t))$  и  $(t, x(t), \dot{x}(t), u(t))$ .

Из определения  $L_i(*)$  (8) имеем, что

$$\frac{\partial L_i(*)}{\partial x} = \frac{\partial H_i}{\partial x}, \quad \frac{\partial L_i(*)}{\partial x} = -\psi_i(t), \quad i = \overline{1, N},$$

$$\frac{\partial L_i(*)}{\partial x} = \left( \frac{\partial L_i}{\partial x^{(1)}}, \dots, \frac{\partial L_i}{\partial x^{(n)}} \right), \quad \frac{\partial L_i(*)}{\partial \dot{x}} = \frac{\partial L_i}{\partial \dot{x}^{(1)}}, \dots, \frac{\partial L_i}{\partial \dot{x}^{(n)}}.$$

Откуда из (7) следует, что для ситуации равновесия и соответствующей равновесной траектории имеет место система управлений:

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L_i(t, x^p(t), \dot{x}^p(t), u^p(t)/u_i(t))}{\partial \dot{x}} - \frac{\partial L_i(t, x^p(t), \dot{x}^p(t), u^p(t)/u_i(t))}{\partial x} = 0, \quad i = \overline{1, N},$$

В точках  $\tau$ ,  $k = \overline{1, s}$  излома экстремалей функции  $L_i(*)$  удовлетворяют условиям Вейерштрасса-Эрдмана[5], вида:

$$\left. \frac{\partial L_i(*)}{\partial \dot{x}} \right|_{t=\tau_k-0} - \left. \frac{\partial L_i(*)}{\partial \dot{x}} \right|_{t=\tau_k+0} = 0, \quad k = \overline{1, s}, \tag{9}$$

$$\left( L_i(*) - \frac{\partial L_i(*)}{\partial \dot{x}} \dot{x} \right) \Big|_{t=\tau_k-0} - \left( L_i(*) - \frac{\partial L_i(*)}{\partial \dot{x}} \dot{x} \right) \Big|_{t=\tau_k+0} = 0, \quad k = \overline{1, s} \tag{10}$$

Условие (10) перепишем в виде:

$$L_i(*) \Big|_{\tau_k-0} - L_i(*) \Big|_{\tau_k+0} = \frac{\partial L_i(*)}{\partial \dot{x}} \Big|_{\tau_k+0}^{\tau_k-0}, \quad k = \overline{1, s},$$

оно показывает, что касательные в точках  $\dot{x}(\tau_k - 0)$  и  $\dot{x}(\tau_k + 0)$ ,  $k = \overline{1, s}$  не только параллельны, а даже совпадают.

Для канонических переменных [8;9]

$$\psi_i(t) = -\frac{\partial L_i(*)}{\partial \dot{x}}, \quad H_i(*) = L_i(*) - \frac{\partial L_i(*)}{\partial \dot{x}} \dot{x}, \quad i = \overline{1, N}.$$



Определим на ситуации равновесия  $(u_1(\cdot), \dots, u_i(\cdot), \dots, u_N(\cdot))$  вдоль соответствующей равновесной траектории  $x(\cdot)$  функцию действия  $S_i(t, x)$ ,  $(i = \overline{1, N})$ , которая зависит от значения фазовой переменной  $x = x(t)$ , выбранного как начальное состояние системы, соответствующего некоторому моменту времени  $t$  [10;11]:

$$S_i(t, x) = g_i(x(t_f)) + \int_t^{t_f} \max_{u_i(\tau) \in \mathfrak{D}_{i(\tau)}} [h_i(\tau, x(\tau), u(\tau)) + \psi_i(\tau)(f(\tau, x(\tau), u(\tau)) - \dot{x}(\tau))] dt, \quad i = \overline{1, N}. \quad (11)$$

Запишем выражение (11) через лагранжиан  $L_i(*)$  (8).

$$S_i(t, x) = g_i(x(t_f)) + \int_t^{t_f} L_i(\tau, x(\tau), \dot{x}(\tau), u(\tau)/u_i(\tau)) d\tau, \quad i = \overline{1, N}. \quad (12)$$

Отметим, что в нашей задаче функции (4) характеризуют движение системы по равновесным траекториям. В дальнейших рассуждениях будем считать  $S_i(t, x)$  из (12) гладкой функцией. Использование в точках её излома условий Вейерштрасса – Эрмдана [5, 13] позволяет распространить их на общий случай.

Докажем, что функция  $S_i(t, x)$  из (12) удовлетворяет уравнению Гамильтона-Якоби в частных производных, т.е. является главной функцией Гамильтона [10;11]  $i$ -го участника,  $(i = \overline{1, N})$ . Действительно, вариация функции (12) по фазовой переменной в момент времени  $t$  имеет вид:

$$\delta_x S_i(t, x) = \frac{\partial g_i(x(t_f))}{\partial x} \delta x(t_f) - \int_t^{t_f} \left( \frac{\partial L_i(*)}{\partial x} - \frac{d}{dt} \frac{\partial L_i(*)}{\partial \dot{x}} \right) \delta x d\tau - \frac{\partial L_i(*)}{\partial \dot{x}} \delta x(t) + \frac{\partial L_i(*)}{\partial \dot{x}} \delta x(t_f). \quad (13)$$

Здесь символ  $(*)$  обозначает аргумент функции (функционала, теоретико-множественного отображения).

Введем обозначение аналогично [2, 12]:

$$\psi_i(t) = \frac{\partial L_i(*)}{\partial \dot{x}}, \quad t \in [t_0, t_f), \quad i = \overline{1, N}. \quad (14)$$

Функции  $S_i(t, x)$  из (12) определены на ситуациях равновесия вдоль равновесных траекторий, поэтому для каждого участника справедливы уравнения Эйлера-Лагранжа:

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L_i(t, x^p(t), \dot{x}^p(t), u^p(t)/u_i(t))}{\partial \dot{x}} - \frac{\partial L_i(t, x^p(t), \dot{x}^p(t), u^p(t)/u_i(t))}{\partial x} = 0, \quad i = \overline{1, N},$$

и в (13) интегральный член обращается в нуль. С учетом обозначения (14) соотношение (13) перейдет в следующее:

$$\delta_x S_i(t, x) = \left[ \frac{\partial g_i(x(t_f))}{\partial x} - \psi_i(t_f) \right] \delta x(t_f) + \psi_i(t) \delta x(t), \quad i = \overline{1, N}. \quad (15)$$

Выбирая сопряженные переменные  $\psi_i(t)$ ,  $i = \overline{1, N}$ , таким образом, чтобы любые малые вариации равновесных значений, освобожденных от связей  $x$ , «не улучшали» бы функционала

$$S_i^{u_i(\cdot)}(*) = g_i(x(t_f)) - \psi_i(t)x(t) \Big|_{t_0}^{t_f} + \\ + S_{t_0}^{t_f} [\dot{\psi}_i(t)x(t) + h_i(t, x(t), u_1(t), \dots, u_N(t)) + \\ + \psi_i(t)f(t, x(t), u_1(t), \dots, u_N(t))] dt, \quad i = \overline{1, N}.$$

граничные условия для сопряженной переменной  $\psi_i(t)$ ,  $i$ -го игрока получаются:

$$\psi_i(t_f) = -\frac{\partial g_i(x(t_f))}{\partial x}, \quad i = \overline{1, N}. \quad (16)$$

Из соотношений (15) и (16) получаем:

$$\psi_i(t) = -\frac{\partial s_i(t, x)}{\partial x}, \quad t \in [t_0, t_f], \quad i = \overline{1, N}. \quad (17)$$

Из определения (12) полная производная по времени функции  $S_i(t, x)$ :

$$\frac{ds_i(t, x)}{dt} = -L_i(*), \quad i = \overline{1, N}.$$

С другой стороны, рассматривая (12) как функцию переменных  $x = x(t)$  и  $t$ , используя соотношение (17), имеем:

$$\frac{ds_i(t, x)}{dt} = \frac{\partial s_i(t, x)}{\partial t} + \psi_i(t)\dot{x}(t), \quad t \in T, \quad i = \overline{1, N}.$$

Окончательно получим

$$\frac{\partial s_i(t, x)}{\partial t} + \psi_i(t)\dot{x}(t) + L_i(*) = 0, \quad i = \overline{1, N}. \quad (18)$$

Откуда с учетом (17) и

$$L_i(t, x(t), \dot{x}(t), u(t)/u_i(t), \psi_i(t)) = H_i(t, x(t), u(t)/u_i(t), \psi_i(t)) - \psi_i(t)\dot{x}(t), \quad i = \overline{1, N}$$

следует

$$\frac{\partial s_i(t, x)}{\partial t} + H_i(*) = 0, \quad i = \overline{1, N}.$$

Используя определение функции Гамильтона  $H_i(*)$  (3), представим последнее уравнение в виде:

$$\frac{\partial s_i(t, x)}{\partial t} + \max_{u_i(\tau) \in \Theta_i(\tau)} \prod_i(t, x(t), u(t)/u_i(t), \psi_i(t)) = 0, \quad i = \overline{1, N},$$

где функции Понтрягина определены в виде:

$$\prod_i(t, x(t), u_1(t), \dots, u_N(t), \psi_i(t)) = \\ h_i(t, x(t), u_1(t), \dots, u_N(t)) + \psi_i(t)f(t, x(t), u_1(t), \dots, u_N(t)), \quad i = \overline{1, N}$$

С учетом (17) из (18) окончательно получим уравнение

$$\frac{\partial S_i(t, x)}{\partial t} + \max_{u_i(\tau) \in \mathfrak{D}_i(\tau)} \left[ \frac{\partial S_i(t, x)}{\partial t} f(t, x(t), u(t) // u_i(t)) + h_i(t, x(t), u(t) // u_i(t)) \right] = 0, \quad (19),$$

которое является аналогом уравнения Гамильтона-Якоби для  $i$ -го участника ( $i = \overline{1, N}$ ).

Граничное условие для  $S_i(t, x)$  следует при  $t = t_f$  из (12):

$$S_i(t_f, x(t_f)) = g_i(x(t_f)), \quad i = \overline{1, N}. \quad (20)$$

**Результаты исследования.** Уравнения Гамильтона-Якоби (19) являются и достаточными условиями существования ситуации равновесия для дифференциальной игры (1) – (5), т.е. справедлива следующая теорема.

**Теорема 2.** Для того чтобы ситуация  $u^p(\cdot) = (u_1^p(\cdot), \dots, u_N^p(\cdot))$ ,  $u^p(\cdot) \rightarrow x^p(\cdot)$  являлась ситуацией равновесия в игре (1) - (5), достаточно, чтобы существовало гладкое решение уравнения (9) с граничным условием (10), а стратегия  $u_i^p(\cdot)$   $i$ -го участника в каждый момент времени  $t$  удовлетворяла условию

$$\begin{aligned} & \frac{\partial S_i(t, x^p(t))}{\partial \dot{x}} f(t, x^p(t), u^p(t)) + h_i(t, x^p(t), u^p(t)) = \\ & = \max_{u_i(\tau) \in \mathfrak{D}_i(\tau)} \left[ \frac{\partial S_i(t, x^p(t))}{\partial t} f(t, x^p(t), u^p(t) // u_i(t)) + h_i(t, x^p(t), u^p(t) // u_i(t)) \right]. \end{aligned} \quad (21)$$

**Доказательство.** Для управления  $u^p(\cdot) = (u_1^p(\cdot), \dots, u_N^p(\cdot))$  в каждой точке  $t$  его непрерывности в силу определения функции Гамильтона и условий Вейерштрасса Эрдмана на траектории  $x^p(\cdot)$  имеем:

$$\begin{aligned} \frac{dS_i(t, x^p(t))}{dt} &= \frac{\partial S_i(t, x^p(t))}{\partial t} + \frac{\partial S_i(t, x^p(t))}{\partial x} f(t, x^p(t), u^p(t) // u_i(t)) = \\ &= -h_i(t, x^p(t), u^p(t) // u_i(t)), \quad i = \overline{1, N}. \end{aligned}$$

Интегрируя вдоль  $x^p(\cdot)$ , получим

$$S_i(t_f, x^p(t_f)) - S_i(t_0, x^p(t_0)) = - \int_{t_0}^{t_f} h_i(t, x^p(t), u^p(t) // u_i(t)) dt, \quad i = \overline{1, N},$$

или с учетом (10):

$$S_i(t_0, x^p(t_0)) = J_i(u^p(\cdot) // u_i^p(\cdot)), \quad i = \overline{1, N},$$

Где  $J_i(u(\cdot))$  – выигрыша  $i$ -го участника в дифференциальной игре [1],  $i = \overline{1, N}$ .

Пусть  $\tilde{u}_i(\cdot)$ ,  $i = \overline{1, N}$  – другое допустимое управление  $i$ -го участника в игре [1], а  $\tilde{x}_i(\cdot)$  – соответствующая траектория  $(u^p(\cdot) // \tilde{u}_i(\cdot)) \rightarrow \tilde{x}_i(\cdot)$ . Для них в силу (21) имеем

$$\frac{dS_i(t, \tilde{x}(t))}{dt} + h_i(t, \tilde{x}(t), u^p(t) // \tilde{u}_i(t)) =$$

$$\frac{\partial S_i(t, \tilde{x}(t))}{\partial t} + \frac{\partial S_i(t, \tilde{x}(t))}{\partial x} f(t, \tilde{x}(t), u^p(t) // \tilde{u}_i(t)) + h_i(t, \tilde{x}(t), u^p(t) // \tilde{u}_i(t)) \leq$$

$$\frac{\partial S_i(t, \tilde{x}(t))}{\partial t} + \max_{u_i(\tau) \in \vartheta_i(\tau)} \left[ \frac{\partial S_i(t, \tilde{x}(t))}{\partial x} f(t, \tilde{x}(t), u^p(t) // \tilde{u}_i(t)) + h_i(t, \tilde{x}(t), u^p(t) // \tilde{u}_i(t)) \right] = 0,$$

$$i = \overline{1, N}$$

Интегрируя вдоль  $\tilde{x}(t)$ , получаем:

$$S_i(t_f, \tilde{x}(t_f)) - S_i(t_0, \tilde{x}(t_0)) = - \int_{t_0}^{t_f} h_i(t, \tilde{x}(t), u^p(t) // \tilde{u}_i(t)) dt \leq 0,$$

что в силу (2), (20), эквивалентно:

$$S_i(t_0, \tilde{x}(t_0)) \geq J_i(u^p(\cdot) // u_i^p(\cdot)), \quad i = \overline{1, N}.$$

Сравнивая полученное неравенство с (12), имеем:

$$J_i(u^p(\cdot)) \geq J_i(u^p(\cdot) // u_i^p(\cdot)), \quad i = \overline{1, N}.$$

Таким образом,  $u^p(\cdot) = (u_i^p(\cdot), i = \overline{1, N})$  является ситуацией равновесия, а соответственно траектория  $x^p(\cdot)$  – равновесная в игре [1].

Замечание. Используя необходимые [1] и полученные выше достаточные условия, можно строить методы нахождения ситуации равновесия в бескоалиционных дифференциальных играх.

Пусть функции  $u_i^p = \varphi_i \left( x, x(t), \frac{\partial S_i(t, x)}{\partial x}, u^p(t) / u_i(t) \right), \quad i = \overline{1, N},$

Здесь  $\frac{\partial S_i(t, x)}{\partial x} = \left( \frac{\partial S_i(t, x)}{\partial x^{(1)}}, \dots, \frac{\partial S_i(t, x)}{\partial x^{(n)}} \right),$

найденны из условий

$$\frac{\partial S_i(t, x)}{\partial x} f \left( t, x(t), u^p(t) // \varphi_i \left( t, x(t), \frac{\partial S_i(t, x)}{\partial x}, u^p(t) / u_i(t) \right) \right) +$$

$$+ h_i \left( t, x(t), u^p(t) // \varphi_i \left( t, x(t), \frac{\partial S_i(t, x)}{\partial x}, u^p(t) / u_i(t) \right) \right) =$$

$$= \max_{u_i(\tau) \in \vartheta_i(\tau)} \left[ \frac{\partial S_i(t, x)}{\partial x} f(t, x(t), u^p(t) // u_i(t)) + h_i(t, x(t), u^p(t) // u_i(t)) \right].$$

Система  $u_i^p = \varphi_i \left( x, x(t), \frac{\partial S_i(t, x)}{\partial x}, u^p(t) / u_i(t) \right), \quad i = \overline{1, N}$  представляет собой систему  $N$  уравнений относительно равновесных стратегий игроков  $u_i^p(\cdot), i = \overline{1, N}$ . Если существует решение данной системы в классе допустимых стратегий, то, решив ее, получим:

$$u_i^p = \chi_i \left( x, x(t), \frac{\partial S_i(t, x)}{\partial x}, \dots, \frac{\partial S_N(t, x)^p}{\partial x} \right), \quad i = \overline{1, N}, \quad (22)$$

Подставляя найденное значение равновесной стратегии в уравнение (19), получаем систему дифференциальных уравнений в частных производных относительно функции  $S_i(t, x)$ ,  $i = \overline{1, N}$  :

$$\begin{aligned} & \frac{\partial S_i(t, x)}{\partial x} + \frac{\partial S_i(t, x)}{\partial x} f \left( t, x(t), \chi_i \left( t, x(t), \frac{\partial S_i(t, x)}{\partial x}, \dots, \frac{\partial S_N(t, x)}{\partial x} \right) \right) + \\ & + h_i \left( t, x(t), \chi_i \left( t, x(t), \frac{\partial S_i(t, x)}{\partial x}, \dots, \frac{\partial S_N(t, x)}{\partial x} \right) \right) = 0, \quad i = \overline{1, N}. \end{aligned}$$

Если существует  $N$  различных функций  $S_i(t, x)$ , которые удовлетворяют системе (22) с граничными условиями (20), то решение игры определено полностью. В самом деле, подставив полученные функции  $S_i(t, x)$ ,  $i = \overline{1, N}$  в равенство (22), получаем равновесные стратегии вида:

$$u_i^p(t) = u_i^p(t, x), \quad i = \overline{1, N},$$

Как функции координат и времени. Пусть стратегии  $u_i^p(t) = u_i^p(t, x)$ ,  $i = \overline{1, N}$  порождают единственную траекторию  $x^p(t)$  системы (1) при начальном условии (2), определенную на отрезке  $[t_0, t_f]$ , вдоль которой функции  $u_i^p(t) = u_i^p(t, x^p(t))$ ,  $i = \overline{1, N}$ , – кусочно-непрерывны. Тогда стратегия  $u_i^p(t) = u_i^p$ ,  $i = \overline{1, N}$ , является ситуацией равновесия в игре [1].

**Заключение.** Из полученных результатов можно сделать вывод: методы аналитической механики являются общими, едиными для изучения движения и равновесия, которые применимы для различных материальных систем [14,15]. Так, с помощью принципов аналитической механики, мы выразили достаточные условия существования ситуации равновесия в бескоалиционной дифференциальной игре лиц через уравнения движения в форме Гамильтона – Якоби.

## ЛИТЕРАТУРА

1 Махмудова Ш.Д. Главная функция Гамильтона и необходимые условия существования ситуации равновесия в форме уравнений Гамильтона-Якоби/ Ш.Д.Махмудова, А.Н.Уразгалиева// Вестник КазНПУ им.Абая – 2021. – №1. – С. 31.

2 Иванилов Ю.П. Применимость методов аналитической механики в оптимальном управлении// Изв.АН СССР. Техническая кибернетика. – 1983. – №2. – С. 61-71.

3 Иванилов Ю.П. Принцип освобождения от связей в форме штрафных функций/ Ю.П. Иванилов// Изв.АН СССР. Техническая кибернетика. – 1985. – №3. – С. 170-178.

4 Иванилов Ю.П. Главная функция Гамильтона и условия оптимальности/ Ю.П. Иванилов// Автоматика и телемеханика. – 1988. – №5. – С. 51-61.

5 Гельфанд И.М. Вариационное исчисление/ И.М. Гельфанд, С.В. Фомин. – М.: Физматгиз, 1961. – 228 с.

- 6 Бухгольц Н.Н. Основной курс теоретической механики в 2-х т. Т.2./ Н.Н. Бухгольц. – М.: Лань, 2009. – 400 с.
- 7 Голдстейн Г. Классическая механика/ Г.Голдстейн. – М.: Наука, 1975. – 408 с.
- 8 Воробьев Н.Н. Теория игр. – М.: Наука, 1985. – 408 с.
- 9 Жуковский В.И. О дифференциальных играх нескольких лиц с ненулевой суммой // Изв. АН СССР. Техническая кибернетика. 1971. № 3. С. 3 – 13.
- 10 Разумихин Б.С. Физические модели и методы теории равновесия в программировании и экономике. – М.: Наука, 1975. – 304 с.
- 11 Мкртычев, О.В. Теоретическая механика: Уч. / О.В. Мкртычев. – М.: Вузовский учебник, 2019.– 320 с.
- 12 Гордин В. А. Дифференциальные и разностные уравнения. Какие явления они описывают и как их решить / В. А.Гордин – М.: Учебники Высшей школы экономики, 2016. – 235 с.
- 13 Зеликин, М.И. Оптимальное управление и вариационное исчисление / М.И. Зеликин. – М.: Ленанд, 2017. - 160 с.
- 14 Ландау, Л.Д. Теоретическая физика в 10 томах. т.1. Механика / Л.Д. Ландау, Е.М. Лившиц.– М.: Физматлит, 2018.– 224 с.
- 15 Бертяев, В.Д. Теоретическая и аналитическая механика. Учебно-исследовательская работа студентов: Учебное пособие / В.Д. Бертяев, В.С. Ручинский. – СПб.: Лань, 2019. – 424 с.

## REFERENCES

- 1 Makhmudova, Sh.D. (2021). Osnovnaya funktsiya Gamil'tona i neobkhodimyye usloviya sushchestvovaniya situatsii ravnovesiya v vide uravneniy Gamil'tona-Yakobi [Hamilton's principal function. Necessary conditions for the existence of equilibrium in the form of hamilton-jacobi equations] Vestnik KazNPU imeni Abaya [in Russian].
- 2 Ivanilov, Ju.P. (1983). Primenimost' metodov analiticheskoy mehaniki v optimal'nom upravlenii [Applicability of analytical mechanics methods in optimal control]. Izv.AN SSSR. Tehnicheskaja kibernetika[in Russian].
- 3 Ivanilov, Ju.P. (1985). Princip osvobozhdeniya ot svyazey v forme shtrafnyh funktsij [The principle of freeing from bonds in the form of penalty functions]. Izv.AN SSSR. Tehnicheskaja kibernetika [in Russian].
- 4 Ivanilov, Ju.P. (1988). Glavnaja funktsija Gamil'tona i usloviya optimal'nosti [The main Hamilton function and optimality conditions]. Avtomatika i telemekhanika. [in Russian].
- 5 Gel'fand, I.M., & Fomin, S.V. (1961). Variacionnoe ischislenie [Calculus of variation]. M.: Fizmatgiz [in Russian].
- 6 Buhgol'c, N.N. (1969). Osnovnoj kurs teoreticheskoy mehaniki [Basic Course in Theoretical Mechanics]. V.2. (Vols. 1-2). M.:Nauka [in Russian].
- 7 Goldstejn, G. (1975). Klassicheskaja mehanika [Classic mechanics]. M.: Nauka [in Russian].
- 8 Vorob'ev N.N. (1985) Teorija igr. [Game theory]. M.: Nauka [in Russian].
- 9 Zhukovskij V.I. (1971) O differencial'nyh igrach neskol'kih lic s nenulevoj summoj [On differential games of several players with nonzero sum] Tehnicheskaja kibernetika Izv. AN SSSR [in Russian].
- 10 Razumihin B.S. (1975) Fizicheskie modeli i metody teorii ravnovesija v programmirovanii i jekonomike [Physical models and methods of equilibrium theory in programming and economics]. M.: Nauka [in Russian].
- 11 Mkrtychev O.V. (2019). Teoreticheskaja mehanika[Theoretical mechanics]. M.: Vuzovskij učebnik. [in Russian].



12 Gordin V. A. (2016). Differencial'nye i raznostnye uravnenija. Kakie javlenija oni opisывajut i kak ih reshit [Differential and difference equations. What phenomena do they describe and how to solve them]. M.: Uchebniki Vysshej shkoly jekonomiki. [in Russian].

13 Zelikin M.I. (2017). Optimal'noe upravlenie i variacionnoe ischislenie [Optimal control and calculus of variations]. M.: Lenand. [in Russian].

14 Landau L.D. & Livshic E.M. (2018). Teoreticheskaja fizika v 10 tomah. t. 1. Mehanika [Theoretical physics in 10 volumes] V.I. M.: Fizmatlit. [in Russian].

15 Bertjaev V.D. & Ruchinskij V.S. (2019). Teoreticheskaja i analiticheskaja mehanika. Uchebno-issledovatel'skaja rabota studentov: Uchebnoe posobie [Theoretical and analytical mechanics. Educational and research work of students: Textbook]. SPb.: Lan. [in Russian].

**Ш. Д. МАХМУДОВА<sup>1</sup>, А. Д. МАХМУДОВ<sup>2</sup>,  
А. Н. УРАЗГАЛИЕВА<sup>1</sup>**

<sup>1</sup>Жәңгір хан атындағы Батыс Қазақстан аграрлық-техникалық университеті,  
Орал қаласы, Қазақстан

<sup>2</sup>Батыс Қазақстан инновациялық-технологиялық университеті,  
Орал қаласы, Қазақстан

### **ТЕПЕ-ТЕҢДІК ЖАҒДАЙДЫҢ БАР БОЛУЫНЫҢ ГАМИЛЬТОН-ЯКОБИ ТЕҢДЕУЛЕРІ ТҮРІНДЕГІ ЖЕТКІЛІКТІ ШАРТТАРЫ**

Мақалада фазалық шектеулері бар Гамильтон-Якоби теңдеулерін шешу үшін оңтайлы басқару теориясын қолдану қарастырылады.

Оңтайлы басқару есептерін қолдана отырып, жалпыланған шешімдерді құру әдісі ұсынылған. Сандық эксперименттердің нәтижелері мен талдауы, бірнеше тұлғалардың ынтымақтастығы жоқ дифференциалдық ойындарындағы тепе-теңдік жағдайларының болуының шарттары, атап айтқанда, Гамильтон бойынша әрекетті анықтайтын бірнеше тұлғаның бірлескен емес дифференциалдық ойындарындағы тепе-теңдік жағдайларының Гамильтон-Якоби теңдеулері түріндегі болу шарттары алынған.

Ойын теориясы қолданбалы математикалық теория ретінде, адамдар шешім қабылдаған кезде қолданылатын механизмдерді түсіну және түсіндіру үшін қолданылады. Теория стратегиялық жоспарлау логикасы мен адамдар арасындағы қарым-қатынастың қызмет етуіне ықпал етеді. Ойын теориясы қолданбалы математика әдісі ретінде әртүрлі жағдайларда әрекетті зерттеу үшін қолданылады, экономикалық субъекттердің әрекетін түсінуге көмектеседі.

Теорияның көптеген қолданбалары бар және стратегиялық ойындар, әкімшілік саласы, экономика және жасанды элементті зерттеу сияқты әртүрлі салаларда қолданылуы мүмкін. Мақалада ойын теориясындағы оңтайлы жағдайларды зерттеудің математикалық әдісі сипатталған.

**Түйін сөздер:** дифференциалдық ойын; динамикалық жүйелер; тепе-теңдік жағдайы; тепе-теңдік траекториясы; Гамильтон-Якоби функциясы; Эйлер-Лагранж теңдеулері; Вейерштрасс-Эрдман шарттары.

**SH. D. MAKHMUDOVA<sup>1</sup>, A. D. MAKHMUDOV<sup>2</sup>, A. N. URAZGALIEVA<sup>1</sup>**

<sup>1</sup>Zhangir Khan West Kazakhstan agrarian-Technical university, Uralsk, Kazakhstan

<sup>2</sup>West Kazakhstan Innovation and Technological University, Uralsk, Kazakhstan

### **SUFFICIENT CONDITIONS FOR THE EXISTENCE OF EQUILIBRIUM IN THE FORM OF HAMILTON-JACOBI EQUATIONS**

*The article discusses the application of the theory of optimal control for solving Hamilton-Jacob equations with phase constraints.*

*A method for constructing generalized solutions using optimal control problems is proposed. The results and analysis of numerical experiments, conditions for the existence of equilibrium situations in noncooperative differential games of several persons, namely the conditions for the existence of equilibrium situations in noncooperative differential games of several persons, defining the action according to Hamilton, are stated. Necessary conditions in the form of Hamilton-Jacobi equations are obtained.*

*Game theory as an applied mathematical theory is used to understand and explain the mechanisms that are used when people make decisions. The theory contributes to the functioning of the logic of strategic planning and the relationship between individuals. Game theory as a method of applied mathematics is used for behavioral studies in various conditions, and helps understand the behavior of economic agents.*

*The theory has many applications and can be used in different areas such as: strategy games, administration, economics and artificial intelligence research. The article describes a mathematical method for studying optimal situations in game theory.*

**Key words:** *Differential game; dynamic systems; equilibrium situation; equilibrium trajectory; Hamilton-Jacobi function; Euler-Lagrange equations; Weierstrass-Erdmann conditions.*

**Б. Б. ОРАЗБАЕВ<sup>1</sup>, И. К. ИСА<sup>1\*</sup>, Л. Т. КУРМАНГАЗИЕВА<sup>2</sup>, А. Д. МАЙЛЫБАЕВА<sup>2</sup>,  
Б. Е. УТЕНОВА<sup>3</sup>**

<sup>1</sup>Евразийский национальный университет им. Л.Н. Гумилева,  
Казахстан, г. Нур-Султан

<sup>2</sup>Атырауский университет имени Х. Досмухамедова, Казахстан, г. Атырау

<sup>3</sup>Атырауский университет нефти и газа им. Утебаева, Казахстан, г. Атырау  
E-mail: issa.issamar@gmail.com, batyr\_o@mail.ru;

## **ПОСТРОЕНИЕ ГЕОЛОГИЧЕСКОЙ И МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛЕЙ ДЛЯ МОДЕЛИРОВАНИЯ НЕФТЯНОЙ ЗАЛЕЖИ МЕСТОРОЖДЕНИЯ КЕНКИЯК**

*Исследованы и построены геологическая и математическая модели нефтяной залежи надсолевого месторождения Кенкияк. Предложено 6 типов геологических моделей и на основе этих моделей разработаны математические модели нефтяной залежи. Геологические модели построены на основе результатов исследований с учетом требований регулирования разработки месторождения Кенкияк, геологической характеристики месторождения и темпа эксплуатации. Математическая модель составлена на основе основных уравнений Дарси и включает уравнения сохранения массы и энергии, уравнения ограничения массы и нефтенасыщенности. Изучены вопросы моделирования и определения относительной проницаемости на конечной точке, приведены результаты определения параметров относительной проницаемости разных пластов при обычной и высокой температуре. Рассмотрены результаты идентификации параметров математических моделей.*

**Ключевые слова:** геологическая модель, математическая модель, нефтяная залежь, надсолевое месторождение Кенкияк, теплодобывающая модель, нефтенасыщенность.

**1. Введение.** В настоящее время вопросы разработки моделей нефтяной залежи на месторождениях для проведения прогноза путем моделирования и определения оптимальной схемы и технологии разработки нефтяных месторождений являются весьма актуальной задачей нефтяной науки и экономики [1 – 4]. При моделировании процессов разработки нефтяных месторождений для анализа процессов, происходящих в продуктивных пластовых системах, применяют все различные модели, концепции и средства математического моделирования. В узком смысле термин «моделирование нефтяных залежей, пластов» означает только моделирование гидродинамики потоков в пласте. В широком смысле данный термин характеризует моделирование полного процесса нефтедобычи и связанную с этим деятельность человека [5].

Математическое моделирование нефтяных залежей позволяет решать следующие важные задачи для разработки нефтяных месторождений [6]:

– оконтуривания нефтяной залежи;

---

\* E-mail корреспондирующего автора: issa.issamar@gmail.com

- оценки запасов нефти;
- геолого-экономической оценки нефтяных месторождений;
- создание проектов разведки и разработки месторождений.

Математическая модель нестационарного течения всех фаз жидкостей и газов в пластовой среде, как правило, описывается дифференциальными уравнениями в частных производных. Для проведения процесса моделирования разрабатываются алгоритмы, которые позволяют решать эти уравнения. Таким образом, в конечном счете, модель – это пакет программ, которые реализуются на компьютерах. Составной частью математической модели нефтяной залежи являются: пластовая система; дифференциальные уравнения в частных производных и вспомогательные уравнения; численные схемы решения уравнения; алгоритмы решения, т.е. моделирования, реализованные в виде программ.

Развитие методов моделирования нефтяных месторождений происходило параллельно с развитием вычислительной техники. В принципе и раньше математические методы использовались при изучении механики нефтяного пласта, процесса нефтедобычи и выбора способа эффективной разработки месторождений. В настоящее время современные математические методы и средства информационных технологий являются эффективным и перспективным подходом к решению сложных производственных задач, в т.ч. задач разработки нефтяных месторождений.

Выявленные на практике недостатки старых методов моделирования были устранены в новых методах моделирования. Некоторые из старых методов и в настоящее время используются на практике, так как они достаточно просты и дают достоверные результаты. В качестве примера можно отметить метод, использующий уравнения материального баланса. Еще в прошлом веке Шильтуисом получено уравнение сохранения массы для продуктивного пласта [7]. При составлении данного уравнения пласт рассматривался как однородный с постоянными свойствами породы и флюида. В уравнение материального баланса учитываются все массы флюида, втекающего и вытекающего за данный период времени. В этой модели считается, что внутри системы порода – флюид не происходит изменений параметров ни в одном направлении. Также считается, что насыщенности и давления распределены равномерно по пласту, и любые изменения давлений мгновенно передаются всем его точкам.

Таким образом, данную модель, полученную на основе уравнения материального баланса, можно записать с помощью следующего выражения:

$$N_p [B_t + B_g (R_p - R_{si})] + W_p = N \left[ (B_t - B_{ti}) + \frac{B_{ti}}{1 - S_{wi}} \times \right. \\ \left. \times (C_f + S_w C_w) \Delta p + \frac{m B_{ti}}{B_{gi}} (B_g - B_{gi}) \right] + W_e + W_i + G_i B_g.$$

где  $N_p$  – количество добытой нефти;  $B_t$  – коэффициент пластового объема нефти с растворенным газом;  $B_g$  – коэффициент пластового объема газа;  $R_p$  – суммарный газовый фактор;  $R_{si}$  – начальная растворимость газа;  $W_p$  – суммарная добыча воды;  $N$  – количество нефти, первоначально заключенной в пласте;  $B_{ti}$  – коэффициент пластового

объема нефти при начальном пластовом давлении;  $S_{wi}$  – начальная водонасыщенность пористой среды;  $C_f$  – сжимаемость породы;  $S_w$  – текущая водонасыщенность пористой среды;  $C_w$  – сжимаемость воды;  $\Delta p$  – депрессия давления в пласте;  $m$  – отношение объема начальной газовой шапки к начальному объему нефти в пласте;  $B_{gi}$  – коэффициент пластового объема газа при начальном пластовом давлении;  $W_e$  – суммарный объем поступающей в продуктивный пласт краевой воды;  $W_i$  – количество закачанной воды;  $G_i$  – суммарное количество нагнетаемого газа.

Путем алгебраических преобразований с помощью приведенного уравнения материального баланса (1) можно определить следующие параметры: запасы нефти; количество втекающей в пласт воды; размеры газовой шапки и запасы газа, а также добычу нефти. Но модель на основе материального баланса не учитывает изменения свойств флюидов и породы в пласте, а также в этой модели не рассматриваются динамические эффекты движения флюидов внутри системы. Для устранения этих недостатков были предложены другие методы и модели, например, метод, основанный на использовании резистивно-емкостных электрических сеток [7].

Целью данной работы является проведение исследования по разработке геологической и математической моделей для моделирования нефтяной залежи месторождения Кенкияк. На основе анализа опытно-промышленной разработки, длительного изучения геологического строения и исследований, выполненных в области технологии паротеплового воздействия на пласт в 1983г. составлена уточненная технологическая схема разработки месторождения с применением теплоносителей. В этой технологической схеме предложенный проектный фонд скважин всего 1830 ед., в т.ч. 1422 добывающих, 408 нагнетательных, максимальная проектная годовая добыча нефти 1400 тыс. тонн, жидкости 3913 тыс.тонн, проектная закачка воды 4128 тыс. тонн, закачка пара 4018 тыс. тонн, темп отбора нефти от геологических запасов 1,6% (от извлекаемых запасов 5,3%), конечный коэффициент извлечения нефти (КИН) 40,9% (по данным 2018г.)

**2. Постановка задачи и методы исследования.** Для эффективного решения задач моделирования залежей нефтяных месторождений необходимо применить компьютерные технологии и методы разработки моделей. В этой связи на основе систематизированной и обработанной геологической информации и с учетом гидродинамики нефтяных пластов, а также методов построения математических моделей необходимо разработать геологическую и математическую модели нефтяной залежи месторождения Кенкияк.

Для исследования и построения геологической и математической моделей с целью моделирования нефтяной залежи месторождения Кенкияк используются методы системного анализа [8], методы геологической разведки, определения запаса нефти [9, 10], методы прогнозирования и математической статистики [11, 12], а также методы разработки математических моделей нефтяных залежей [4 – 7, 13].

**3. Результаты исследования – геологическая и математическая модель для моделирования нефтяной залежи месторождения Кенкияк.**

**3.1 Построение геологической модели.** На основе результатов исследований и с учётом требований регулирования разработки месторождения Кенкияк, геологической характеристики, темпа эксплуатации составлено 6 моделей типичных геологических элементов [14, 15].

I модель и II модель: модель квадратной и косой девятиточечной группы скважин барремского яруса. Группа скважин состоит из проектных и старых скважин. На площади квадратная девятиточечная модель состоит из системы сеток  $21 \times 21$ , косая девятиточечная модель – из системы сеток  $29 \times 17$  [14], в разрезе квадратная и косая девятиточечная модели состоят в среднем из 3 слоев, средняя толщина нефтяного пласта – 12,6 м (таблица 1).

III модель: модель группы скважин среднеюрского отдела на северном крыле. Горизонты А+Б+В на северном крыле эксплуатируются естественной энергией с применением системы сеток  $25 \times 25$ , в разрезе выделяются 14 слоев, средняя толщина нефтяного пласта – 15 м.

IV модель: 4 модели группы скважин среднеюрского отдела опытно-промышленного участка на южном крыле. Горизонты А+Б+В и Ю-I. На южном крыле эксплуатируются естественной энергией с применением системы сеток  $35 \times 45$  (рисунков 4), в разрезе выделены 11 слоев, средняя толщина нефтяного пласта для горизонтов А+Б+В составляет 27 м, для горизонта Ю-I – 13 м.

V модель: модель группы скважин западной части опытно-промышленного участка на южном крыле. Горизонт Ю-II(Г) эксплуатируется паром с применением системы сеток  $53 \times 19$ . В разрезе выделено 8 слоев, средняя толщина для нефтяного пласта Г составляет 17,1 м, для горизонтов А+Б+В – 5,65 м.

VI модель: модель горизонтальной скважины для неразрабатываемого горизонта Ю-I и горизонта Ю-II с низкой степенью выработки и хорошей сообщаемостью, которые эксплуатируются с применением системы сеток  $23 \times 11$ . В разрезе выделены 3 слоя, средняя толщина горизонта Ю-I составляет 12 м, горизонтов А+Б+В – 15 м.

Таблица 1 – Основное положение моделированных элементов

Мо- дель	Количество (скв)		Количество сеток, шт.				Длина шага сетка, м		Моде- лиро- ван- ный пласт	Модель	Аппарат
	Нефт.	На- гнет. пара	X	Y	Z	Всего	X	Y			
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
I	9	1	21	21	3	1323	10	10	$K_1$ br	Теплодо- бывающая модель	THERM
II	9	1	29	17	3	1479	10	10	$K_1$ br	Теплодо- бывающая модель	THERM
III	9	1	25	25	14	8750	10	10	Ю-I- Ю-III	Нефтяная чёрная модель и теплодобы- вающая модель	VIP,THERM



Окончание таблицы 1

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
IV	26	4	35	45	11	17325	8.8	9.13	Ю-I-Ю-III	Нефтяная чёрная модель и теплодобывающая модель	VIP, THERM
V	15	3	53	19	8	7208	10	10	Ю-II	Теплодобывающая модель	THERM
VI	3	2	23	11	3	759	10	10	Ю-I	Теплодобывающая модель	THERM

**3.2 Построение математической модели.** Для проведения численного моделирования с учётом тектоники залежи, расположения дизъюнктивного нарушения, расположения нефти и воды, пористости, проницаемости и нефтенасыщенности нефтяного пласта, петрофизических свойств коллектора, характеристики кривых вытеснения нефти и характера вертикального течения флюида по стволу скважины необходимо создать математическую модель залежи.

Закономерность течения флюида можно сформулировать уравнениями движения, положения и постоянства масс. Определив расположение скважин и режим работы скважины, можно подсчитать динамику продолжительности разработки нагнетательных и добывающих скважин и залежи с применением «численного моделирования залежи». В результате проведенных исследований по залежи проведен мониторинг динамики работы скважин, оптимизирован проект разработки и улучшена научность решения при помощи метода численного моделирования залежи.

На месторождении Кенкияк нефти горизонтов Ю-II(A+B+V), Ю-II(Г) и K<sub>1br</sub> являются высоковязкими. Вследствие того, что с момента ввода горизонтов Ю-II(A+B+V) в эксплуатацию применена естественная энергия во многих районах, проведено согласование с применением модели «чёрной нефти», прогнозирование эксплуатации нагнетанием пара с помощью теплодобывающей модели. Для горизонтов Ю-II(Г) на теплодобывающем участке южного крыла и K<sub>1br</sub> проведено моделирование с применением теплодобывающей модели.

Целые процессы разработки разных залежей высоковязкой нефти строго описаны теплодобывающей моделью, которая состоит из основных уравнений на базе уравнения Дарси, уравнения сохранения массы, уравнения сохранения энергии, уравнения ограничения массы и уравнение ограничения нефтенасыщенности.

1) Уравнение сохранения массы

$$\sum_{j=1}^{N_p} \iiint_V \frac{\partial}{\partial T} (\rho_j S_j \chi_{ij}) dv + \sum_{j=1}^3 \oiint_S (\rho_j S_j \chi_{ij} v_j) ds + q_i = 0, \quad i = 1, 2, \dots, N_c \quad (1)$$

где  $\phi$  – пористость породы;  $\rho_j$  – плотность флюида;  $S_j$  – насыщенность флюида;  $v_j$  – скорость течения флюида;  $\chi_{ij}$  – количество моли состава флюида;  $N_p$  – количество флюида.

2) Закон сохранения энергии

$$\sum_{j=1}^{N_p} \iiint_V \left[ \frac{\partial}{\partial T} (\phi \rho_j S_j u_j) + (1 - \phi) \rho_{rock} C_p (T - T_i) \right] + \iint_S (q_h + q_c) ds + Q_c + Q_h = 0, \quad i = 1, 2, \dots, N_c \quad (2)$$

где  $u_j$  – внутренняя энергия флюида  $j$ ;  $\rho_{rock}$  – плотность породы;  $C_p$  – удельная теплоемкость породы;  $T$  – температура породы;  $T_i$  – температура состава  $i$ ;  $q_h$  – скорость течения энтальпии;  $q_c$  – скорость течения тепла;  $Q_c$  – источник тепла;  $Q_h$  – источник энтальпии.

3) Уравнения ограничения моли

$$\sum_{i=1}^{N_c} \chi_{ij} = 1.0 \quad (3)$$

4) Уравнения ограничения нефтенасыщенности.

$$\sum_{i=1}^{N_p} S_j = 1.0 \quad (4)$$

Уравнения трёхмерной и трёхфазной чёрной нефтяной модели для описания залежи нефти следующие:

$$\nabla \bullet \left[ \frac{\lambda_o}{B_o} (\nabla p_o - \rho_o g \nabla D) \right] = \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\phi S_o}{B_o} \right) \quad (5)$$

$$\nabla \bullet \left[ \frac{\lambda_w}{B_w} (\nabla p_w - \rho_w g \nabla D) \right] = \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\phi S_w}{B_w} \right) \quad (6)$$

$$\nabla \bullet \left[ \frac{\lambda_g}{B_g} (\nabla p_g - \rho_g g \nabla D) + \frac{\lambda_o R_s}{B_o} (\nabla p_o - \rho_o g \nabla D) \right] = \frac{\partial}{\partial t} \left[ \phi \left( \frac{S_o R_s}{B_o} + \frac{S_g}{B_g} \right) \right] \quad (7)$$

**Моделирование и определение относительной проницаемости на конечной точке.** По данным анализа загерметизированных образцов керна из скважины №6009 по относительной проницаемости при обычной и высокой температуре, вычислены нефтеводная относительная проницаемость и нефтегазовая относительная проницаемость с применением следующих соответствующих формул (модели):

$$K_{rw} = K_{rwo(T)} \left( \frac{S_w - S_{wi(T)}}{1 - S_{wi} - S_{orw(T)}} \right) n_{wp} \quad (8)$$

$$K_{rgw} = K_{rocc(T)} \left( \frac{1 - S_{orw(T)} - S_w}{1 - S_{orw(T)} - S_{wc(T)}} \right) n_{ow} \quad (9)$$

$$K_{rog} = K_{rocw(T)} \left( \frac{1 - S_{wc(T)} - S_{org} - S_g}{1 - S_{wc(T)} - S_{wi(T)}} \right) n_{og} \quad (10)$$

Изучив полученные данные, построена кривая нефтеводной относительной проницаемости, определены насыщенность связанной воды, насыщенность остаточной нефти, величины конечных точек водной и нефтяной фаз (таблица 3).

**Таблица 3** – Параметры относительной проницаемости разных пластов при обычной и высокой температуре

Горизонт	Температура, °C	$S_{wi}$ (f)	$S_{or}$ (f)	$K_{rw}(S_{or})$ (f)	$K_{ro}(S_{wi})$ (f)
$K_1 br$	20	0,261	0,23	0,1703	1,0
	200	0,42	0,2	0,33	1,0
Ю-I	20	0,40	0,28	0,068	1,0
	200	0,571	0,169	0,43	1,0
А+Б+В	20	0,284	0,29	0,0762	1,0
	200	0,39	0,262	0,32	1,0
Г	20	0,32	0,23	0,1163	1,0
	200	0,42	0,2	0,33	1,0

**Идентификация параметров математических моделей.** Для уточнения надёжности геологической модели и точности принятых параметров и обеспечения достоверности результатов моделирования проведены идентификация параметров математических моделей по данным истории разработки с геологической моделью с применением численных моделированных пакетов залежи. Моделирована история разработки с 2005 г. до октября 2015 г. и полученные результаты показывают, что принятые геологическая модель и её параметры подходящие.

Изучены поля остаточной нефтенасыщенности и фактического давления численным моделированием, результаты моделирования показывают:

Горизонты А+Б+В среднеюрского отдела на опытно-промышленном участке эксплуатируются 30 лет, в значительной части участка, площадь которого занимает 90%, остаточная нефтенасыщенность больше 60%, по сравнению с начальной нефтенасыщенностью снизилась на 10%. Отсюда видно, что степень выработки нефтяного пласта низкая. Горизонты А+Б+В эксплуатированы с применением нагнетания пара, остаточная нефтенасыщенность площади составляет 30%, это значит, что нагнетание пара в пласт может эффективно повысить степень выработки нефтяного пласта.

Горизонт Г среднеюрского отдела на западной части южного крыла длительное время эксплуатирован паром по рядам скважин, на октябрь 2010 г. степень выработки достиг порядка 35%, остаточная нефтенасыщенность – около 45%, из этого следует, что нагнетание пара является эффективным методом повышения нефтеотдачи данной залежи.

Изучение поля давления показывает, что при эксплуатации на естественной энергии, фактическое давление пласта около 1,8 МПа, т.е. снижение составляет 1 МПа от начального давления.

**4. Обсуждение результатов.** С целью оценки надёжности предложенных типов геологических моделей и точности принятых параметров, которые обеспечивают

адекватность моделей и достоверность результатов моделирования проведена идентификация параметров математических моделей. Для этого использованы данные истории разработки с геологической моделью залежи с применением программного комплекса Petrel. Полученные результаты подтверждают адекватность моделей, правильность параметров моделей и достоверность результатов моделирования.

Так как при вводе горизонтов Ю-II(A+B+V) Кенкиякского месторождения в эксплуатацию в основном применена естественная энергия, проведено согласование с применением модели «чёрной нефти», прогнозирование эксплуатации нагнетанием пара с помощью теплодобывающей модели. Установлено, что процессы разработки разных залежей высоковязкой нефти часто строго описываются теплодобывающей моделью, состоящей из основных уравнений на базе уравнения Дарси, уравнения сохранения массы, уравнения сохранения энергии, уравнения ограничения массы и уравнение ограничения нефтенасыщенности. На основе этих уравнений построена математическая модель (1) – (10), адекватно описывающая исследуемые участки нефтяной залежи месторождения Кенкияк.

**5. Заключение.** В работе проведено исследование по разработке геологической и математической моделей нефтяной залежи надсолевого месторождения Кенкияк. Составлены и описаны 6 типов геологических моделей и на основе этих моделей разработаны математические модели нефтяной залежи, на основе основных уравнений Дарси, уравнения сохранения массы, уравнения сохранения энергии, уравнения ограничения массы и уравнение ограничения нефтенасыщенности.

Получены следующие основные результаты:

– построены геологические модели нефтяной залежи месторождения Кенкияк. На основе результатов исследований и учитывая требования регулирования разработки месторождения Кенкияк, геологической характеристики, темпа эксплуатации, составлены 6 моделей типичных геологических элементов;

– построена математическая модель для моделирования процессов нефтяной залежи месторождения Кенкияк. Предложенная модель составлена на основе уравнения сохранения массы, закона сохранения энергии, уравнения ограничения массы и нефтенасыщенности;

– описан подход к моделированию и определению относительной проницаемости на конечной точке;

– проведена идентификация параметров математических моделей.

## ЛИТЕРАТУРА

1 Лысенко В.Д. Оптимизация разработки нефтяных месторождений. – М.: Недра, 2-изд. 2015. – 317 с. [Lysenko V.D. Optimizaciya razrabotki neftyanyh mestorojdenii. – М.: Nedra, 2-izd. 2015. – 317 с.]

2 Каневская Р.Д. Математическое моделирование гидродинамических разработки месторождений углеводородов. –М: Институт компьютерных исследований, 2002. –40 с. [Kanevskaya R.D. Matematicheskoe modelirovanie gidrodinamicheskikh razrabotki mestorojdenii uglevodorodov. – М: Institut komp'yuternyh issledovaniy, 2002. –40 s.]

3 Aziz K. Notes for petroleum reservoir simulation. –Stanford: Stanfor University, California. 2016. –485 pp.

- 4 Aziz K. Ten golden rules for simulation // *J. Petrol. Technol*, 2018. –V.41, № 11. – P. 1157–1172.
- 5 Азиз Х., Сеттари Э. Математическое моделирование пластовых систем. – М.: Недра, 2018. – 408 с.
- 6 Керимов В.Ю., Бахтизин Р.Н., Данцова, Салихова И.М. Моделирование месторождений и залежей нефти и газа для решения задач разведки и разработки // *Транспорт и хранение нефтепродуктов и углеводородного сырья*. 2018. №3, – С. 52–56.
- 7 Волощук Г.М. Математическое моделирование нефтяных и газовых месторождений. [https://www.studmed.ru/view/lekciya-po-odng-matematicheskoe-modelirovanie-neftyanyh-i-gazovyh-mestorozhdeniy\\_e6c5aad0f1e.html?page=5](https://www.studmed.ru/view/lekciya-po-odng-matematicheskoe-modelirovanie-neftyanyh-i-gazovyh-mestorozhdeniy_e6c5aad0f1e.html?page=5) (дата обращения 20.09.2020)
- 8 Pavlov S.Yu., Kulov N.N., Kerimov R.M. Improvement of Chemical Engineering Processes Using Systems Analysis // *Theoretical Foundations of Chemical Engineering*. –2016. –V. 53. – № 2. – P. 117–133.
- 9 Жданов М.А. Нефтегазопромысловая геология и подсчет запасов нефти и газа. – М.: Недра, 2-изд. 2018. – 357 с.
- 10 Бурцев М.И. Геолого-геофизические методы поисков и разведки месторождений нефти и газа: –М.: ИЦ РГУ нефти и газа, 2011. – 263 с.
- 11 Солодовников, А.С. Методы прогнозирования и исследования операций: Учебное пособие. - М.: Финансы и статистика, 2012. – 480 с.
- 12 Ивченко, Г.И. Ю.И. Медведев. Математическая статистика – М.: КД Либроком, 2019. – 352 с. 13 Желтов, Ю.П. Разработка нефтяных месторождений: Учеб. для вузов; М.: Недра - Москва, 2011. – 365 с.
- 14 Проект разработки надсолевых залежах месторождения Кенкияк. Отчет. Синьцзянский нефтегазовый научно-исследовательский институт СУАР КНР, ОАО НИПИ «Каспиймунайгаз» РК. 2003. –215 с.
- 15 Айдналиева Г.З. Анализ и подготовка геолого-промысловой основы для проектирования разработки надсолевых залежей месторождения Кенкияк. Отчет ОАО НИПИ “Каспиймунайгаз”, Атырау, 2017. – 187 с.

## REFERENCES

- 1 Lysenko V.D. Optimizaciya razrabotki neftyanyh mestorojdenii. – М.: Nedra, 2-izd. 2015. – 317 с.
- 2 Kanevskaya R.D. Matematicheskoe modelirovanie gidrodinamicheskikh razrabotki mestorojdenii uglevodorodov. – М.: Institut komp'yuternyh issledovaniy, 2002. –40 s.
- 3 Aziz K. Notes for petroleum reservoir simulation. –Stanford: Stanfor University, California. 2016. –485 pp.
- 4 Aziz K. Ten golden rules for simulation // *J. Petrol. Technol*, 2018. –V.41, № 11. – P. 1157–1172.
- 5 Азиз Х., Сеттари Э. Математическое моделирование пластовых систем. – М.: Недра, 2018. – 408 с.
- 6 Kerimov V.YU., Bahtizin R.N., Dancova, Salihova I.M. Modelirovanie mestorojdenii i zalejei nefiti i gaza dlya resheniya zadach razvedki i razrabotki // *Transport i hranenie nefteproduktov i uglevodorodnogo syr'ya*. 2018. №3, – S. 52–56.
- 7 Voloschuk G.M. Matematicheskoe modelirovanie neftyanyh i gazovyh mestorojdenii. [https://www.studmed.ru/view/lekciya-po-odng-matematicheskoe-modelirovanie-neftyanyh-i-gazovyh-mestorozhdeniy\\_e6c5aad0f1e.html?page=5](https://www.studmed.ru/view/lekciya-po-odng-matematicheskoe-modelirovanie-neftyanyh-i-gazovyh-mestorozhdeniy_e6c5aad0f1e.html?page=5) (data obraschenie 20.09.2020)
- 8 Pavlov S.Yu., Kulov N.N., Kerimov R.M. Improvement of Chemical Engineering Processes Using Systems Analysis // *Theoretical Foundations of Chemical Engineering*. –2016. –V. 53. – № 2. – P. 117–133.

9 Jdanov M.A. Neftegazopromyslovaya geologiya i podschet zapasov nefti i gaza. – M.: Nedra, 2-izd. 2018. – 357 s.

10 Burcev M.I. Geologo-geofizicheskie metody poiskov i razvedki mestorojdenii nefti i gaza: – M.: IC RGU nefti i gaza, 2011. – 263 s.

11 Solodovnikov, A.S. Metody prognozirovaniya i issledovaniya operacii: Uchebnoe posobie. - M.: Finansy i statistika, 2012. – 480 c.

12 Ivchenko, G.I. YU.I. Medvedev. Matematicheskaya statistika – M.: KD Librokom, 2019. – 352 c.

13 Jeltov, YU.P. Razrabotka neftyanyh mestorojdenii: Ucheb. dlya vuzov; M.: Nedra – Moskva, 2011. – 365 c.

14 Proekt razrabotki nadsoleyh zalezah mestorojdeniya Kenkiyak. Otchet. Sin'czyanskii neftegazovyi nauchno-issledovatel'skii institut SUAR KNR, OAO NIPI «Kaspiimunaigaz» RK. 2003. –215 s.

15 Aidnalieva G.Z. Analiz i podgotovka geologo-promyslovoi osnovy dlya proektirovaniya razrabotki nadsoleyh zalezehi mestorojdeniya Kenkiyak. Otchet OAO NIPI “Kaspiimunaigaz”, Atyrau, 2017. –187 s.

**Б. Б. ОРАЗБАЕВ<sup>1</sup>, И. ИСА<sup>1</sup>, Л.Т. ҚҰРМАНҒАЗИЕВА<sup>2</sup>, А.Д. МАЙЛЫБАЕВА<sup>2</sup>,  
Б. Е. УТЕНОВА<sup>3</sup>**

<sup>1</sup>Л. Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университеті,  
Нұрсұлтан қ., Қазақстан,

<sup>2</sup>Х. Досмұхамедов атындағы Атырау университеті,  
Атырау қ., Қазақстан,

<sup>3</sup>Өтебаев атындағы Атырау мұнай және газ университеті,  
Атырау қ., Қазақстан

## **КЕНКИЯК КЕН ОРНЫ МҰНАЙ ҚОЙНАУЫН МОДЕЛЬДЕУ ҮШІН ГЕОЛОГИЯЛЫҚ ЖӘНЕ МАТЕМАТИКАЛЫҚ МОДЕЛЬДЕРДІ ҚҰРУ**

Тұз үсті Кеңқияқ кен орнының мұнай кен орындарының геологиялық және математикалық модельдері зерттеліп, тұрғызылған. Геологиялық модельдердің 6 түрі ұсынылып, осы модельдер негізінде мұнай кен орындарының математикалық модельдері әзірленген. Геологиялық модельдер Кеңқияқ кен орнын игеру игеруді реттеу талаптарын, кен орнының геологиялық сипаттамаларын және эксплуатациялау темпін ескере отырып, зерттеу нәтижелері негізінде құрылады. Математикалық модель Дарсидің негізгі теңдеулеріне негізделген және оның құрамына масса мен энергияны сақтау теңдеулер, масса мен мұнайға қанығуды шектейтін теңдеулер енеді. Соңғы нүктеде салыстырмалы өткізгіштікті модельдеу және анықтау мәселелері зерттеледі, қалыпты және жоғары температурада әртүрлі түзілімдердің салыстырмалы өткізгіштігінің параметрлерін анықтау нәтижелері келтірілген. Математикалық модельдердің параметрлерін идентификациялау нәтижелері қарастырылды.

**Түйін сөздер:** геологиялық модель, математикалық модель, мұнай қабаты, тұз үсті Кеңқияқ кен орны, жылуөндіру моделі, мұнайға қаныққандық.



**B. ORAZBAYEV<sup>1</sup>, I. ISSA<sup>1</sup>, L. KURMANGAZIEVA<sup>2</sup>, A. MAYLYBAEVA<sup>2</sup>,  
Б. UTENOVA<sup>3</sup>**

<sup>1</sup>L.N. Gumilyov Eurasian National University, Astana, Kazakhstan

<sup>2</sup>H.Dosmukhamedov Atyrau University, Atyrau, Kazakhstan

<sup>3</sup>Utebayev Atyrau University of Oil and Gas, Atyrau, Kazakhstan

## **CONSTRUCTION OF GEOLOGICAL AND MATHEMATICAL MODELS FOR MODELING THE OIL POOL OF THE KENKIYAK DEPOSIT**

*Geological and mathematical models of the oil reservoir of the post-salt Kenkiyak field have been investigated and built. 6 types of geological models have been proposed, and on the basis of these models, mathematical models of oil deposits have been developed. Geological models are built on the basis of research results, taking into account the requirements of regulating the development of the Kenkiyak field, the geological characteristics of the field and the rate of operation. The mathematical model is based on the basic Darcy equations and includes equations for conservation of mass and energy, equations for limiting mass and oil saturation. The issues of modeling and determination of the relative permeability at the end point are studied, the results of determining the parameters of the relative permeability of different formations at normal and high temperatures are presented. The results of identification of parameters of mathematical models are considered.*

**Key words:** geological model, mathematical model, oil reservoir, post-salt Kenkiyak field, heat production model, oil saturation.

УДК 539.385

<https://doi.org/10.47533/2020.1606-146X.168>

**Д. К. ДЖАКИЯЕВ, С. ЖУНИСБЕКОВ\*, С. Ж. ЖАШЕН,  
Б. Д. ДЖАКИЯЕВ**

*Таразский региональный университет им. М.Х.Дулати, г. Тараз, Казахстан*

### **ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНО-ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ОЦЕНКА ДОЛГОВЕЧНОСТИ ЭЛЕМЕНТОВ И ДЕТАЛЕЙ МАШИН ПРИ ЦИКЛИЧЕСКОМ НЕСТАЦИОНАРНОМ НАГРУЖЕНИИ**

*Предложена статистическая модель усталостного разрушения, позволяющая аналитически определять долговечность детали, работающей при циклическом сложном неоднородном напряженном состоянии и нестационарном режиме нагружения. Проведен сравнительный анализ результатов испытаний образцов и деталей стали 45 с целью оценки эффективности статистической модели.*

**Ключевые слова:** *циклическое нагружение, долговечность, сложное неоднородное напряженное состояние, статистическая модель усталостного разрушения детали.*

При эксплуатации многие элементы оборудования и детали машин неоднократно испытывают действие периодически изменяющихся во времени по величине и знаку сил. Установлено, что разрушение элементов оборудования и деталей машин при их нагружении повторно-переменными силами происходит вследствие развития трещин усталости.

Вопросы прогнозирования долговечности элементов и деталей машин в условиях сложного неоднородного напряженного состояния и нестационарного нагружения являются наиболее сложными.

Расчетный метод для оценки влияния градиента напряжений и абсолютных размеров детали, основанный на модели слабого звена по Вейбуллу, включен в ГОСТ 25.504-82, который составлен на основе работ В.П. Когаева и некоторых других исследователей.

Лежащая в основе этого метода статистическая теория подобия и известные вероятностные методы расчета на усталость связаны с рядом допущений, таких как учет при вычислении критерия подобия в условиях сложного напряженного состояния только первого главного напряжения, независимость формы критерия подобия от механиче-

---

\* E-mail корреспондирующего автора: tar-ti@mail.ru

ских свойств материала детали и образцов, возможность отдельного определения критериев подобия по нормальным и касательным напряжениям в случае одновременного изгиба и кручения вала, возможность отдельного определения эквивалентных режимов нагружения по нормальным и касательным напряжениям в указанном случае вала, если нагружение является нестационарным. Эти допущения вносят в расчет определенные погрешности, которые проявляются в различной степени в зависимости от вида циклического напряженного состояния и характера нагружения.

В работах [1-6] предложена статистическая модель многоциклового усталости, позволяющая по данным испытаний лабораторных образцов находить распределение долговечности детали, работающей в произвольном сложном неоднородном напряженном состоянии и нестационарном нагружении. Данная статистическая модель строится на основе детерминированной энергетической модели усталостного разрушения элемента материала и гипотезы слабого звена по Вейбуллу.

В указанных работах построено энергетическое уравнение многоциклового усталостных повреждений, имеющее в общем случае нестационарного нагружения следующий вид

$$P(N) = \frac{\sigma_{\max}(N)}{\bar{\sigma}_p} + \sum_{k=1}^N \varphi(H_k, R_k), \quad (1)$$

где  $P(N)$  – поврежденность, накопившаяся к  $N$ -му циклу нагружения;  $\sigma_{\max}(N)$  – максимальное напряжение цикла на момент определения  $P$ ;  $\bar{\sigma}_p$  – истинное сопротивление разрыву;  $R_k$  – коэффициент асимметрии  $k$ -го цикла;  $H_k$  – безразмерный параметр, зависящий от необратимой работы деформирования, совершаемой в каждом цикле нагружения.

С целью экспериментальной проверки статистической модели были поставлены испытания на усталость пластинчатых образцов стали 45 с круглым отверстием и испытания на усталость лабораторных образцов той же стали на циклическое растяжение-сжатие. Результаты последних испытаний приняты за базовые при определении сопротивления усталости материала, а результаты испытаний пластин как конструктивных элементов, работающих в сложном неоднородном напряженном состоянии и нестационарном нагружении, использованы для сопоставления теории с прямыми опытными данными. Пластинчатые образцы имели ширину 60 мм, отверстие имело диаметр 12 мм. Эти образцы испытывались на циклическое растяжение-сжатие при стационарном симметричном  $R = -1$  и асимметричном  $R = -0,3$  нагружении. При этом фиксировалась долговечность, при которой трещина, возникавшая в устье концентратора, достигала длины 0,3–1,0 мм.

Результаты обработки экспериментальных и расчетных данных по сопротивлению усталости пластинчатых образцов с отверстиями для симметричного нагружения приведены в работе [5], для асимметричного нагружения при коэффициенте асимметрии цикла  $R = -0,3$  представлены в работе [6]. При долговечности порядка  $10^6$  циклов опытные и расчетные данные совпадали, если расчет проводился с разбивкой рабочей части образцов с круглым отверстием на ячейки  $0,5 \times 0,5$  мм для симметричного нагружения, при асимметричном нагружении с  $R = -0,3$  совпадение опытных и

расчетных данных наблюдалось при разбивке рабочей части образцов с круглым отверстием на ячейки 0,7x0,7 мм.

Результаты испытаний пластинчатых образцов с круглыми отверстиями при нестационарном блочном нагружении приведены в таблице 1. В опыте №1 изменялся уровень максимальных напряжений вне зоны отверстия при постоянном значении коэффициента асимметрии цикла  $R = -1,0$ . В опытах №2 и №3 изменяется не только уровень максимальных напряжений вне зоны отверстия, но и коэффициент асимметрии цикла. В этих опытах производилось двухступенчатое циклическое нагружение. В опыте №4 осуществлялось трехступенчатое циклическое нагружение, при котором изменялся уровень максимальных напряжений вне зоны отверстия и коэффициент асимметрии цикла нагружения. В каждом опыте проводилось испытание шести пластинчатых образцов с круглыми отверстиями. Образцы доводились до разрушения на последней ступени нагружения и в таблицу вносились значения долговечностей, отвечающих появлению в устье концентратора трещины длиной 0,3–1,0 мм.

**Таблица 1** – Результаты испытаний пластинчатых образцов с круглым отверстием при нестационарном блочном нагружении

№ Опыта	№ Блока	$\sigma_{н\ max}^?$ Мпа	R	№ Об-разца	Число циклов в блоке $N_k \cdot 10^{-6}$	Количество блоков	Разрушающее число циклов $N_{экс} \cdot 10^{-6}$	Среднее значение разрушающего числа $\frac{циклов}{N_{экс}} \cdot 10^{-6}$
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	1	110,0	-1,0		0,100	1		0,209
				2	121,2	-1,0	1	
	2	0,159	1				0,259	
	3	0,137	1				0,237	
	4	0,082	1				0,182	
	5	0,111	1				0,211	
	6	0,096	1				0,196	
2	1	110,0	-1,0		0,200	1		0,506
				2	150,0	-0,3	1	
	2	0,324	1				0,524	
	3	0,226	1				0,426	
	4	0,461	1				0,661	
	5	0,268	1				0,468	
	6	0,369	1				0,569	
3	1	150,0	-0,3		0,100	1		0,218
				2	121,2	-1,0	1	
	2	0,064	1				0,164	
	3	0,176	1				0,276	
	4	0,122	1				0,222	
	5	0,086	1				0,186	
	6	0,151	1				0,251	

Окончание таблицы 1

1	2	3	4	5	6	7	8	9
4	1	150,0	-0,3		0,050	1		0,302
	2	110,0	-1,0		0,150	1		
	3	121,2	-1,0	1	0,069	1	0,269	
				2	0,163	1	0,363	
				3	0,046	1	0,246	
				4	0,109	1	0,309	
				5	0,139	1	0,339	
				6	0,088	1	0,288	

Рассмотрим теоретический прогноз долговечности при режимах нестационарного блочного нагружения. Опишем методику этого расчёта и в качестве примера рассмотрим расчёт долговечности по опыту №1. В этом опыте осуществлялось двухступенчатое нагружение пластинчатых образцов с круглым отверстием при постоянном значении коэффициента асимметрии цикла  $R = -1,0$ . Уровень максимальных напряжений вне зоны отверстия на первой ступени составлял МПа, на второй ступени  $\sigma_{н2} = 121,2$  МПа. На первой ступени образец выдерживал до  $N_1 = 0,1 \cdot 10^6$  циклов и доводился до разрушения на второй ступени.

При двухступенчатом нагружении кинетическое уравнение повреждений записывается в следующем виде

$$P = \frac{\sigma_{\max}}{\bar{\sigma}_p} + \varphi_1(H_1, R_1)N_1 + \varphi_2(H_2, R_2)N_2, \quad (2)$$

откуда и определяется значение числа циклов до разрушения  $N_2$  на второй ступени при  $P = I$ . Тогда

$$N_2 = \left[ 1 - \sigma_{\max} / \bar{\sigma}_p - \varphi_1(H_1, R_1) \cdot N_1 \right] / \varphi_2(H_2, R_2) \quad (3)$$

и разрушающее число циклов в данном двухступенчатом режиме нагружения составляет

$$N_p = N_1 + N_2 \quad (4)$$

Расчёт долговечности при нестационарном нагружении проводится в следующем порядке.

1. После проведения разбивки на ячейки производится расчёт величины  $N$  на каждой ступени нагружения для точки, расположенной в центре каждой ячейки.

2. Далее строится кривая распределения долговечности для каждой ячейки. С этой целью при двух заданных вероятностях разрушения определяются значение  $\varphi(H, R)$  на каждой ступени нагружения, по формулам (3) и (4) находят долговечности на второй ступени и суммарные долговечности, отвечающие указанным вероятностям, далее по ним на вероятностной бумаге проводится прямая, которая отвечает требуемой кривой распределения.

3. Выбираются две заданные долговечности, находятся соответствующие вероятности разрушения для различных ячеек, по которым определяются вероятности раз-

рушения образца при заданных долговечностях и на вероятностной бумаге строится кривая распределения долговечности образца.

Все перечисленные операции проводятся при каждой разбивке на ячейки. В итоге расчёта строятся графики зависимости расчётной долговечности образцов от размера выбираемой ячейки. Эти кривые для опытов №1-4 для пластинчатых образцов с круглым отверстием представлены на рисунке 1, где нанесены и экспериментальные точки.

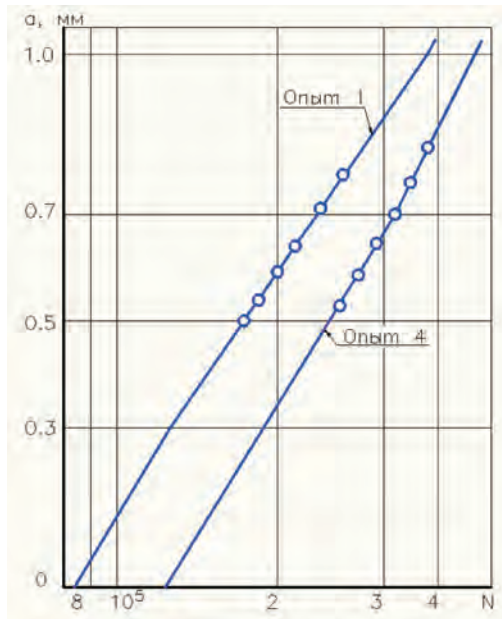


Рисунок 1 – График выбора оптимальных размеров ячеек по испытаниям пластинчатых образцов с круглым отверстием (опыт №1, №4)

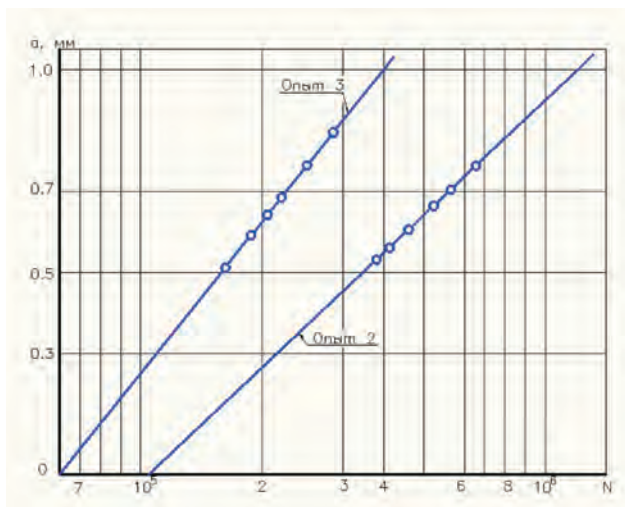


Рисунок 2 – График выбора оптимальных размеров ячеек по испытаниям пластинчатых образцов с круглым отверстием (опыт №2, №3)



Из графиков видно, что наилучшее соответствие экспериментального среднего значения разрушающего числа циклов и расчётных данных получается при размерах ячейке порядка 0,65x0,65 мм. Напомним, что при одноступенчатом стационарном нагружении оптимальные размеры ячейки составляют 0,5 мм для симметричного нагружения  $R=-1,0$  и 0,7 мм для асимметричного нагружения при коэффициенте асимметрии цикла нагружения  $R=-0,3$ .

Таким образом, условие подобия распределения долговечности детали оказывается зависимым от механических свойств материала. Распределение долговечности детали может быть построено согласно предложенной модели и в общем случае многокомпонентного циклического нагружения. Для этого общего случая в известной литературе никаких рекомендаций не содержится.

### ЛИТЕРАТУРА

1 Павлов П.А., Джакияев Д.К. Прогнозирование многоцикловых усталостных повреждений стали при сложном неоднородном напряженном состоянии // X Всесоюз. научно-техническая конф. по конструкционной прочности двигателей: Тез. док.– Куйбышев, 1985.

2 Джакияев Д.К., Касымов У.Т. Экспериментально-теоретическая оценка сопротивления усталости стальных конструктивных элементов при сложном неоднородном напряженном состоянии.// Актуальные проблемы механики и машиностроения: Труды междунар. научной конф. – Алматы, 2005 г.

3 Джакияев Д.К. Об оценке долговечности стальных конструктивных элементов в условиях циклического нагружения// Механика и моделирование процессов технологии – 2011, №2.

4 Джакияев Д.К., Жунибеков С., Джакияев Б.Д. Прогнозирование долговечности стальных конструктивных элементов при сложном неоднородном напряженном состоянии. Международный журнал «Теоретическая и прикладная наука», №04(48), 2017, США.

5 Джакияев Д.К., Жашен С.Ж., Абильдаева Н.Д. Влияние неоднородности напряженного состояния на прочность деталей текстильных машин и аппаратов при циклическом симметричном нагружении. Журнал «Технология текстильной промышленности», № 3 (387), г. Иваново, Россия, 2020.

6 Джакияев Д.К., Жунибеков С., Жашен С.Ж. Прогнозирование долговечности деталей машин при циклическом несимметричном нагружении и сложном неоднородном напряженном состоянии. Международный научно-технический журнал. Вестник НИА РК №2(76), Алматы, 2020.

### REFERENCES

1 Pavlov P.A., Dzhakiyayev D.K. Prognozirovaniye mnogotsiklovykh ustalostnykh povrezhdeniy stali pri slozhnom neodnorodnom napryazhennom sostoyanii // X Vsesoyuzn. nauchno-tekhnicheskaya konf. po konstruksionnoy prochnosti dvigateley: Tez. dok.– Kuybyshev. 1985.

2 Dzhakiyayev D.K. Kasymov U.T. Eksperimentalno-teoreticheskaya otsenka soprotivleniya ustalo–sti stalnykh konstruksionnykh elementov pri slozhnom neodnorodnom napryazhennom sostoyanii.// Aktualnyye problemy mekhaniki i mashinostroyeniya: Trudy mezhdunar. nauchnoy konf. – Almaty. 2005 g.

3 Dzhakiyayev D.K. Ob otsenke dolgovechnosti stalnykh konstruksionnykh elementov v usloviyakh tsiklicheskogo nagruzheniya// Mekhanika i modelirovaniye protsessov tekhnologii – 2011. №2.

4 Dzhakiyayev D.K., Zhunisbekov S., Dzhakiyayev B.D. Prognozirovaniye dolgovechnosti stal-

nykh konstruksionnykh elementov pri slozhnom neodnorodnym napryazhenom sostoyanii. Mezh-dunarodnyy zhurnal «Teoreticheskaya i prikladnaya nauka». №04(48). 2017. SShA.

5 Dzhakiyayev D.K., Zhashen S.Zh., Abildayeva N.D. Vliyaniye neodnorodnosti napryazhen-nogo sostoyaniya na prochnost detaley tekstilnykh mashin i apparatov pri tsiklicheskom simmet-richnom nagruzhении. Zhurnal «Tekhnologiya tekstilnoy promyshlennosti». № 3 (387). g. Ivanovo. Rossiya. 2020.

6 Dzhakiyayev D.K., Zhunisbekov S., Zhashen S.Zh. Prognozirovaniye dolgovechnosti detaley mashin pri tsiklicheskom nesimmetrichnom nagruzhении i slozhnom neodnorodnom napryazhenom sostoyanii. Mezh-dunarodnyy nauchno-tekhnicheskiy zhurnal. Vestnik NIA RK №2(76). Almaty. 2020.

**Д. К. ЖАҚИЯЕВ, С. ЖҮНІСБЕКОВ, С. Ж. ЖӘШЕН,  
Б. Д. ЖӘКИЕВ**

*М.Х.Дулати атындағы Тараз өңірлік университеті, Тараз, Қазақстан*

### **МАШИНА ЭЛЕМЕНТТЕРІ МЕН БӨЛШЕКТЕРІНІҢ ЦИКЛДЫҚ ТҮРАҚСЫЗ ЖҮКТЕМЕЛЕУ АСТЫНДАҒЫ ТӨЗІМДІЛІГІН ЭКСПЕРИМЕНТТЫҚ-ТЕОРИЯЛЫҚ БАҒА БЕРУ**

*Циклды күрделі кернеулі күйдегі және біртекті емес жүктеме әсерінен машина бөлшектерінің төзімділігін аналитикалық анықтауға мүмкіндік беретін қажу қирауының статистикалық моделі ұсынылған. Модельдің тиімділігін бағалау мақсатында Ст.45 болатынан жасалған үлгілер мен бөлшектерге жүргізілген сынақтар нәтижелеріне салыстырмалы талдаулар жасалған.*

**Түйін сөздер:** *циклды жүктеме, төзімділік, күрделі біртекті емес кернеулі күй, бөлшектің қажу қирауының статистикалық моделі.*

**D. K. DZHAKIYAEV, S. ZHUNISBEKOV, S. ZH. ZHASHEN,  
B. D. DZHAKIYEV**

*Taraz Regional University named after M.Kh.Dulati, Taraz, Kazakhstan*

### **EXPERIMENTAL AND THEORETICAL ASSESSMENT OF THE DURABILITY OF MACHINE ELEMENTS AND PARTS UNDER CYCLIC UNSTATIONARY LOADING**

*A statistical model of fatigue failure is proposed, which allows analytically determining the durability of a part operating under a cyclic complex inhomogeneous stress state and non-stationary loading mode. A comparative analysis of the test results of samples and parts of steel 45 was carried out in order to assess the effectiveness of the statistical model.*

**Keywords:** *cyclic loading, durability, complex inhomogeneous stress state, statistical model of fatigue failure of a part.*

**Е. К. ОНГАРБАЕВ<sup>1,2\*</sup>, Е. КАНЖАРКАН<sup>2</sup>, Е. ТИЛЕУБЕРДИ<sup>1,2</sup>,  
А. Б. ЖАМБОЛОВА<sup>2</sup>, Н. М. АБДУЛЛА<sup>1</sup>, С. К. ТАНИРБЕРГЕНОВА<sup>2</sup>,  
З. А. МАНСУРОВ<sup>1,2</sup>**

<sup>1</sup>Казахский национальный университет имени аль-Фараби, Алматы, Казахстан

<sup>2</sup>Институт проблем горения, Алматы, Казахстан

## ПОДБОР РАСТВОРИТЕЛЕЙ ДЛЯ УДАЛЕНИЯ АСФАЛЬТЕНОСМОЛОПАРАФИНОВЫХ ОТЛОЖЕНИЙ

*Статья посвящена подбору оптимальных растворителей для удаления асфальтеносмолопарафиновых отложений. Рассмотрена эффективность различных растворителей по отношению к асфальтеносмолопарафиновым отложениям (АСПО) месторождения Озен. По результатам экспериментов выявлено, что наиболее эффективным композиционным растворителем является состав, содержащий 50 % бензиновой фракции и 50 % керосиновой фракции. Данный композиционный состав за 5 часов показал потерю массы отложений 97,7 %, растворяющую способность 93,5 г/см<sup>3</sup>. Эффективность композиционного состава подтверждает парафинистый тип отложений, что объясняется высоким содержанием парафинов в составе нефти месторождения Озен. Ароматические растворители показали относительно низкую растворяющую способность по сравнению с алифатическими растворителями, что также подтверждает низкое содержание смол и асфальтенов в составе АСПО.*

**Ключевые слова:** асфальтеносмолопарафиновые отложения, растворитель, асфальтены, парафины, смолы.

**Введение.** Эффективность добычи и транспортировки нефти и газа снижается в результате образования в трубопроводах, подземном оборудовании и призабойной зоне продуктивного пласта асфальтеносмолопарафиновых отложений (АСПО). АСПО в основном состоят из 40–60% твердого парафина, 10–56% смол и асфальтенов, воды, песка и неорганических солей. Они образуются в результате изменения термобарических условий. При снижении температуры в стволе скважины до температуры начала кристаллизации происходит образование в нефти кристаллов парафина, которые являются центрами кристаллизации.

В зависимости от содержания асфальтенов, смол и парафинов АСПО делят на три типа: асфальтеновый –  $\Pi/(A+C) < 1$ ; парафиновый –  $\Pi/(A+C) > 1$ ; смешанный –  $\Pi/(A+C) \sim 1$ , где  $\Pi$ ,  $A$  и  $C$  – массовое содержание парафинов, смол и асфальтенов, соответственно.

Борьба с АСПО ведется по двум направлениям: предотвращение образования и удаление образовавшихся отложений [1]. Для предотвращения образования АСПО применяют химические, физические методы и используют гладкие покрытия. Химические методы включают закачку ингибиторов: диспергаторов, депрессаторов, смазывателей и модификаторов.

Для удаления отложений используются тепловые, химические и механические методы [2]. Химические методы подразумевают применение растворителей в ка-

---

\* E-mail корреспондирующего автора: [erdos.ongarbaev@kaznu.kz](mailto:erdos.ongarbaev@kaznu.kz)

честве реагентов для удаления АСПО. Растворители условно делят на несколько групп: индивидуальные растворители, природные растворители, продукты и отходы процессов нефтепереработки и нефтехимии, растворители и их смеси с добавками ПАВ.

Физико-химические подходы к выбору эффективных растворителей АСПО рассмотрены в работе [3]. Разработаны способы оценки эффективности реагентов для растворения АСПО на основе определения кинетики протекающих процессов при различных температурных режимах и оценки изменения температур плавления парафина после обработки различными реагентами. Раскрыты закономерности влияния химической природы соединений, входящих в состав композиционных алифатико-нафтеново-ароматических растворителей на температуры процессов кристаллизации и плавления, а также степень кристалличности промысловых парафинов.

Из индивидуальных растворителей наибольшую эффективность проявляют ароматические соединения, такие как бензол, толуол, ксилолы. Однако эти реагенты обладают высокой токсичностью и пожароопасны. Поэтому наибольшее распространение на промыслах получили природные растворители, такие как газовый конденсат, газовый бензин, смесь сжиженных нефтяных газов, гексановая фракция и др. Они доступны, однако их эффективность невысокая, так как смолы и асфальтены плохо растворимы в низкипящих алифатических углеводородах. Поэтому в природные растворители вводят различные присадки: спирты, эфиры, фенол и его производные с концентрацией 0,1-3 %.

Главным фактором, обуславливающим хорошую растворимость компонентов АСПО в том или ином классе углеводородов, следует признать возможность благоприятной сольватации растворяемого вещества растворителем, протекающую на молекулярном уровне [4]. С учетом данного фактора парафины хорошо растворимы в легких алканах, благодаря протеканию благоприятной сольватации и высокой энергии молекул растворителя. Широко распространенные в нефти нафтеновые углеводороды являются нежелательными компонентами растворителей, так как неспособны сольватировать парафины и смолисто-асфальтеновые вещества.

Влияние алифатических, нафтеновых и ароматических углеводородов на содержание кристаллической фазы и температуру плавления парафинов в композиционных растворителях показано в работе [5]. Установлено, что степень кристалличности парафинов зависит от степени алифатичности растворителя и уменьшается в последовательности алифатический → алифатико-ароматический → алифатико-нафтеново-ароматический растворитель, а их температуры плавления увеличиваются в ряду алифатико-ароматический → алифатический → алифатико-нафтеново-ароматический растворитель.

Хлорированные углеводороды различных типов являются эффективными растворителями, потому что они относительно недорогие и имеют высокий удельный вес [6]. Высокий удельный вес – важный фактор, который поможет проникновению растворителей и растворяют парафиновые отложения, как правило, внизу проточной части. Однако хлорированные углеводороды вызывают отравление, а ароматические растворители имеют низкий удельный вес и их трудно использовать на забое скважин. Они также имеют низкую температуру вспышки, и обращение с ними становится

ся трудным, в то время как сероуглерод очень эффективен, но так же легко воспламеняется с токсичными парами.

Таким образом, обзор литературных источников показал, что не существует универсального растворителя для удаления АСПО. Выбор наиболее оптимального растворителя АСПО в скважинах осуществляют с учетом условий эксплуатации и особенностями конструкции скважин, а также с учетом свойств и состава добываемой продукции.

В данной работе проведено исследование подбора эффективного растворителя для удаления АСПО месторождения Озен.

**Методы и материалы.** Определение растворимости АСПО из нефти месторождения Озен проводили в статических условиях при заданной температуре. Статический режим моделирует технологию очистки путем закачки растворителя в остановленный нефтепровод или скважину с последующим выдерживанием на реагирование в течение нескольких часов [7].

В предварительно взвешенные с точностью до 0,001 г корзинки из металлической сетки помещали уплотненные до однородного состояния парафиновые отложения массой 2,5 г. В сосуд наливали заданное количество растворителя, соотношение количества отложений и реагента изменяется от 1:5 до 1:50. Корзинки с отложениями помещали в емкости с растворителем. Время контакта АСПО с растворителем составило от 3 до 24 часов. Испытания проводились при комнатной температуре.

По окончании опыта корзинки извлекали из растворителя и высушивали до постоянной массы при комнатной температуре в течение нескольких часов.

Потерю массы отложений для каждого опыта ( $\Pi$ ) в мас. % вычисляли по формуле 1:

$$\Pi = [(m_1 - m_2) / m_1] \cdot 100, \quad (1)$$

где  $m_1$  – масса исследуемого образца отложений до контакта с реагентом, г;  $m_2$  – масса нерастворимого остатка отложений после контакта с реагентом.

Растворяющую способность реагента ( $C$ ) в г/см<sup>3</sup> вычисляли по формуле 2:

$$C = [(m_1 - m_2) / V] \cdot 1000, \quad (2)$$

где  $V$  – объем растворителя, см<sup>3</sup>.

**Результаты и их обсуждение.** Была исследована эффективность нескольких видов растворителей, которые были поделены на две группы: алифатической и ароматической природы. Деление на группы связано с тем, что парафины хорошо растворяются в алифатических и ароматических растворителях, а смолы и асфальтены хорошо растворяются в ароматических растворителях. В качестве растворителей алифатической природы были выбраны: гексан, уайт-спирит, бензиновая и керосиновая фракции. В качестве растворителей ароматической природы были выбраны: бензол, толуол и о-ксилол.

Результаты испытаний с растворителями алифатической природы приведены в таблице 1. Из полученных результатов следует, что практически все растворители алифатической природы за 5 часов показали близкое значение потери массы отложений в пределах от 96 до 98,9%. Однако растворяющая способность растворителей сильно отличается. Максимальную растворяющую способность 78 г/см<sup>3</sup> за 3 часа проявляет

бензиновая фракция. Керосиновая фракция и уайт-спирит уступают по растворяющей способности, гексан, несмотря на высокое значение потери массы отложений, показал минимальное значение данного показателя. Поэтому для составления композиционного состава растворителей были выбраны бензиновая, керосиновая фракции и уайт-спирит. Результаты испытаний композиционных составов растворителей показали, что максимальными значениями потери массы АСПО и растворяющей способностью обладает смесь, состоящая из 50 % бензиновой фракции и 50% керосиновой фракции. Данная смесь за 5 часов показала значение потери массы отложений 97,7 % и растворяющую способность 93,5 г/см<sup>3</sup>.

Результаты испытаний эффективностей растворителей ароматического ряда представлены в таблице 2. Здесь также потеря массы отложений находится в пределах от 93 до 98 %, однако значение растворяющей способностей растворителей сильно отличаются. Наиболее эффективным по данному показателю (76,48 г/см<sup>3</sup>) оказался о-ксилол. Бензол и толуол показали более высокие значения потери массы отложений, но их растворяющая способность оказалась низкой.

Так как АСПО содержит не только парафиновые углеводороды, но и смолисто-асфальтеновые вещества, был испытан комбинированный композиционный состав растворителей из 75 % уайт-спирита и 25 % о-ксилола. Использование данной смеси привело к незначительному повышению растворяющей способности до 77,6 г/см<sup>3</sup>.

**Таблица 1** – Результаты испытаний эффективности растворителей алифатической природы по отношению к АСПО месторождения Озен

Растворитель	Время, ч	П, %	С, г/см <sup>3</sup>
1	2	3	4
Гексан	3	95,63	61,25
	4	97,23	62,28
	5	97,23	62,28
Уайт-спирит	3	54,71	38,88
	4	74,42	52,87
	5	81,88	58,18
	24	98,91	70,28
Бензин	3	98,42	78,00
Керосин	3	74,27	56,95
	4	85,69	65,70
	5	91,03	69,80
	24	96,67	74,13
50 % бензин + 50 % уайт-спирит	3	94,90	87,55
	4	96,07	88,63
50% бензин + 50% керосин	3	90,00	86,10
	4	94,90	90,80



Окончание таблицы 1

1	2	3	4
	5	97,70	93,50
50 % керосин + 50 % уайт-спирит	3	66,84	52,25
	4	78,22	61,15
	5	83,91	65,60
	24	97,35	76,10

**Таблица 2** – Результаты испытаний эффективности растворителей ароматической природы по отношению к АСПО месторождения Озен

Растворитель	Время, ч	П, %	С, г/см <sup>3</sup>
Бензол	3	98,29	58,90
	4	99	59,35
	5	99	59,35
Толуол	3	99,15	72,98
о-ксилол	3	97,38	75,30
	4	98,90	76,48
75% уайт-спирит + 25% о-ксилол	3	93,82	74,05
	4	98,32	77,6

**Заключение.** Таким образом, в результате проведенных исследований определена эффективность растворителей по отношению к асфальтеносмолопарафиновым отложениям (АСПО) месторождения Озен. Результаты испытаний показали, что наиболее эффективным композиционным растворителем является смесь, состоящая из 50% бензиновой фракции и 50 % керосиновой фракции. Данная композиция за 5 часов позволяет достичь потерю массы отложений 97,7 %, при этом имеет растворяющую способность 93,5 г/см<sup>3</sup>. Эффективность данной композиции подтверждает парафинистый тип отложений, что объясняется высоким содержанием парафинов в составе нефти месторождения Озен. Ароматические растворители показали относительно низкую растворяющую способность по сравнению с алифатическими растворителями, что также подтверждает низкое содержание смол и асфальтенов в составе АСПО.

**Благодарность.** Работа выполнена при финансовой поддержке Комитета науки МОН РК по программно-целевому финансированию по теме «OR11465430 Разработка новых композиционно-конструкционных материалов для развития инновационной индустрии Республики Казахстан» по подпрограмме «Разработка новых видов реагентов с улучшенными реологическими свойствами для нефтедобывающей промышленности».

## ЛИТЕРАТУРА

1 Sousa A.L., Matos H.A., Guerreiro L.P. Preventing and removing wax deposition inside vertical wells: a review // *Journal of Petroleum Exploration and Production Technology*. 2019. 9:2091-2107. <https://doi.org/10.1007/s13202-019-0609-x>.

2 Иванова Л.В., Буров Е.А., Кошелев В.Н. Асфальтосмолопарафиновые отложения в процессах добычи, транспорта и хранения // *Электронный научный журнал «Нефтегазовое дело»*. – 2011. – № 1. – С. 268-284.

3 Иванова И.К. Физико-химические подходы к выбору эффективных растворителей асфальтосмолопарафиновых отложений // *Диссертация на соискание ученой степени д-ра хим. наук*. – Якутск, 2019. – 266 с.

4 Турукалов М.Б., Строганов В.М., Ясьян Ю.П. Образование асфальто-смоло-парафиновых отложений в нефтедобыче: альтернативный взгляд на механизм // *Нефтепереработка и нефтехимия*. – 2007. – № 7. – С. 31-34.

5 Иванова И.К., Каширцев В.А., Семенов М.Е., Глязнецова Ю.С., Чалая О.Н., Зуева И.Н., Портнягин А.С. Влияние состава растворителя на содержание кристаллической фазы и температуры плавления парафинов // *Журнал прикладной химии*. – 2020. – Т. 93, Вып. 4. – С. 600-608

6 Theyab MA (2020) A Review of Wax Mitigation Methods through Hydrocarbon Production // *J. Pet. Environ. Biotechnol*. 9:412.

7 Насыбуллина А.Ш., Галиева А.М., Сабитов Р.Ф. Разработка композиционного растворителя для очистки магистрального нефтепровода Ножовского месторождения // *Вестник технологического университета*. – 2016. – Т. 19, № 14. – С. 83-85.

## REFERENCES

1 Sousa A.L., Matos H.A., Guerreiro L.P. Preventing and removing wax deposition inside vertical wells: a review // *Journal of Petroleum Exploration and Production Technology*. 2019. 9:2091-2107. <https://doi.org/10.1007/s13202-019-0609-x>.

2 [Ivanova LV, Burov YA, Koshelev VN. Asfaltosmoloparafinovye otlozhenia v processah dobychi, transporta i hranenia. *Neftgazovoe delo*. 2011. 1:268-284.].

3 [Ivanova IK. Fiziko-himicheskie podhody k vyboru effektivnykh rastvoritelei asfaltosmoloparafinovyyh otlozhenii. Dissertation for the degree of dr. chem. sciences. Yakutsk. 2019. 266 p.].

4 [Turukalov MB, Stroganov VM, Yasian YP. Obrazovanie asfalto-smolo-parafinovyyh otlozhenii v nefteдобыче: alternativnyi vzglyad na mehanizm. *Neftepererabotka i neftehimia*. 2007. 7:31-34.].

5 [Ivanova IK, Kashircev VA, Semenov ME, Glyaznecova YS, Chalaya ON, Zueva IN, Portnyagin AS. Vlianie sostava rastvoritelya na sodержanie kristallicheskoj fazy i temperatury plavlenia parafinov. *Zhurnal prikladnoi himii*. 2020. 93 (4): 600-608.]. DOI: 10.31857/S0044461820040155.

6 Theyab MA (2020) A Review of Wax Mitigation Methods through Hydrocarbon Production // *J. Pet. Environ. Biotechnol*. 9:412.

7 [Nasybullina AS, Galieva AM, Sabitov RF. Razrabotka kompozitsionnogo rastvoritelya dlya ochistki magistralnogo nefteпровода Nozhovskogo mestorozhdenia. *Vestnik tehnologicheskogo universiteta*. 2016. 19 (14): 83-85.].

**Е. К. ОҢҒАРБАЕВ<sup>1,2</sup>, Е. ҚАНЖАРҚАН<sup>2</sup>, Е. ТІЛЕУБЕРДІ<sup>1,2</sup>, А. Б. ЖАМБОЛОВА<sup>2</sup>,  
Н. М. АБДУЛЛА<sup>1</sup>, С. К. ТАНИРБЕРГЕНОВА<sup>2</sup>, З. А. МАНСУРОВ<sup>1,2</sup>**

<sup>1</sup>Әл-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университеті, Алматы, Қазақстан

<sup>2</sup>Жану проблемалары институты, Алматы, Қазақстан

## **АСФАЛЬТЕН-ШАЙЫР-ПАРАФИНДІ ШӨГІНДІЛЕРДІ ЕРІТУ ҮШІН ЕРІТКІШТЕРДІ ТАҢДАУ**

Мақала асфальтен-шайыр-парафинді шөгінділерді еріту үшін оңтайлы еріткіштерді таңдауға арналған. Өзен кен орнының асфальтен-шайыр-парафинді шөгінділеріне (АШПШ) қатысты әртүрлі еріткіштердің тиімділігі қарастырылды. Эксперимент нәтижелері бойынша ең тиімді композитті еріткіш құрамы 50% бензин фракциясы мен 50% керосин фракциясынан тұратындығы анықталды. Бұл композитті құрам 5 сағатта шөгінділер массасының 97,7% жоғалуын көрсетті, еріту қабілеті 93,5 г/см<sup>3</sup> болды. Композитті құрамның тиімділігі шөгінділердің парафиндік түрін растайды, бұл Өзен кен орнының мұнайының құрамында парафиндердің мөлшерінің жоғары болуымен түсіндіріледі. Ароматты еріткіштер алифатты еріткіштермен салыстырғанда салыстырмалы түрде төмен еру қабілеттілігін көрсетті, бұл сонымен қатар АШПШ құрамындағы шайырлар мен асфальтендердің мөлшерінің аздығын растайды.

**Түйін сөздер:** асфальтен-шайыр-парафинді шөгінділер, еріткіш, асфальтендер, парафиндер, шайырлар.

**Y. K. ONGARBAYEV<sup>1,2</sup>, Y.KANZHARKHAN<sup>2</sup>, Y.TILEUBERDI<sup>1,2</sup>,  
A. B. ZHAMBOLOVA<sup>2</sup>, N. M. ABDULLA<sup>1</sup>, S. K. TANIRBERGENOVA<sup>2</sup>,  
Z. A. MANSUROV<sup>1,2</sup>**

<sup>1</sup>Al-Farabi Kazakh National University, Almaty, Kazakhstan

<sup>2</sup>Institute of Combustion Problems, Almaty, Kazakhstan

## **SELECTION OF SOLVENTS FOR REMOVING ASPHALTEN RESIN PARAFFIN DEPOSITS**

The article is devoted to the selection of optimal solvents for the removal of asphaltene-resin-paraffin deposits. The efficiency of various solvents in relation to asphaltene-resin-paraffin deposits (ARPD) of the Ozen deposit is considered. According to the results of the experiments, it was revealed that the most effective composite solvent is a composition containing 50% of the gasoline fraction and 50% of the kerosene fraction. This compositional composition for 5 hours showed a loss of mass of deposits of 97.7%, a dissolving capacity of 93.5 g/cm<sup>3</sup>. The effectiveness of the compositional composition is confirmed by the paraffinic type of deposits, which is explained by the high content of paraffins in the oil composition of the Ozen field. Aromatic solvents showed a relatively low dissolving power compared to aliphatic solvents, which also confirms the low content of resins and asphaltenes in the ARPO composition.

**Key words:** asphaltene-resin-paraffin deposits, solvent, asphaltenes, paraffins, resins.

---

---

## СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ

1. Абдияхметова З. М. – PhD, и.о. доцента кафедры информатики, Казахский национальный университет имени аль-Фараби, г. Алматы, Казахстан
2. Абдулла Н. М. – магистрант КазНУ им. аль-Фараби, г. Алматы, Казахстан
3. Абылкасымова А. Е. – д.п.н., профессор, академик НАН РК, академик Российской академии образования, директор Центра развития педагогического образования, заведующая кафедрой методики преподавания математики, физики и информатики Казахского национального педагогического университета им. Абая г. Алматы, Казахстан
4. Аймагамбетов Е. – Карагандинский экономический университет, г. Караганда, Казахстан
5. Алимбекова Н. Б. – Восточно-Казахстанский университет имени С. Аманжолова, г. Усть-Каменогорск, Казахстан
6. Алимхан К. – PhD, ст. преподаватель кафедры математическое и компьютерное моделирование, Евразийский национальный университет, г.Нур-Султан, Казахстан
7. Алишева С. С. – магистр, ст. преподаватель кафедры математическое и компьютерное моделирование, Евразийский национальный университет, г. Нур-Султан, Казахстан
8. Амиргалиев Е. – Университет Сулеймана Демиреля, г. Каскелен, Казахстан
9. Ахмадия А. А. – магистр радиотехники, электроники и телекоммуникации, старший преподаватель кафедры РЭТ, Казахского агротехнического университета имени С. Сейфуллина, докторант кафедры «Компьютерной и программной инженерии», Евразийского национального университета имени Л.Н. Гумилева, г. Нур-Султан, Казахстан

- 
10. Ахметов Б. С. – доктор технических наук, профессор кафедры информатики и информатизации образования, Казахский национальный педагогический университет имени Абая, г. Алматы, Казахстан
  11. Байгереев Д. Р. – Восточно-Казахстанский университет имени С. Аманжолова, г. Усть-Каменогорск, Казахстан
  12. Баймаханова Г. М. – кандидат химических наук, Южно-Казахстанский государственный педагогический университет, г. Шымкент, Казахстан
  13. Баймахан Р. Б. – доктор технических наук, профессор, Институт механики и машиноведения им. академика У.А. Жолдасбекова, г. Алматы, Казахстан
  14. Баймахан А. Р. – PhD, и.о.доцента кафедры информатики, Казахский национальный университет имени аль-Фараби, г. Алматы, Казахстан
  15. Баймурзинов М. Е. – магистрант, Казахстанско-Британский технический университет, г. Алматы, Казахстан
  16. Бектемесов А. Т. – PhD «Computer Science», Казахстанский инженерно-технологический университет, г. Алматы, Казахстан
  17. Бияров Б. Н. – НАО «Евразийский национальный университет им. Л.Н. Гумилева» г. Нур-Султан, Казахстан
  18. Божанов Е. Т. – доктор ф.-м. н., профессор, Казахский национальный исследовательский технический университет им. К. И. Сатпаева, г. Алматы, Казахстан
  19. Бримжанова С. С. – магистр естественных наук, (PhD) докторант НАО «КРУ имени А.Байтурсынова», преподаватель кафедры организации социальной работы в ОВД Костанайской академии МВД РК имени Ш. Кабылбаева, г. Костанай, Казахстан.
  20. Буганова С. Н. – к.т.н., ассоциированный профессор Международной образовательной корпорации г. Алматы, Казахстан
  21. Джакияев Д. К. – Таразский региональный университет им. М.Х.Дулати, г. Тараз, Казахстан

22. Джантаев Р. – Университет Сулеймана Демиреля, г. Каскелен, Казахстан
23. Джумамухамедов Н. Г. – доктор ф.-м. н., профессор, Казахский университет технологии и бизнеса, проректор по УМР и академической мобильности, г. Нур-Султан, Казахстан
24. Дупик А. А. – магистрант, Университет «Туран», г. Алматы, Казахстан
25. Ергалиева Б. Б. – докторант 1-го курса по специальности «Информационная безопасность», ЕНУ им. Л.Н.Гумилева, г. Нур-Султан, Казахстан
26. Ерденова А. К. – магистр, старший преподаватель Высшей школы экономики, Международный университет Астана, г. Нур-Султан, Казахстан
27. Жамболова А. Б. – научный сотрудник Института проблем горения, г. Алматы, Казахстан
28. Жашен С. Ж. – Таразский региональный университет им. М.Х.Дулати, г. Тараз, Казахстан
29. Жумагулов Б. Т. – д. т. н., профессор, НАН РК, НИА РК. Лауреат Государственной премии Республики Казахстан в области науки, техники и образования, президент Национальной инженерной академии Республики Казахстан, депутат Сената Парламента РК
30. Жумадиллаева А. К. – кандидат технических наук, заместитель декана по научной работе факультета информационных технологий в ЕНУ им. Л.Н. Гумилева, г. Нур-Султан, Казахстан
31. Жумашева Ж. Т. – доцент, КазНУ им. аль-Фараби, г. Алматы, Казахстан
32. Жунисбеков С. – Таразский региональный университет им. М.Х.Дулати, г. Тараз, Казахстан
33. Закариева З. А. – НАО «Евразийский национальный университет им. Л.Н. Гумилева» г. Нур-Султан, Казахстан
34. Иса Исамар – магистр технических наук, докторант кафедры САУ, Евразийский национальный университет имени Л.Н.Гумилева, г. Нур-Султан, Казахстан



- 
35. Калыбекова Ж. А. – Казахский национальный педагогический университет имени Абая, г. Алматы, Казахстан
36. Карабаев Ш. – Карагандинский экономический университет, г. Караганда, Казахстан
37. Керимбаев Р. К. – кандидат ф.-м.н., старший преподаватель кафедры фундаментальной математики, Казахский национальный университет имени аль-Фараби, г.Алматы, Казахстан
38. Кенчимов Ч. – Университет Сулеймана Демиреля, г. Каскелен, Казахстан
39. Керимхан Б. Т. – докторант 3 курса кафедры компьютерной и программной инженерии в ЕНУ им. Л.Н. Гумилева, г. Нур-Султан, Казахстан
40. Лахно В. А. – доктор технических наук, профессор кафедры компьютерных систем, сетей и кибербезопасности. Национального университета биоресурсов и природопользования, г. Киев, Украина
41. Мансурова М. Е. – доцент, заведующий кафедрой, КазНУ им.аль-Фараби, г. Алматы, Казахстан
42. Матеуш Мендес – профессор Политехнического института Коимбры (ISES), Португалия
43. Мухтар К. – Университет Сулеймана Демиреля, г. Каскелен, Казахстан
44. Кадырбек Н. К. – докторант, КазНУ им.аль-Фараби, г. Алматы, Казахстан
45. Канжаркан Е. – научный сотрудник Института проблем горения, г.Алматы, Казахстан
46. Мансуров З. А. – доктор химических наук, профессор КазНУ им. аль-Фараби, советник генерального директора Института проблем горения, г. Алматы, Казахстан
47. Махмудова Ш. Д. – кандидат ф.-м. н., доцент, Западно-Казахстанский аграрно-технический университет имени Жангир хана, г. Уральск, Казахстан
48. Махмудов А. Д. – кандидат экономических наук, доцент, Западно-Казахстанского инновационно-технологического университета, г. Уральск, Казахстан

49. Молдамурат Х. – кандидат технических наук кафедры КТиГ Евразийского национального университета имени Л.Н. Гумилева, г. Нур-Султан, Казахстан
50. Муханбетжанова К. Т. – Западно-Казахстанский аграрно-технический университет имени Жангир хана, г. Уральск, Казахстан
51. Набиев Н. К. – кандидат технических наук, старший преподаватель кафедры РЭТ Казахского Агротехнического Университета имени С. Сейфуллина, г. Нур-Султан, Казахстан
52. Недзьведь А. М. – доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой компьютерных технологий и систем факультета прикладной математики и информатики Белорусского государственного университета, г. Минск, Беларусь
53. Онгарбаев Е. К. – доктор химических наук, профессор КазНУ им. аль-Фараби, заведующий лабораторией Института проблем горения, г. Алматы, Казахстан
54. Оразбаев Б. Б. – доктор технических наук, Евразийский национальный университет имени Л.Н.Гумилева, профессор, академик НИА РК, профессор кафедры САУ, г. Нур-Султан, Казахстан
55. Рабимзатов Е. Б. – докторант, КазНУ им.аль-Фараби, г. Алматы, Казахстан
56. Сабден О. С. – РГКП «Институт экономики», г. Алматы, Казахстан
57. Сатыбаева Н. А. – Западно-Казахстанский аграрно-технический университет имени Жангир хана, г. Уральск, Казахстан
58. Сатыбалдина Д. Ж. – к.ф.-м.н., заведующий кафедрой «Информационная безопасность», ФИТ ЕНУ им. Л.Н.Гумилева, г. Нур-Султан, Казахстан
59. Сейткулов Е. Н. – к.ф.-м.н., профессор кафедры «Информационная безопасность», директор НИИ информационной безопасности и криптологии ЕНУ им. Л.Н.Гумилева, г. Нур-Султан, Казахстан
60. Сейнасинова А. А. – к. ф.-м. н., ассоциированный профессор, Академия гражданской авиации, г. Алматы, Казахстан

- 
61. Сейдалиев А. А. – к. т. н., доцент, доцент кафедры НГД, Каспийский государственный университет технологий и инжиниринга имени Ш. Есенова, г. Актау, Казахстан
62. Силантьев А. В. – Западно-Казахстанский аграрно-технический университет имени Жангир хана, г. Уральск, Казахстан
63. Смирнов В. А. – Московский педагогический государственный университет, г. Москва, Россия
64. Спанкулова Л. С. – доктор экономических наук, доцент кафедры рекреационной географии и туризма, Казахский национальный университет имени аль-Фараби, г. Алматы, Казахстан
65. Танирбергенова С. К. – кандидат химических наук, заместитель генерального директора Института проблем горения, г. Алматы, Казахстан
66. Тасболатуы Н. – PhD, старший преподаватель Высшей школы информационных технологий и инженерии, Международный университет Астана, г. Нур-Султан, Казахстан
67. Тилеуберди Е. – PhD, ассоциированный профессор КазНУ им. аль-Фараби, ведущий научный сотрудник Института проблем горения, г. Алматы, Казахстан
68. Толганбаев А. Ж. – кандидат физико-математических наук, Казахский национальный исследовательский технический университет им. К. И. Сатпаева, г. Алматы, Казахстан
69. Туркебаева К. Т. – Astana IT University, г. Нур-Султан, Казахстан
70. Утенова Б. Е. – кандидат технических наук, доцент, Атырауский университет нефти и газа им. Утебаева, доцент кафедры автоматизации производства и информационных технологий, г. Атырау, Казахстан
71. Уразгалиева А. Н. – магистр математики, старший преподаватель, Западно-Казахстанский аграрно-технический университет имени Жангир хана, г. Уральск, Казахстан
72. Шуйтенов Г. Ж. – кандидат педагогических наук, директор Центра дистанционного обучения, Казахский университет экономики, финансов и международной торговли, г. Нур-Султан, Казахстан

## СОДЕРЖАНИЕ

<i>Б. Т. Жумагулов.</i> Наука, бизнес и преодоление дефицита инженеров в Казахстане .....	5
---	---

### ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

<i>Е. Амирғалиев, Матеуш Мендес, К. Мухтар, Р. Джантаев, Ч. Кеншимов.</i> ResNet50+Transformer: распознавание рукописного текста на казахском языке в автономном режиме .....	11
---	----

<i>Б. С.Ахметов, В. А.Лахно.</i> Использование WAF для защиты внутренних сервисов университета в структуре Zero Trust .....	25
---	----

<i>Р. Б.Баймахан, А. Р. Баймахан, А. А.Сейнасинова, Г. М.Баймаханова, З. М. Абдиахметова.</i> Разработка математической модели и исследования наклонения зданий на грунтовом основании анизотропного строения .....	34
---	----

<i>М. Е. Баймурзинов, А. А. Дупик, А. Т.Бектемесов.</i> Использование метода Model Checking для выявления уязвимостей в веб-приложениях.....	48
--	----

<i>С. С. Бримжанова, А. А. Ахмадия, Н. К. Набиев, Х. Молдамурат.</i> Определение эпицентра землетрясения по методу максимального смещения, полученные данными Sentinel-1A/B с использованием программного обеспечения ESA SNAP .....	55
--	----

<i>А. К. Ерденова, Қ. Алимхан, Н. Тасболатұлы, С. С. Алишева.</i> Непрерывное глобальное отслеживание нелинейных систем высокого порядка с запаздыванием .....	70
--	----

<i>Б. Т. Керімхан, А. М. Недъзведь, А. К. Жумадиллаева, Г. А. Дуйсенова.</i> Методика автоматизации анализа больших наборов изображений для задач мониторинга .....	82
---	----

<i>Е. Б. Рабимзатов, Н. Қ. Қадырбек, М. Е. Мансурова, Ж. Т. Жумашиева.</i> Планирование кинематики движения манипулятора с помощью искусственной нейронной сети .....	90
---	----

<i>Н. А. Сатыбаева, А. В. Силантьев, Қ. Т. Муханбетжанова.</i> Применение компьютерного тестирования в образовательном процессе при дистанционном образовании .....	100
---	-----

<i>Е. Н. Сейткулов, Б. Б. Ергалиева, Д. Ж. Сатыбалдина.</i> Протокол безопасного аутсорсинга хранения данных в облаке и анализ их стойкости к активным и пассивным атакам .....	108
---	-----

<i>К. Т. Туркебаева, О. С. Сабден.</i> Анализ методологии проектного подхода: литературный обзор .....	117
--	-----

### ПРИКЛАДНАЯ МАТЕМАТИКА

<i>А. Е. Абылкасымова, Ж. А. Калыбекова, В. А. Смирнов.</i> Реализация системы профессионально-направленного обучения математике и опытно-экспериментальная проверка ее эффективности .....	133
---	-----

<i>Е. Аймагамбетов, Ш. Карабаев.</i> Система управления знаниями организации и ее функции .....	139
<i>Д. Р. Байгереев, Н. Б. Алимбекова.</i> Анализ численного решения задачи трехфазной неизотермической фильтрации .....	145
<i>Б. Н. Бияров, З. А. Закариева.</i> О базисности по Риссу системы собственных векторов корректного сужения максимального линейного оператора ...	156
<i>Е. Т. Божанов, С. Н. Буганова, А. Ж. Толганбаев.</i> Выпучивание и колебание пристеночного слоя цепной двухмассовой системы при входе в аппарат для турбулизации потока в теплообменнике .....	166
<i>Р. К. Керимбаев, Л. С. Спанкулова.</i> Связь коэффициентов Эрроу-Пратта с касательной к функции полезности .....	175
<i>Ш. Д. Махмудова, А. Д. Махмудов, А. Н. Уразгалиева.</i> Достаточные условия существования ситуации равновесия в форме уравнений Гамильтона-Якоби .....	183
<i>Б. Б. Оразбаев, И. Иса, Н. Г. Джумамухамбетов, Б. Е. Утенова, А. А. Сейдалиев, Г. Ж. Шуйтенов.</i> Построения геологической и математической моделей для моделирования нефтяной залежи месторождения Кенкияк .....	195
<b>ТЕХНИЧЕСКИЕ НАУКИ</b>	
<i>Д. К. Джакияев, С. Жунисбеков, С. Ж. Жашен, Б. Д. Джакияев.</i> Экспериментально-теоретическая оценка долговечности элементов и деталей машин при циклическом нестационарном нагружении .....	206
<i>Е. К. Онгарбаев, Е. Канжаркан, Е. Тилеуберди, А. Б. Жамболова, Н. М. Абдулла, С. К. Танирбергенава, З. А. Мансуров.</i> Подбор растворителей для удаления асфальтеносмолопарафиновых отложений .....	213
<b>СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ</b> .....	220

## CONTENTS

<i>B. T. Zhumagulov.</i> Science, business and overcoming the shortage of engineers in Kazakhstan .....	5
---	---

### INFORMATION TECHNOLOGY

<i>Y. Amirgaliyev, Mateus Mendes, K. Mukhtar, R. Jantayev, Ch. Kenchimov.</i> ResNet50+Transformer: kazakh offline handwritten text recognition .....	11
<i>B. S. Akhmetov, V. A. Lakhno.</i> Using waf to protect the university's internal services in the Zero Trust structure .....	25
<i>R. B. Baimakhan, A. R. Baimakhan, A. A. Seinasinova, G. M. Baimakhanova, Z. M. Abdiakhmetova.</i> Development of a mathematical model and research of the inclination of a building on a ground basis of anisotropic structure.....	34
<i>M. E. Baimurzinov, A. A. Dupik, A. T. Bektemesov.</i> Using the Model Checking method to identify vulnerabilities in web applications .....	48
<i>A. K. Yerdenova, K. Alimhan, N. Tasbolatuly, S. S. Alisheva.</i> Continuous global tracking of a class high-order time-delay nonlinear systems .....	55
<i>S. S. Brimzhanova, A. A. Akhmediya, N. Nabiyev, Kh. Moldamurat.</i> Determination of the earthquake epicenter using the maximum displacement method obtained by Sentinel-1A/B data via ESA SNAP software .....	70
<i>B. T. Kerimkhan, A. M. Nedzved, A. K. Zhumadillayeva, G. A. Duisenova.</i> Analysis of large image sets for automated monitoring tasks .....	82
<i>E. Rabimzatov, N. Kadyrbek, M. Mansurova, Zh. Zhumasheva.</i> Planning kinematics of the manipulator's motion using an artificial neural network .....	90
<i>N. A. Satybaeva, A. V. Silantsev, K. T. Mukhanbetzhanova.</i> Application of computer testing in the educational process in distance education .....	100
<i>Y. N. Seitkulov, B. B. Yergaliyeva, D. Zh. Satybaldina.</i> Protocols for secure outsourcing of data storage in the cloud and analysis of their resistance to active and passive attacks .....	108
<i>K. T. Turkebayeva, O. S. Sabden.</i> Analysis of project management methodology: literature review .....	117

### APPLIED MATHEMATICS

<i>A. E. Abylkassymova, Zh. A. Kalybekova, V. A. Smirnov.</i> Implementation of a system of professionally oriented teaching of mathematics and experimental verification of its effectiveness .....	133
<i>Y. Aimagambetov, Sh. Karabayev.</i> Knowledge management system in organization and its function .....	139



<i>D. R. Baigereyev, N. B. Alimbekova.</i> Analysis of the numerical solution of the three-phase nonisothermal fluid flow problem .....	145
<i>B. N. Biyarov, Z. A. Zakariyeva.</i> On the basicity by Riesz of the eigenvectors system of a correct restriction of the maximality linear operator .....	156
<i>E. T. Bozhanov, S. N. Baganova, A. Zh. Tolganbaev.</i> Buckling and oscillation of the wall layer of the chain two-mass system at the entrance to the apparatus for turbulizing the flow in the heat exchanger .....	166
<i>R. K. Kerimbayev, L. S. Spankulova.</i> Relationship of the Arrow-Pratt coefficients with the tangent to the utility function .....	175
<i>Sh. D. Makhmudova, A. D. Makhmudov, A. N. Urazgalieva.</i> Sufficient conditions for the existence of equilibrium in the form of Hamilton-Jacobi equations ...	183
<i>B. Orazbayev, I. Issa, N. Dzhumamukhambetov, B. Utenova, A. Seidaliyev, G. Shuitenov.</i> Construction of geological and mathematical models for modeling the oil pool of the Kenkiyak deposit .....	195

## TECHNICAL SCIENCE

<i>D. K. Dzhakiyev, S. Zhunisbekov, S. Zh. Zhashen, B. D. Dzhakiyev.</i> Experimental and theoretical assessment of the durability of machine elements and parts under cyclic unstationary loading .....	206
<i>Y. K. Ongarbayev, Y. Kanzharkhan, Y. Tileuberdi, A. B. Zhambolova, N. M. Abdulla, S. K. Tanirbergenova, Z. A. Mansurov.</i> Selection of solvents for removing asphalten resin paraffin deposits .....	213

<b>THE INFORMATION ABOUT AUTHORS</b> .....	220
--	-----

Редактор *М. Ахметова*  
Верстка на компьютере *Е.В. Огурцовой*

Адрес редакции:  
Национальная инженерная академия РК  
*050010, г. Алматы, ул. Богенбай батыра, 80*  
*Тел. 8(727)-2915290*

Подписано в печать 10.06.2022 г.  
Гарнитура Таймс. Формат 70x100 <sup>1</sup>/<sub>16</sub>.  
Уч.-изд. л. 10,8. Тираж 1000 экз.

*Отпечатано в типографии ТОО «Luxe Media Publishing»*